UC Análise de Fenômenos Físicos da Natureza

Cinemática: Movimento Retilíneo Uniformemente Variado (MRUV)

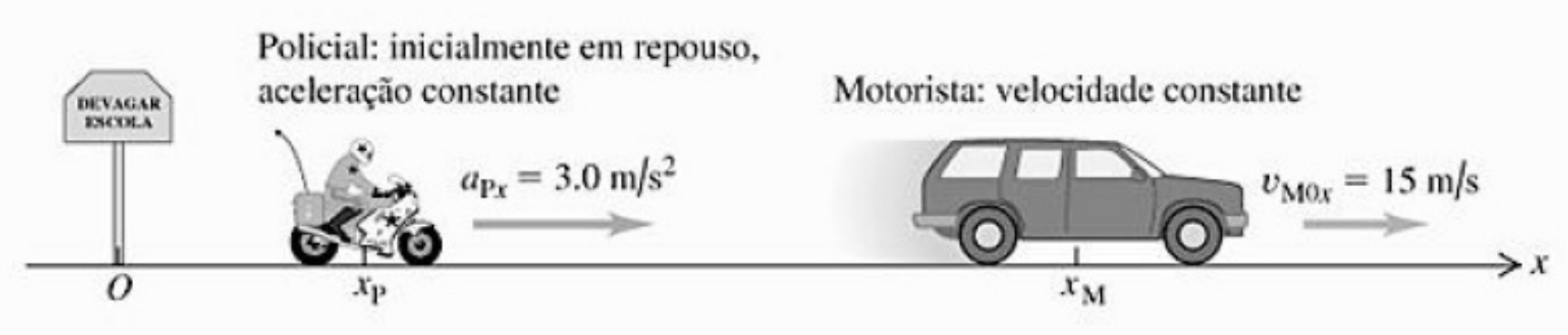
Prof. Simões

Objetivo

- Entender o conceito de aceleração
- Identificar como se comportam a aceleração, a velocidade e a posição no MRUV
- Definir matematicamente as variáveis no MRUV
- Conhecer a origem das equações do MRUV
- Saber como aplicar as equações do MRUV na resolução de problemas

Problema típico

- Um motorista dirige um veículo a uma velocidade constante de 54 km/h, excedendo o limite de velocidade da via indicado na placa. Um policial, partindo da placa, acelera sua moto com uma aceleração de 3,0 m/s^2. Nessas condições, pergunta-se:
  - Em quanto tempo o policial alcançará o veículo?
  - A que velocidade estará o policial no momento do encontro?
  - Qual será a posição do encontro, contando-se a partir da placa?



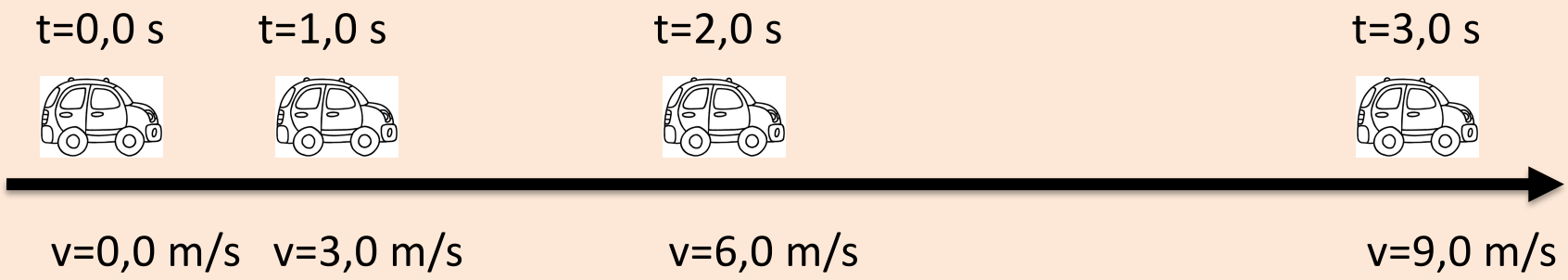
Velocidade e aceleração

- A **velocidade** indica quanto o deslocamento muda com o tempo
  - Exemplo: v=100 km/h -> quer dizer que a cada hora o corpo desloca-se de 100 km.
  - Pode ser média (v_m) ou instantânea (v)

