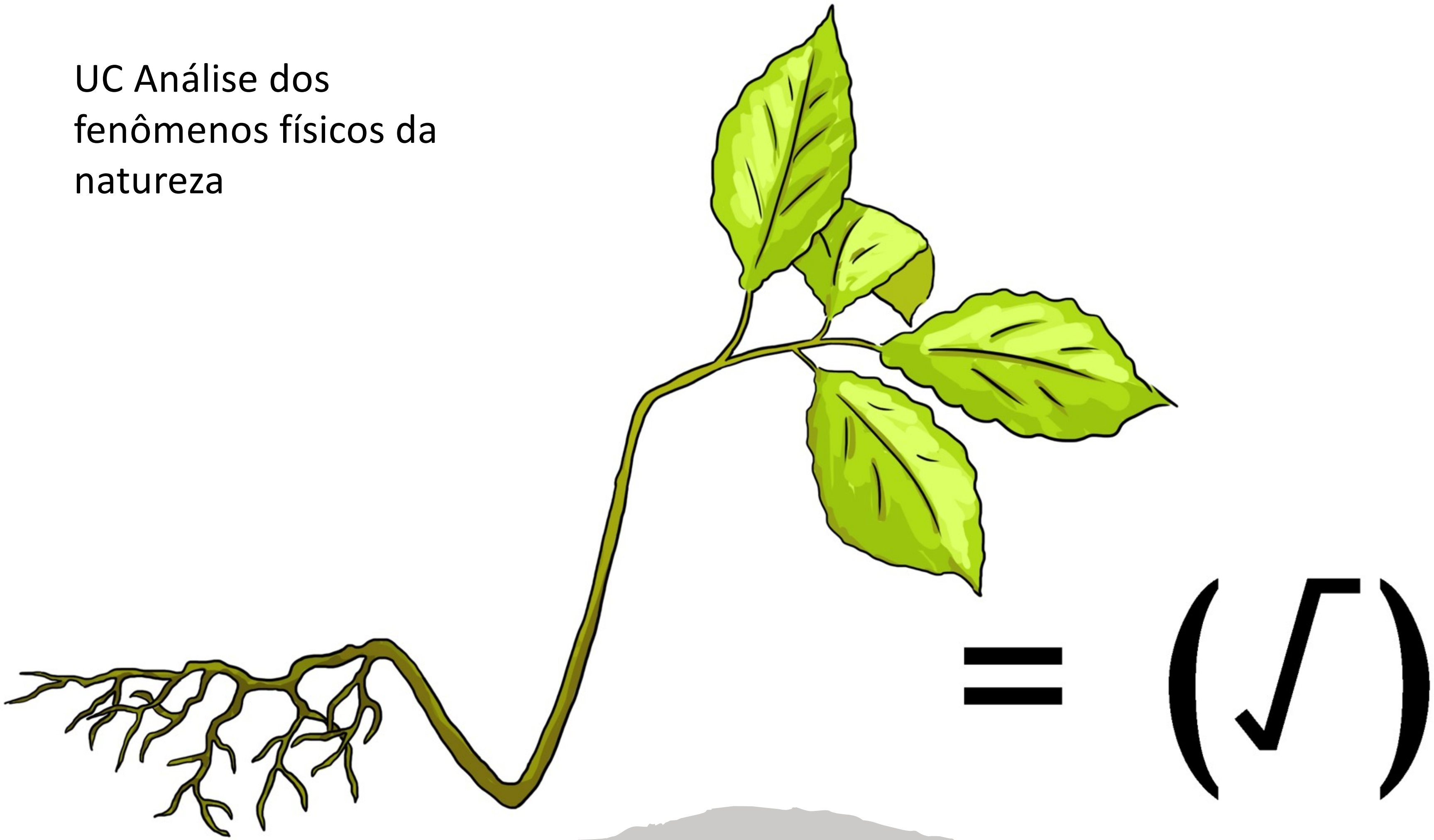
UC Análise dos fenômenos físicos da natureza



Potenciação, potências de dez e radiciação

Profa. Débora, Prof. Simões

Essa aula deve dar a vocês as seguintes competên-cias:

- Utilizar as propriedades das potências
- Fazer operações com potências de 10 e aplicá-las
- Saber usar a notação científica
- Compreender e utilizar as regras da radiciação
- Resolver expressões matemáticas que envolvam potências e raízes

Problema típico

Nas férias de verão, André disse à sua namorada que ficaria com ela pelo número de dias igual ao número de grãos de areia da praia em que estavam. Sua namorada disse: “Pois bem, essa praia tem 10 km de extensão e 100 metros de largura em média. Supondo uma profundidade de 1,0 metro, e que, cada grão de areia tenha 0,5 mm^3, me diga quantos dias isso significa?”.

