

Distribuição Normal, aplicações.

1. Em um lote de produção de rolamentos, o diâmetro nominal do rolamento é de 0,500 polegadas. São aceitos rolamentos com diâmetros em uma faixa de 0,004 polegadas maior ou menor que o valor nominal. Se um lote de 1000 rolamentos obedecer a uma distribuição normal com média 0,499 e desvio-padrão de 0,002, quantos dos rolamentos provavelmente não estarão na medida aceitável?
2. O atendimento telefônico é uma área de muita preocupação para as empresas atualmente, pois a maneira como ele é feito tem impacto direto na imagem da empresa para o cliente. Existem muitos métodos para padronizar e fiscalizar esse tipo de atendimento com o objetivo de minimizar possíveis problemas. Os tempos de espera e de ligação são controlados por gerentes, assim como o conteúdo da conversa. O tempo necessário para atendimento de clientes em uma central de atendimento telefônico de uma empresa de telefonia móvel segue uma distribuição normal com média de 8 minutos e desvio-padrão de 2 minutos. Calcule o tempo de ligação para que pelo menos 85% das conversas tenham duração menor que esse tempo calculado.
3. O fabricante de um equipamento tem como dado histórico de que seu produto tem uma vida útil de 60 meses, com desvio padrão de 10 meses, e segue uma distribuição normal. Em uma estratégia de marketing, ele deseja oferecer a troca do equipamento por um novo, caso ele venha a apresentar defeito antes do período de garantia. Porém, ele não deseja substituir mais do que 1% de sua produção. Qual o tempo de garantia ele deve oferecer?
4. Os serviços de remessas e entregas, como os dos Correios, cobram um preço relativo ao peso do pacote a ser enviado. Contudo, o cálculo desse custo não é tão simples quanto possa parecer. Quando o objeto a ser enviado tem grandes dimensões e pouco peso, existe outra análise a ser feita. Obviamente, enviar um pacote somente pelo peso traria grandes distorções de preço para a remessa de objetos muito leves. A solução que essas empresas empregam e chamada de *peso dimensional*. O *peso dimensional* leva em conta a *densidade* do pacote, que é a quantidade de espaço que ele ocupa em relação ao seu peso real. A fórmula mais utilizada para esse cálculo é a divisão do volume em centímetros cúbicos por $5 \text{ cm}^3/\text{kg}$, obtendo-se dessa forma o resultado em quilos. É claro que esse novo peso em quilos é só um valor fictício. Dessa forma, cobra-se pelo maior dos pesos, entre o real e o dimensional. Considere uma empresa que faça muitas remessas de produtos leves e queira elaborar um contrato especial com uma empresa de remessas. Seus pacotes têm um volume médio de 60 cm^3 . O desvio-padrão, observado após as conversões devidas é de 3,5kg. Assim, é possível afirmar que 99 % dos pacotes dessa empresa estarão abaixo de que valor de peso dimensional?
5. Uma empresa produz equipamentos de ar-condicionado. Existem equipamentos de dois tipos, gama e delta. Esses equipamentos têm garantia de 6 meses contra defeitos de fabricação. O tempo até a ocorrência de um defeito nos aparelhos segue uma distribuição normal, sendo que para os aparelhos do tipo gama, a média para a ocorrência de um defeito é de 10 meses e o desvio-padrão é de 2 meses. Para os aparelhos do tipo delta essa média é de 11 meses e o desvio-padrão é de 3 meses. O lucro na venda dos aparelhos gama é de R\$ 1200,00 e na venda dos aparelhos delta é de R\$ 2100,00. Se, por algum motivo, um aparelho quebrar antes do prazo final de garantia, os custos de reparo serão de R\$ 2500,00 para os aparelhos gama e de R\$7000,00 para os aparelhos delta. Qual o lucro esperado com cada um dos equipamentos? Qual equipamento é economicamente mais vantajoso para a empresa incentivar a venda?

Respostas: 1. 73 rolamentos; 2. 10 minutos; 3. 36,7 meses; 4. 20,155 kg; 5. $L_{\text{gama}}=\text{R}\$1143,00$, $L_{\text{delta}}=\text{R}\$1765,40$, o aparelho delta é mais vantajoso.