$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

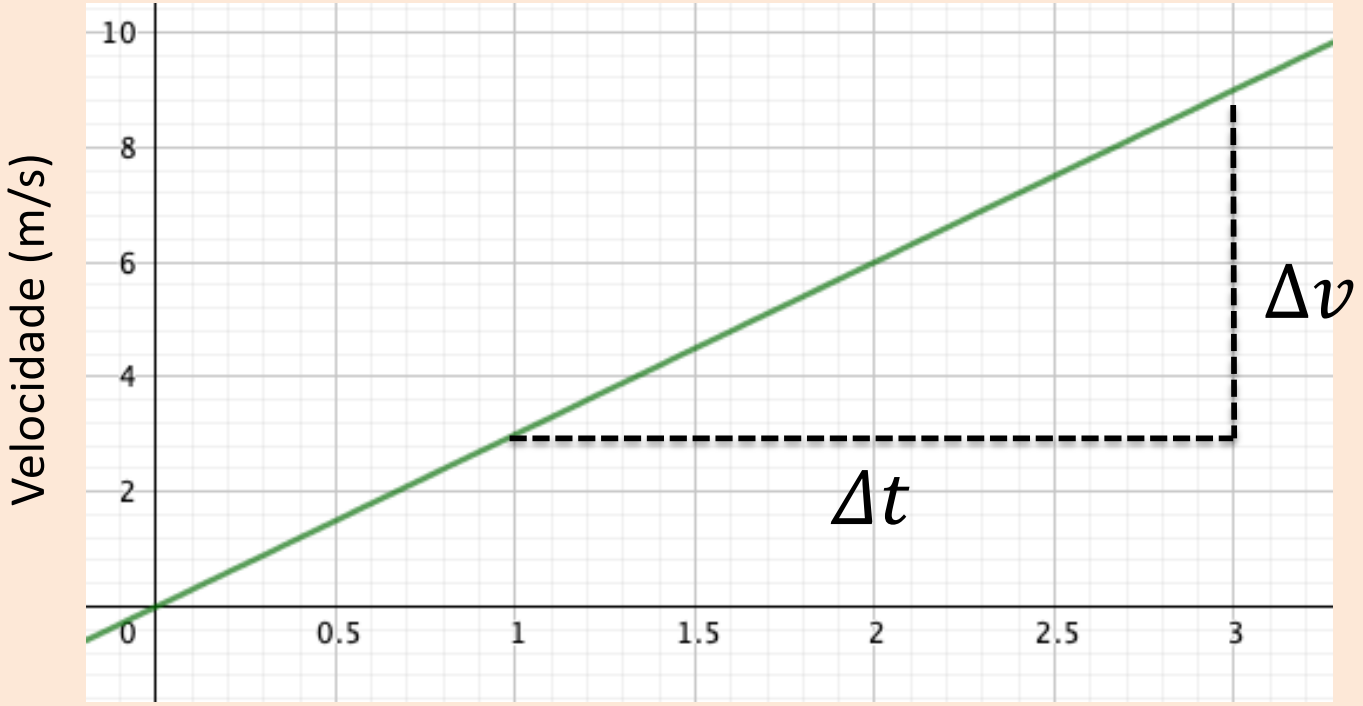
Velocidade e aceleração

- A **aceleração** indica quanto a <u>velocidade</u> muda com o tempo
  - Exemplo: $a = 3{,}0\ m/s^2$ quer dizer que a cada segundo a velocidade aumenta de $3{,}0\ m/s$.
  - Sendo constante, se em $t_1 = 0\ s$ a velocidade era $0\ m/s$, no instante $1{,}0\ s$ será $3{,}0\ m/s$, no instante $2{,}0\ s$ será $6{,}0\ m/s$, no instante $3{,}0\ s$ será $9{,}0\ m/s$, etc.

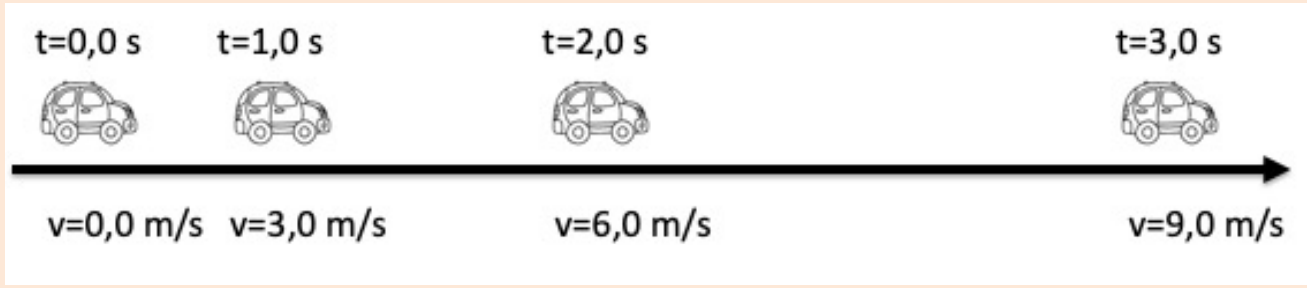


Aceleração constante: MRUV

- Quando a aceleração é constante, a taxa de variação da velocidade também será constante, e teremos $a = a_m$:

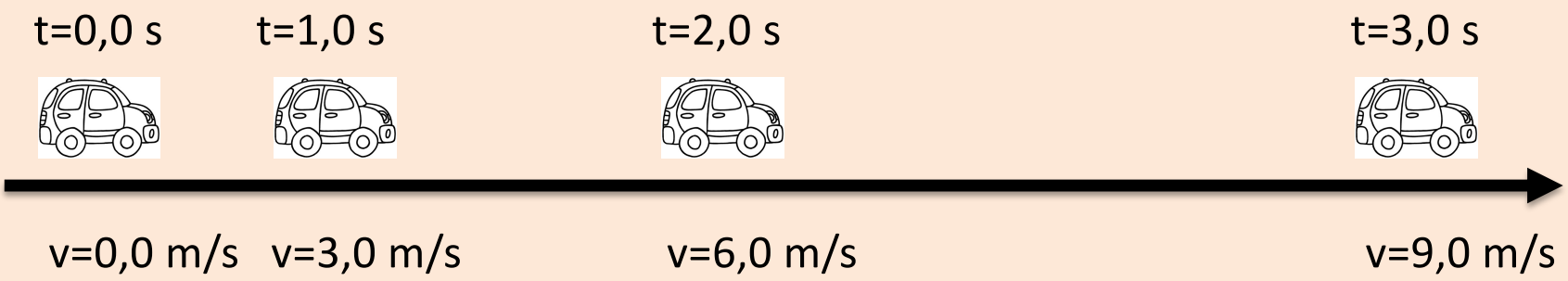


$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$



Aceleração constante: MRUV*

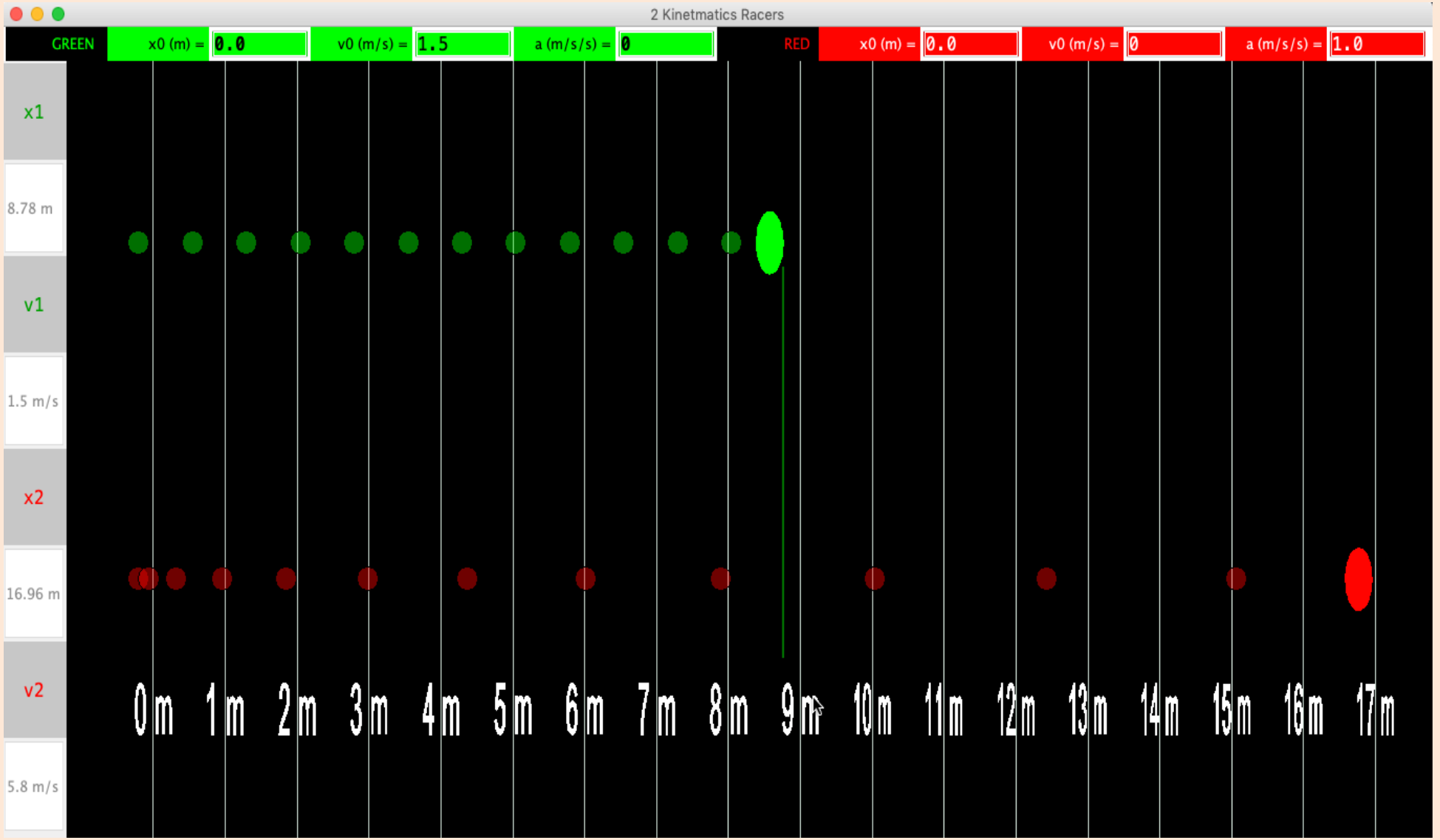
- No exemplo anterior



$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{3{,}0 - 0{,}0}{1{,}0} = \cdots = \frac{9{,}0 - 6{,}0}{1{,}0} = 3{,}0\frac{m}{s^2}$$