O que André respondeu
(ou deveria ter respondido)?

Propriedades das potências

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$2^3 \cdot 2^2 =$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$\frac{3^5}{3^2} =$$

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

$$(2^2)^3 =$$

Exemplos

1) $2^7 \cdot 2^3 =$

2) $\dfrac{5^9}{5^7} =$

3) $a^9 : a^4 =$

4) $(3^4)^2 =$

5) $(7 \cdot 4)^3 =$

6) $(12 : 3)^4 =$

7) $\left(\dfrac{5}{7}\right)^m =$

8) $9^{x+3} =$

9) $7^{x-2} =$

10) $5^{2x} =$

Recordando...

$x^2 \cdot x^3 =$

$\dfrac{x^5}{x^2} =$

$(x \cdot y)^2 =$

$\left(\dfrac{x}{y}\right)^3 =$

$(x^3)^5 =$

$x^{-3} =$

$\left(\dfrac{x}{y}\right)^{-2} =$

$x^{\frac{3}{4}} =$

$a^0 =$

$-2^2 =$

$(-2)^2 =$

$\sqrt{4} =$

$\sqrt{(-2)^2} =$

$\sqrt[3]{(-2)^3} =$

$\sqrt{-4} =$

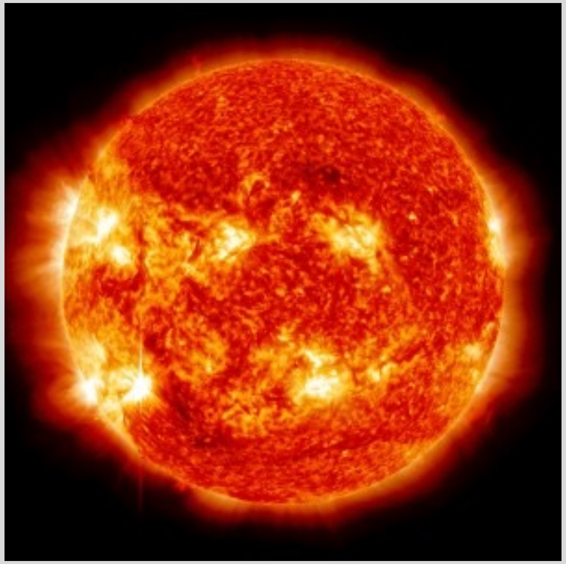
$(a+b)^2 =$

$(a-b)^2 =$

$a^2 - b^2 =$

Notação científica e potências de 10

- Usada para representar grandezas muito grandes ou muito pequenas

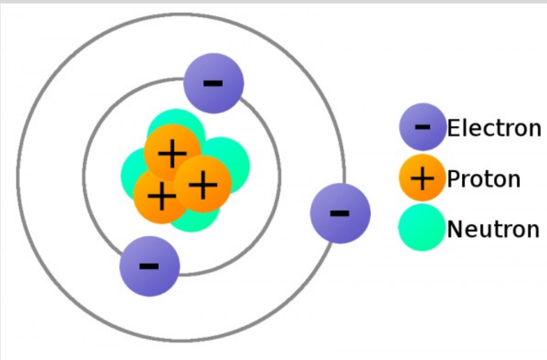


Sol

Massa: 2.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000 kg

= $2{,}0\times10^{30}\ kg$

Diâmetro: 1.391.000.000 m = $1{,}391\times10^{9}\ m$



Elétron

Massa: 0,00000000000000000000000000000091 kg

$= 9{,}1\times10^{-31}kg$

Diâmetro: 0,00000000000000282 m = $2{,}82\times10^{-15}\ m\ *$

*Pauling, Linus. College Chemistry. San Francisco: Freeman, 1964: 57, 4-5.