Distribuição normal - Aplicações

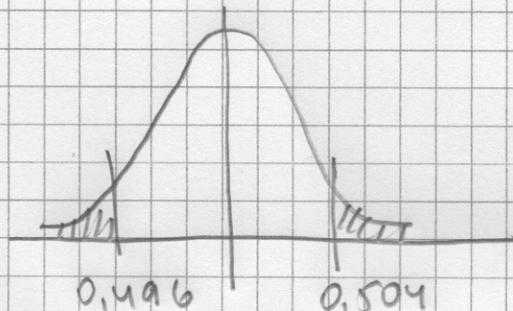
① Valor aceitável = $0,500 \pm 0,004$

$$0,496 \leq x \leq 0,504$$

$$\bar{x} = 0,499$$

$$\sigma = 0,002$$

$$i) z_{0,496} = \frac{0,496 - 0,499}{0,002} = -1,5$$



$$P(z = -1,5) = 0,4332 \Rightarrow 0,496 \leq x \leq 0,499$$

$$P(z < -1,5) = 0,5 - 0,4332 = 0,0668 \Rightarrow P(x \leq 0,496)$$

$$ii) z_{0,504} = \frac{0,504 - 0,499}{0,002} \Rightarrow z = 2,5$$

$$P(z = 2,5) = 0,4938 \Rightarrow 0,499 \leq x \leq 0,504$$

$$P(z > 2,5) = 0,5 - 0,4938 = 0,0062 \Rightarrow P(x \geq 0,504)$$

$$iii) P(x \leq 0,496 \text{ ou } x \geq 0,504) = 0,0668 + 0,0062$$

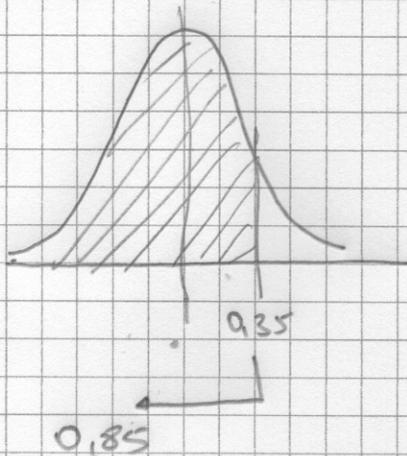
$$P = 0,0730$$

$$N = 1000 \times 0,0730 \Rightarrow$$

$$N = 73 \text{ rolamentos}$$

$$\textcircled{2} \quad \bar{x} = 8 \text{ min}$$

$$\sigma = 2 \text{ min}$$



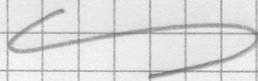
$$\text{Para } P = 0,35, \quad z = 1,04$$

$$z = \frac{x - \bar{x}}{\sigma}$$

$$1,04 = \frac{x - 8}{2}$$

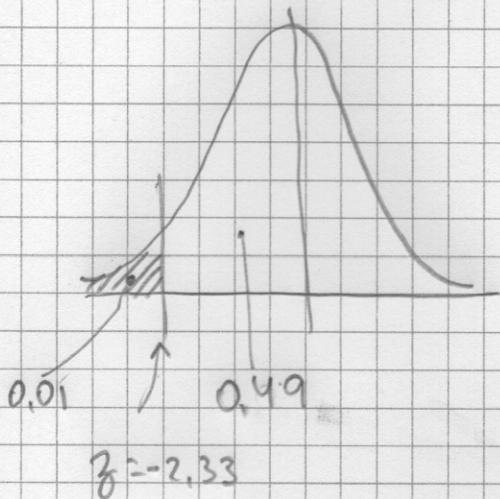
$$x = 2 \cdot 1,04 + 8$$

$$x = 10,08 \text{ min}$$



$$\textcircled{3} \quad \bar{x} = 60 \text{ meses}$$

$$\sigma = 10 \text{ meses}$$



$$\text{Para } P = 0,49, \quad z = 2,33$$

$$z = \frac{x - \bar{x}}{\sigma}$$

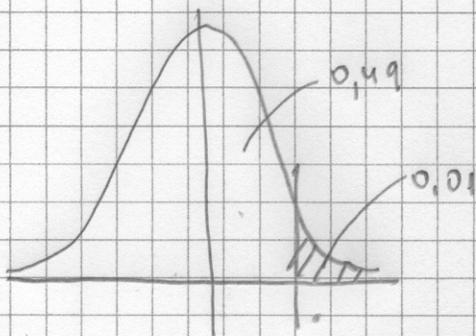
$$-2,33 = \frac{x - 60}{10}$$

$$x = -2,33 \cdot 10 + 60$$

$$x = 36,7 \text{ meses}$$

④ Peso dimensional médio:

$$\bar{x} = \frac{60}{5} = 12 \text{ kg}, \quad \sigma = 3,5 \text{ kg}$$



Para $P=0,49$, $z = 2,33$

$$z = \frac{x - \bar{x}}{\sigma}$$

$$2,33 = \frac{x - 12}{3,5}$$

$$x = 2,33 \cdot 3,5 + 12$$

\Rightarrow

$$x = 20,155 \text{ kg}$$

— a —

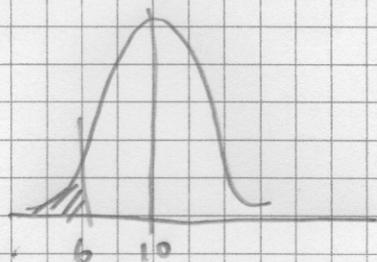
⑤ $\gamma \Rightarrow \bar{x} = 10 \text{ meses}$
 $\sigma = 2 \text{ meses}$

$\delta \Rightarrow \bar{x} = 11 \text{ meses}$
 $\sigma = 3 \text{ meses}$

$L = R\$ 1.200,00$; $C = R\$ 2500,00$

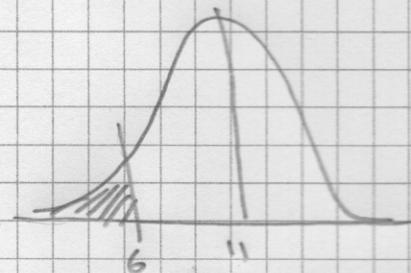
$L = R\$ 2500,00$; $C = R\$ 7000,00$

— Probabilidade de quebrar na garantia



$$z_6 = \frac{6 - 10}{2} = -2 \Rightarrow P = 0,4772$$

$$P_{x < 6} = 0,5 - 0,4772 = 0,0228$$



$$z_6 = \frac{6 - 11}{3} = -1,667 \Rightarrow P = 0,4525$$

$$P_{x < 6} = 0,5 - 0,4525 = 0,0475$$

Lucro esperado = $L_{\text{não quebrar}} - L_{\text{quebrar}}$

$$L_{\gamma} = (1 - 0,0228) \cdot 1200 - (0,0228(2500 - 1200)) \Rightarrow L_{\gamma} = R\$ 1143,00$$

$$L_{\delta} = (1 - 0,0475) \cdot 2500 - 0,0475(7000 - 2500) \Rightarrow L_{\delta} = R\$ 1765,00$$

\therefore O lucro esperado com o δ é superior