*Movimento Retilíneo Uniformemente Variado

Comparação MRU x MRUV



ejs_mem2_2blocks-racing-6.jar Verde, MRU, v=2,0 m/s; Vermelha, MRUV, a=0,5 m/s^2

Equações no MRUV – velocidade

- Equação horária da velocidade

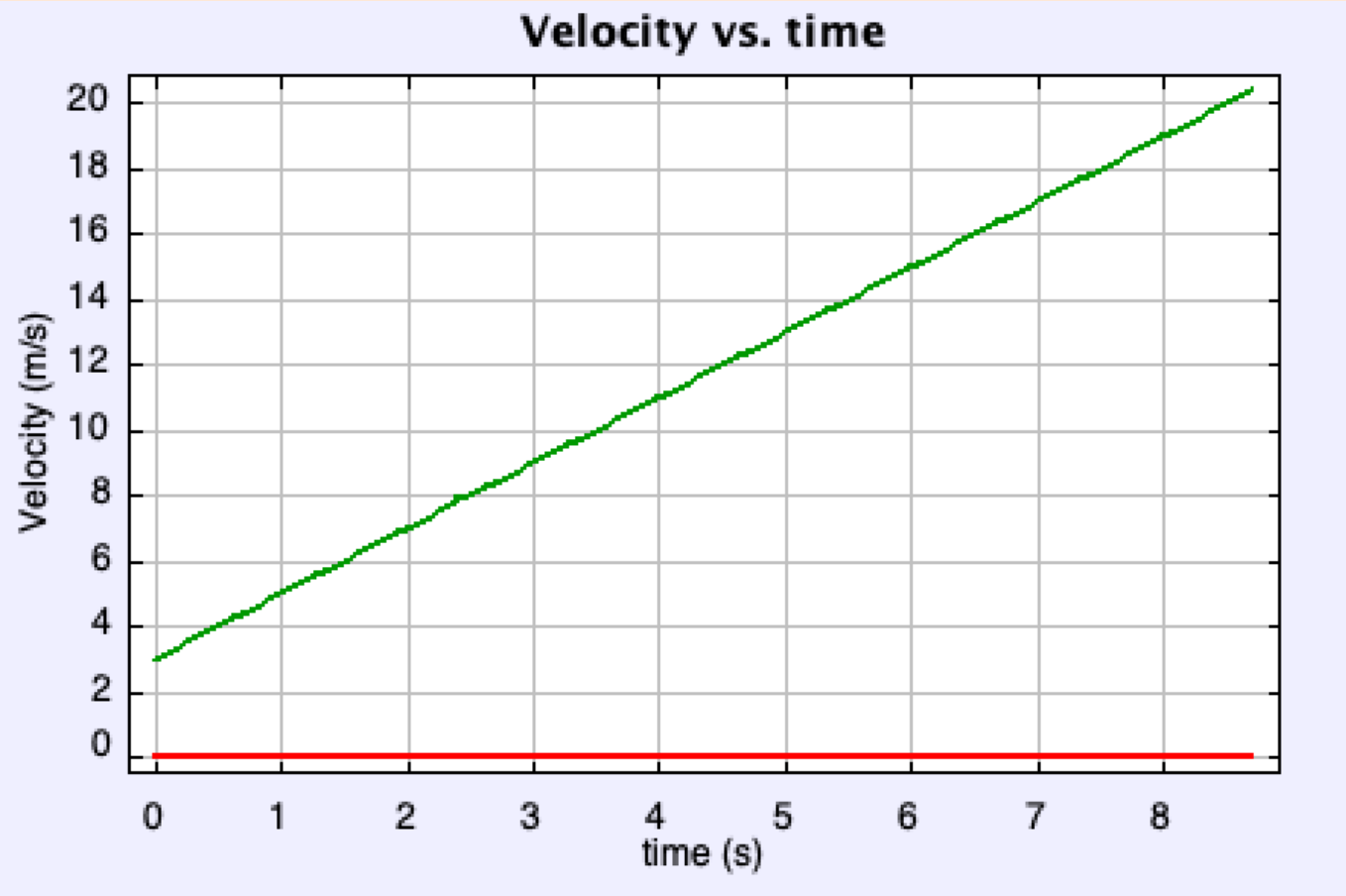
$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t}$$

$$a\Delta t = v_2 - v_1$$

$$v_2 = v_1 + a\Delta t$$

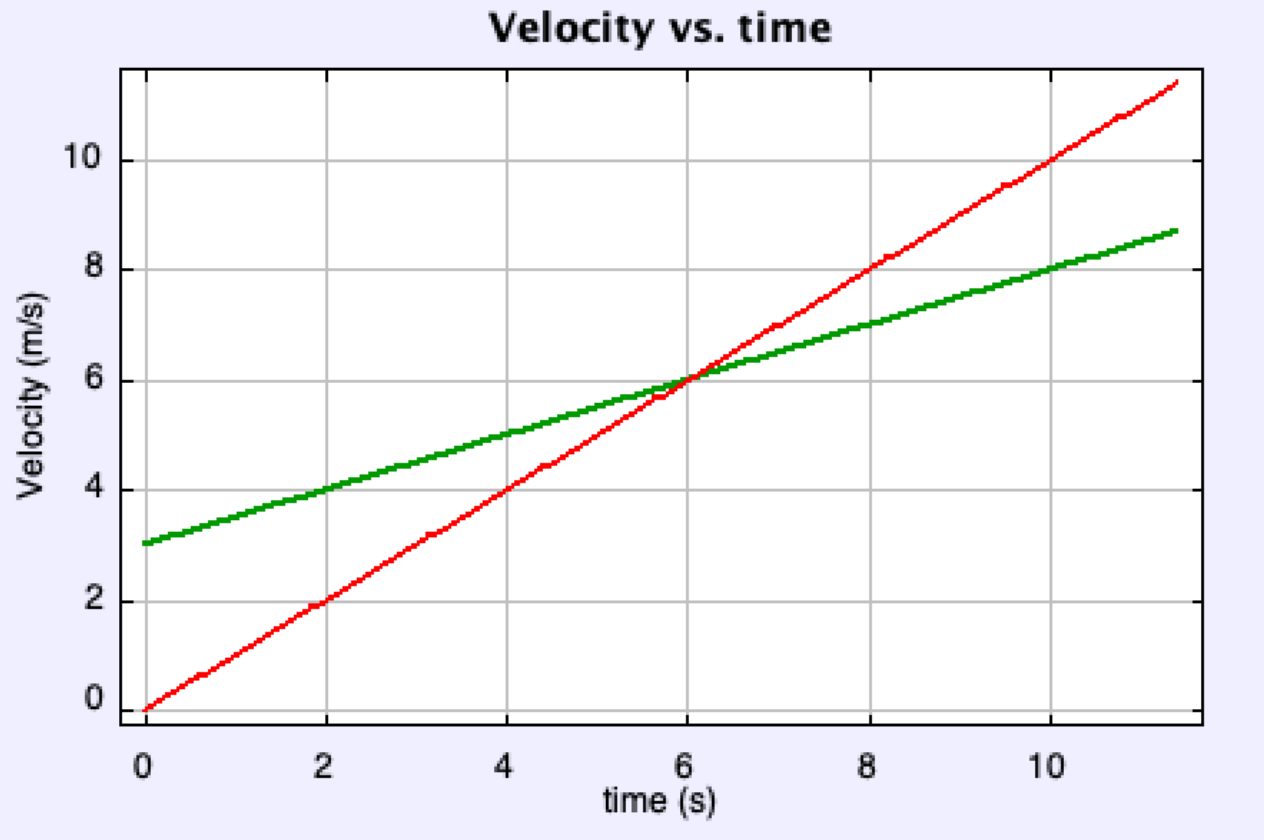
Exemplo

Um corpo parte com velocidade de 3,0 m/s e aceleração de 2,0 m/s^2. Qual será sua velocidade depois de 5,0 s?