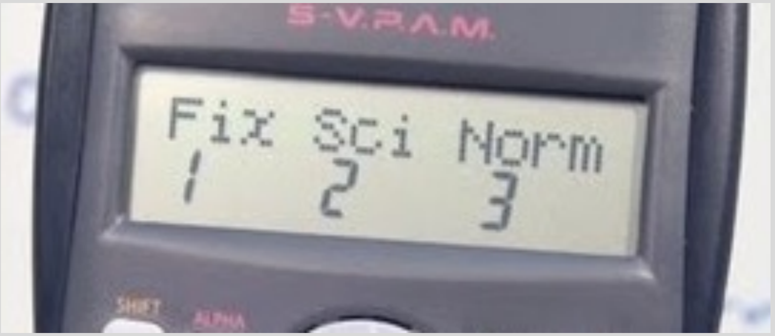
Potências de 10

$10^0 = 1$	$7 \times 10^0 = 7 \times 1 = 7$
$10^1 = 10$	$7 \times 10^1 = 7 \times 10 = 70$
$10^2 = 100$	$2{,}7 \times 10^2 = 2{,}7 \times 100 = 270$
$10^3 = 1.000$	$253 \times 10^3 = 253 \times 1.000 = 253.000$
$10^4 = 10.000$	$2{,}2 \times 10^4 = 22000$

$10^{-1} = 0{,}1$	$5{,}0 \times 10^{-1} = 0{,}5$
$10^{-2} = 0{,}01$	$72{,}0 \times 10^{-2} = 0{,}72$
$10^{-3} = 0{,}001$	$5 \times 10^{-3} = 0{,}005$
	$0{,}3 \times 10^{-3} = 0{,}0003 = 3{,}0 \times 10^{-4}$

Potências de 10 na calculadora

- Modos de operação (acomoanhe com sua calculadora)



- Fix – número fixo de casas depois da vírgula
  - Ex. 234,8976

- Sci – utiliza notação científica, com número de algarismos significativos escolhido
  - Ex. $2,35x10^2$

- Norm – utiliza ou não notação científica dependendo do caso (ver manual da sua calculadora). Sugestão: não use.

Potências de 10, usando a calculadora (função EXP)

- Na calculadora, usar as funções EXP ou 10^x

- Exemplos:
  - Introduza os seguintes números usando uma das funções acima:

$$a)\ 3{,}2 \cdot 10^{3}$$

$$b)\ 4{,}56 \cdot 10^{-8}$$

  - Realize as seguintes operações:

$$a)\ 3{,}2 \cdot 10^{5} + 4{,}56 \cdot 10^{4}$$

$$b)\ 3{,}2 \cdot 10^{-3} \times 4{,}56 \cdot 10^{2}$$

$$c)\ \frac{1{,}23 \cdot 10^{3}}{3{,}2 \cdot 10^{-3}}$$

$$d)\ \frac{1}{2 \cdot 10^{2}}$$

Exercícios resolvidos

1. (ESPM-SP) Qual a potência de maior valor entre as indicadas abaixo:

   $a)\ 81^8$

   $b)\ 16^7$

   $c)\ 3^{31}$

   $d)\ 243^6$

   $e)\ 8^{10}$

Exercícios resolvidos

2. Qual o valor de y na expressão abaixo

$$y = \frac{\left[2^{-3} + \left(\frac{1}{8}\right)^{-\left(\frac{1}{3}\right)} - 2^{-2}\right]^{-2}}{\left(\frac{1}{3}\right)^{2}}$$

$a)\ \dfrac{2^5}{5^2}$

$c)\ \dfrac{2^3}{3^2}$

$d)\ \dfrac{3^2}{5}$

$b)\ \dfrac{2^6}{5^2}$

$e)\ \dfrac{2^3}{5^2}$

Exercícios resolvidos

3. Se $3^{x-1} = 5$, qual o valor de $3^{x+1}, 3^{2x-2}\ e\ 9^{x}$

a) 45, 25 e 15

b) 45, 25 e 225

c) 5, 25 e 225

d) 45, 15 e 225

e) 9, 25 e 25

Exercícios resolvidos

4. (PUC-SP) Simplificando a expressão abaixo, obtém-se:

$$\frac{3^{n+3} - 3 \cdot 3^{n-1}}{3 \cdot 3^{n+2}}$$

$a)\ 3^{(n+1)} - \dfrac{1}{9}$

$b)\ -3^{n+2}$

$c)\ 3^{n}$

$d)\ \dfrac{26}{27}$

$e)\ \dfrac{16}{9}$

Exercícios resolvidos

5. Se $2^{x-1} = 32$ e $y^5 = 32$, então o valor de 4^{x-y} é:

a) 32

b) 64

c) 128

d) 256

e) 512

Exercício resolvido

6. Nas férias de verão, André disse à sua namorada que ficaria com ela pelo número de dias igual ao número de grãos de areia da praia em que estavam. Sua namorada disse: “Pois bem, essa praia tem 10 km de extensão e 100 metros de largura em média. Supondo uma profundidade de 1,0 metro, e que, cada grão de areia tenha 0,5 mm^3, me diga quantos dias isso significa?”.

O que André respondeu?

Radiciação

- Definição

Índice

$$\sqrt[n]{a} = b \leftrightarrow b^n = a$$

Radicando

Radical

$$\sqrt[3]{8} = 2 \leftrightarrow 2^3 = 8$$

$$\sqrt{9} = 3 \leftrightarrow 3^2 = 9$$

Não é necessário
escrever o índice 2

Radiciação

- Quando n é par

$$\sqrt[n]{a^n} = |a|$$

$$\sqrt{91} = \sqrt{9^2} = |9| = 9$$

$$\sqrt[4]{(-2)^4} = |-2| = 2$$

$$\sqrt{(3-5)^2} = |3-5| = 2$$

Radiciação

- Quando n é impar

$$\sqrt[n]{a^n} = a$$

$$\sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{2^3} = 2$$

$$\sqrt[5]{(-3)^5} = -3$$

$$\sqrt[3]{-8} = \sqrt[3]{(-2)^3} = -2$$

Radiciação

- A radiciação é uma forma de escrever uma potência fracionária

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

$$\sqrt[3]{5^2} = 5^{\frac{2}{3}}$$

$$\sqrt[4]{7^2} = 7^{\frac{2}{4}} = 7^{\frac{1}{2}} = \sqrt{7}$$

Propriedades da radiciação

$$\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

$$\sqrt[3]{8 \cdot 27} =$$

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

$$\sqrt[3]{\frac{8}{27}} =$$

$$\left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m}$$

$$\left(\sqrt[3]{8}\right)^2 =$$

$$\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[\frac{n}{p}]{a^{\frac{m}{p}}}$$

$$\sqrt[8]{9^4} =$$

$$\sqrt[p]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[p \cdot n]{a}$$

$$\sqrt[3]{\sqrt{64}} =$$

Na calculadora...

- Acompanhe como usar as funções:

1. Simplifique os radicais a seguir:

a) $\sqrt{32}$

b) $\sqrt{288}$

c) $\sqrt[4]{2592}$

d) $\sqrt{0,01}$

e) $\sqrt[3]{-125}$

f) $\sqrt[3]{\dfrac{-54}{125}}$

g) $\sqrt{\left(2+\sqrt{3}\right)^2}$

h) $\sqrt{\left(2-\sqrt{3}\right)^2}$

i) $\sqrt{\left(2-\sqrt{5}\right)^2}$

2. Resolva a seguir as operações com radicais:

a) $\sqrt[3]{625} + \sqrt[3]{40} - \sqrt[3]{135}$

b) $\sqrt{32} + \sqrt{48} - \sqrt{8} - \sqrt{108}$

c) $\sqrt{8} \cdot \sqrt{6} + \sqrt{21} \cdot \sqrt{7}$

d) $\sqrt{\sqrt[3]{128}} + \sqrt[3]{\sqrt{1458}}$

e) $\sqrt{6}\left(\sqrt{3} + \sqrt{2} - \sqrt{18}\right)$

f) $\sqrt[5]{2\sqrt[3]{4}}$

g) $\left(\sqrt[3]{\dfrac{\sqrt[6]{5^{10}}}{\sqrt[3]{5^2}}}\right)^4$

h) $\left(\sqrt{3} + \sqrt{2}\right)^2$

i) $\sqrt{2\sqrt[3]{2^2}} + \sqrt[3]{2\sqrt{2^3}}$

j) $\dfrac{\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{4}}{\sqrt[6]{32}}$

3. Qual é o maior valor entre $\sqrt{2}$, $\sqrt[6]{7}$ e $\sqrt[4]{5}$?

Com essa aula, você deve ser capaz de:

- Utilizar as propriedades das potências
- Fazer operações com potências de 10 e aplicá-las
- Saber usar a notação científica
- Compreender e utilizar as regras da radiciação
- Resolver expressões matemáticas que envolvam potências e raízes