Exemplos

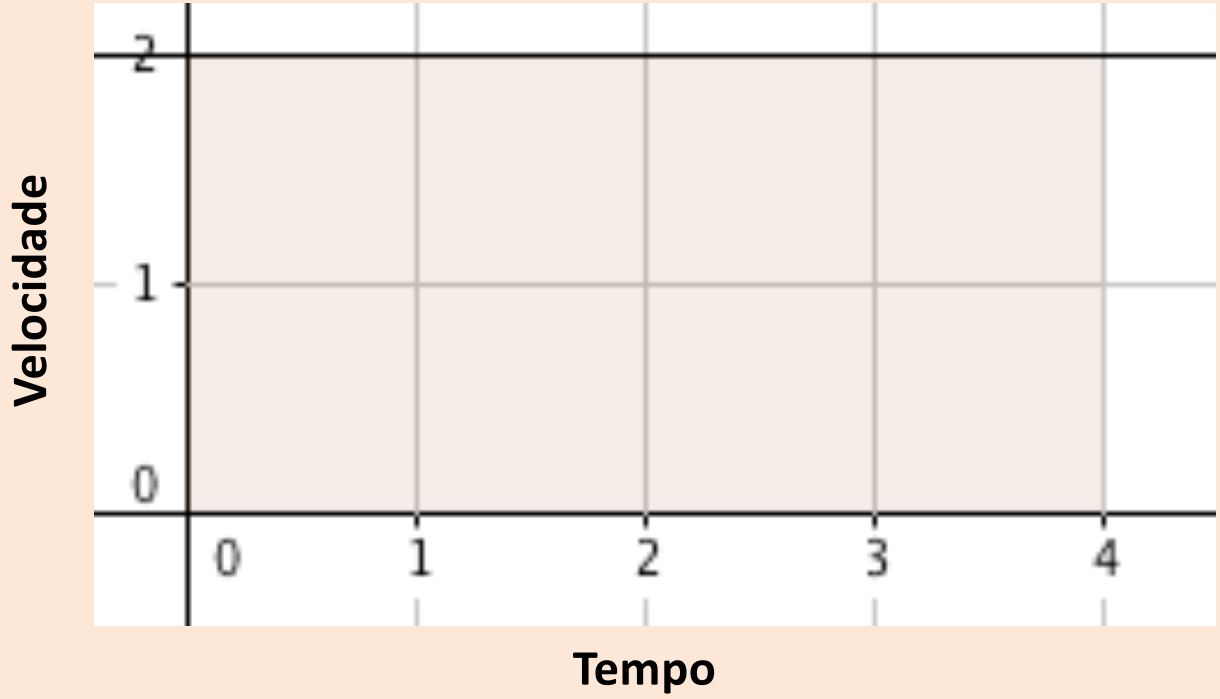
O corpo verde parte com velocidade de 3,0 m/s e aceleração de 0,5 m/s^2. O corpo vermelho parte to repouso, com aceleração de de 1,0 m/s. Em que momento eles terão a mesma velocidade, e qual será essa velocidade?



Equações do MRUV – deslocamento

- No gráfico $v \times t$, a área corresponde ao deslocamento.
- Por exemplo, seja um corpo em **MRU**, com v=2,0 m/s. Seu deslocamento em 4,0 segundos será:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \Delta x = v\Delta t = 2{,}0 \cdot 4{,}0 = 8{,}0\ m$$



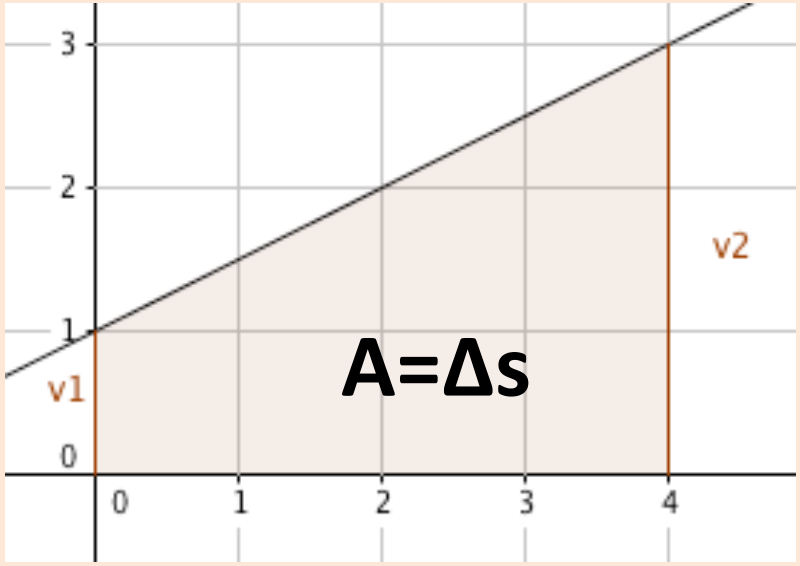
$$\boldsymbol{A \equiv \Delta x}$$

$\equiv\Rightarrow$ numericamente igual

Equações do MRUV – deslocamento

- No MRUV, como a aceleração é constante, o gráfico da velocidade será uma reta inclinada, e o deslocamento (=área) será dada por:

$$v_2 = v_1 + a\Delta t$$



A área é de um trapézio:

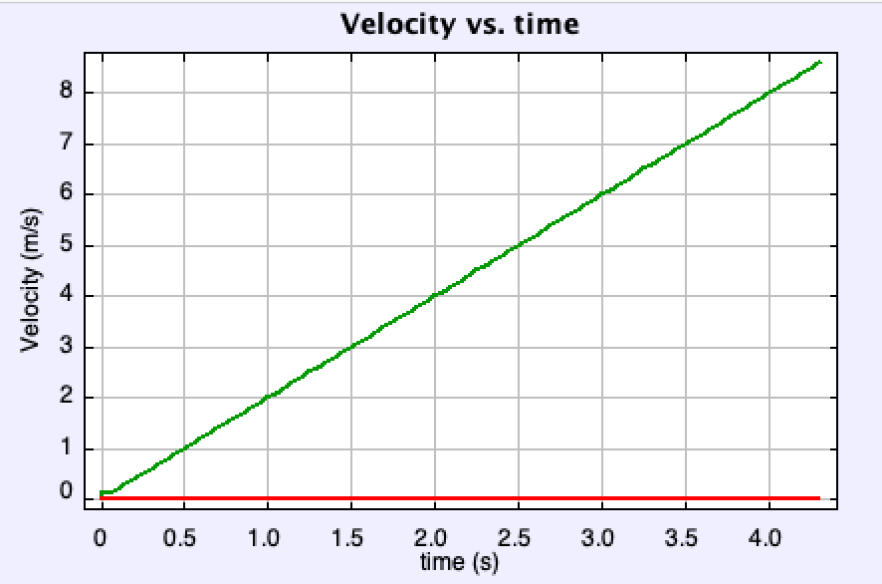
$$A = \frac{B + b}{2} \cdot h$$

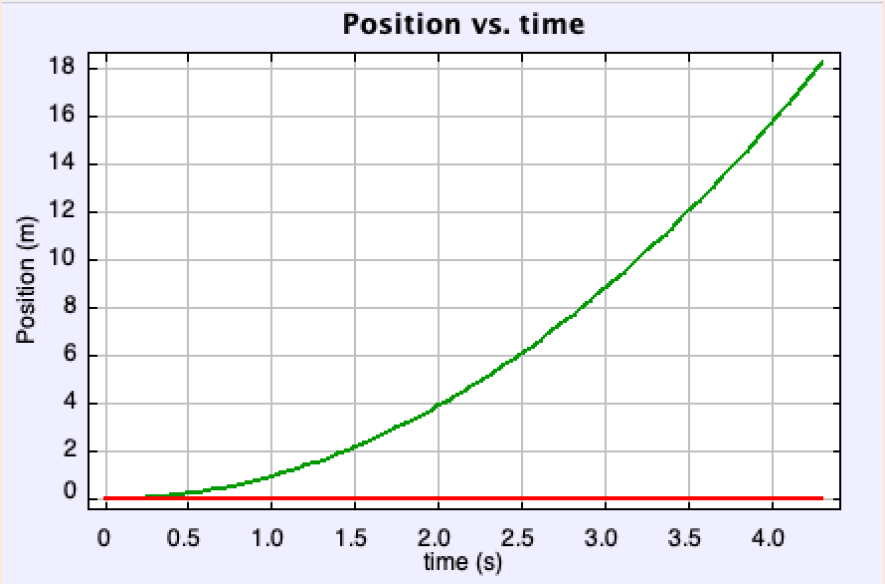
Aplicando no MRUV:

$$\Delta s = \frac{v_1 + v_2}{2} \cdot \Delta t$$

Exemplo

Um corpo acelera de 4,0 m/s a 8,0 m/s em 2,2 s. Qual seu deslocamento nesse intervalo? Calcule e confirme com o gráfico da posição.





Equações do MRUV – posição

- Se não temos a velocidade final, unimos as fórmulas anteriores:

$$v_2 = v_1 + a\Delta t \qquad \text{e} \qquad \Delta s = s_2 - s_1 = \frac{v_1 + v_2}{2} \cdot \Delta t$$

$$s_2 - s_1 = \frac{v_1 + (v_1 + a\Delta t)}{2} \cdot \Delta t \Rightarrow s_2 - s_1 = \frac{2v_1 + a\Delta t}{2} \cdot \Delta t$$

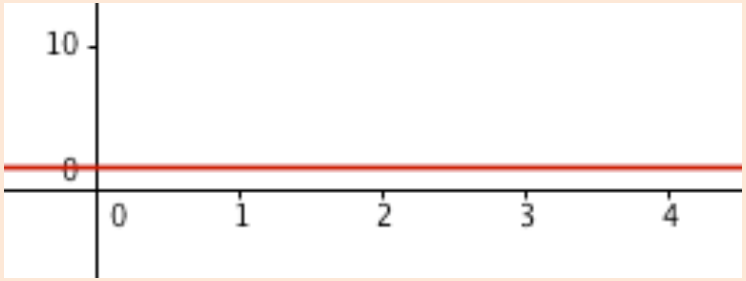
$$s_2 - s_1 = \frac{2v_1\Delta t + a\Delta t^2}{2} \Rightarrow s_2 - s_1 = \frac{2v_1\Delta t}{2} + \frac{a\Delta t^2}{2}$$

$$s_2 = s_1 + v_1\Delta t + \frac{a\Delta t^2}{2}$$

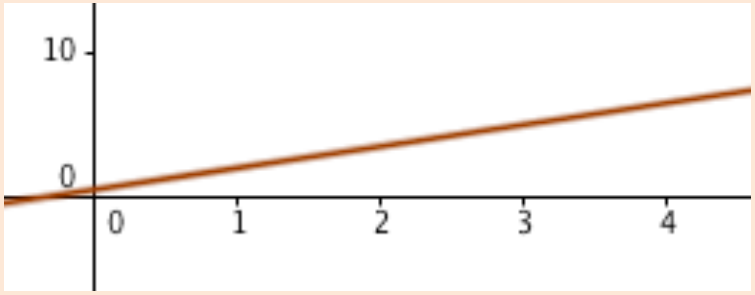
Equação horária da posição

Características das curvas do MRUV

- No MRUV, o comportamento das 3 variáveis principais serão, portanto:



A aceleração é constante



A velocidade varia linearmente

A posição varia por t^2 (parábola)

Equação de Torricelli

- Quando não temos o tempo, unimos as fórmulas

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \qquad \text{e} \qquad \Delta s = \frac{v_1 + v_2}{2} \cdot \Delta t$$

$$a = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{v_2 - v_1}{a}$$

$$\Delta s = \frac{v_2 + v_1}{2} \cdot \frac{v_2 - v_1}{a} \Rightarrow \Delta s = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2a}$$

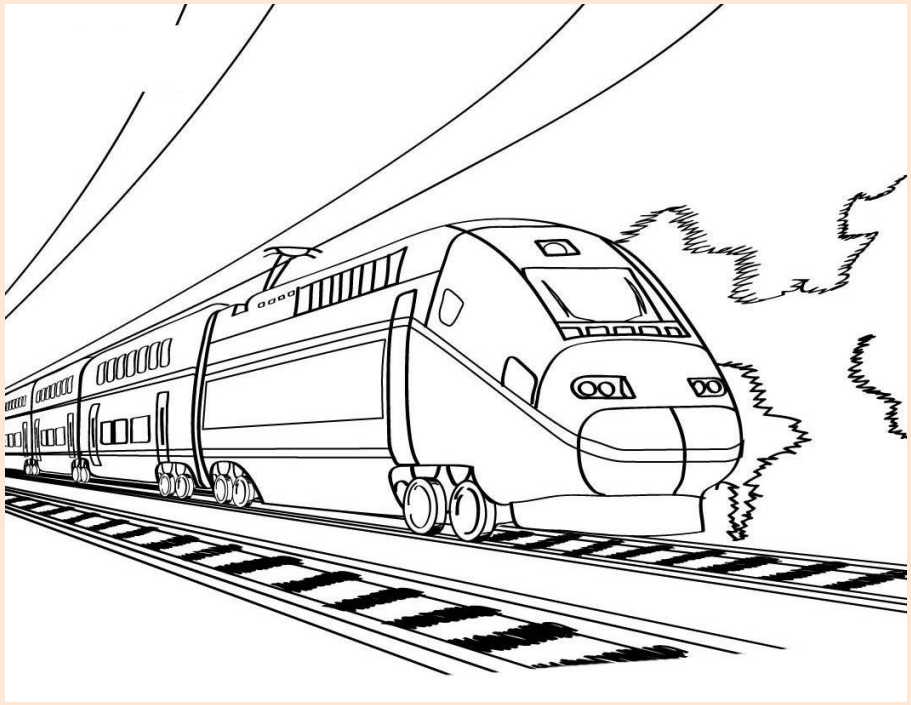
$$v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta s$$

$$v_2^2 = v_1^2 + 2a\Delta s$$

Equação de Torricelli

Equação de Torricelli, exemplo

O trem bala Transrapid, de Xangai, parte do repouso e atinge a velocidade de 350 km/h mantendo uma aceleração constante de cerca de 0,8 m/s^2. Que distância ele percorre até atingir essa velocidade?



Equações do MRUV - Resumo

- Todos os problemas de MRUV poderão ser resolvidos com as seguintes fórmulas

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad \Rightarrow \quad v_2 = v_1 + a\Delta t$$

$$x_2 - x_1 = \frac{v_2 + v_1}{2} \cdot \Delta t$$

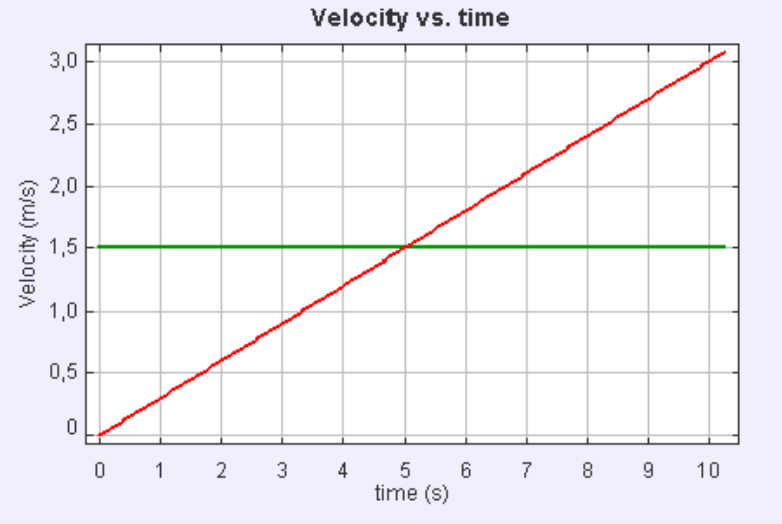
$$x_2 = x_1 + v_1 \Delta t + \frac{a\Delta t^2}{2}$$

$$v_2^2 = v_1^2 + 2a\Delta x$$

Exemplo

Configure o seguinte experimento no simulador:

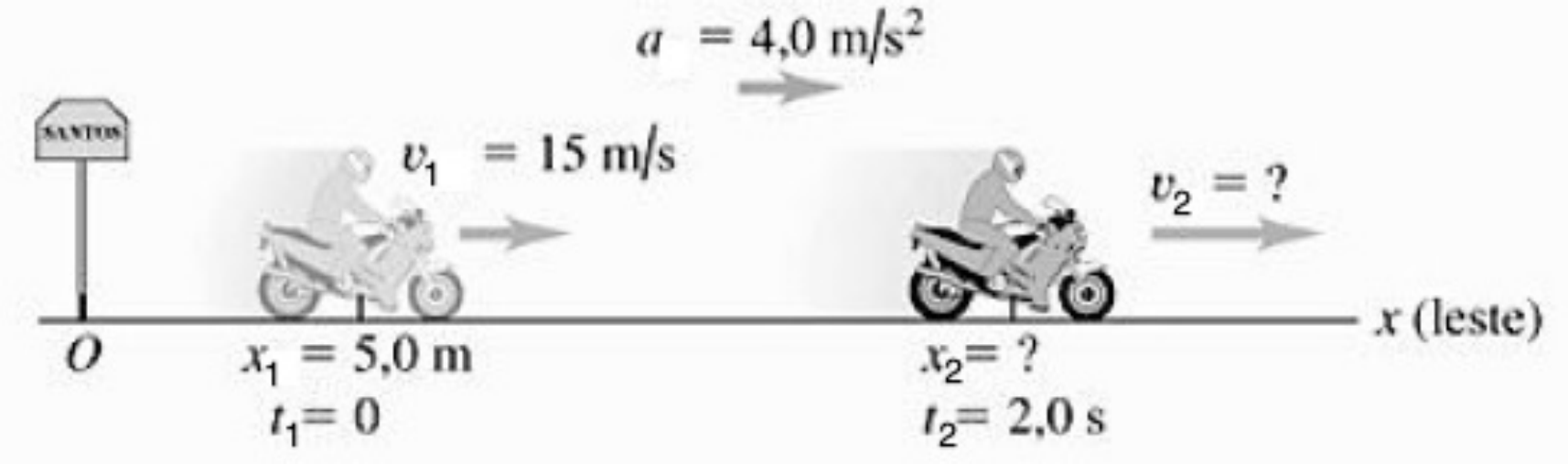
- Móvel verde, MRU: $x_1 = 0{,}0\ m; v = 1{,}5\ m/s$
- Móvel vermelho, MRUV: $x_1 = 0{,}0\ m; v_1 = 0{,}0\frac{m}{s}; a = 0{,}3\ m/s^2$
- Calcule o momento e a posição do encontro, e a velocidade do móvel vermelho no momento do encontro
- Compare o resultado com o simulador e analise os gráficos



Exercício

Um motociclista, com aceleração constante de 4,0 m/s^2, no instante inicial passa pela posição 5,0 m, com velocidade de 15 m/s. Determine:

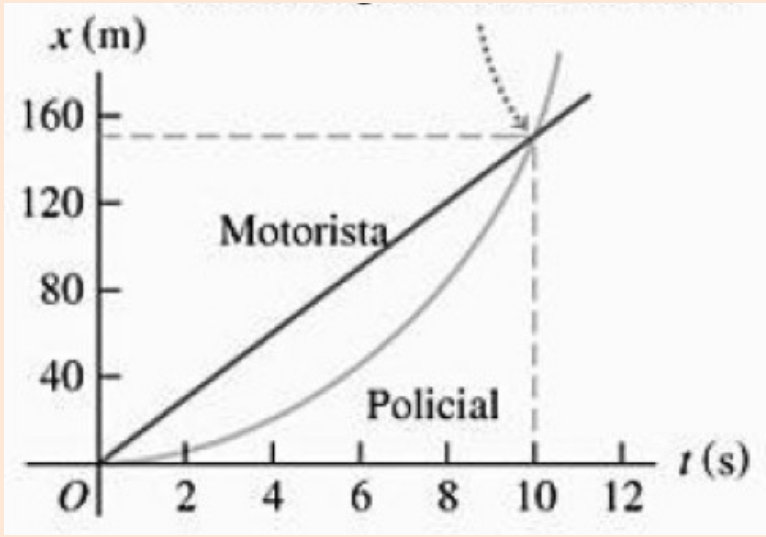
- Sua posição e velocidade quando t=2,0 s
- A posição em que ele alcançará 25 m/s

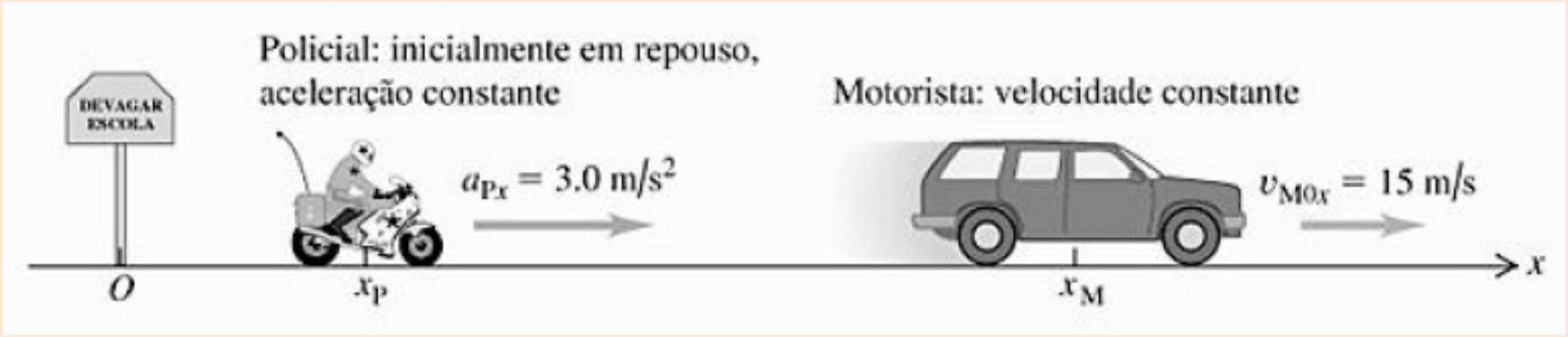


Exercício

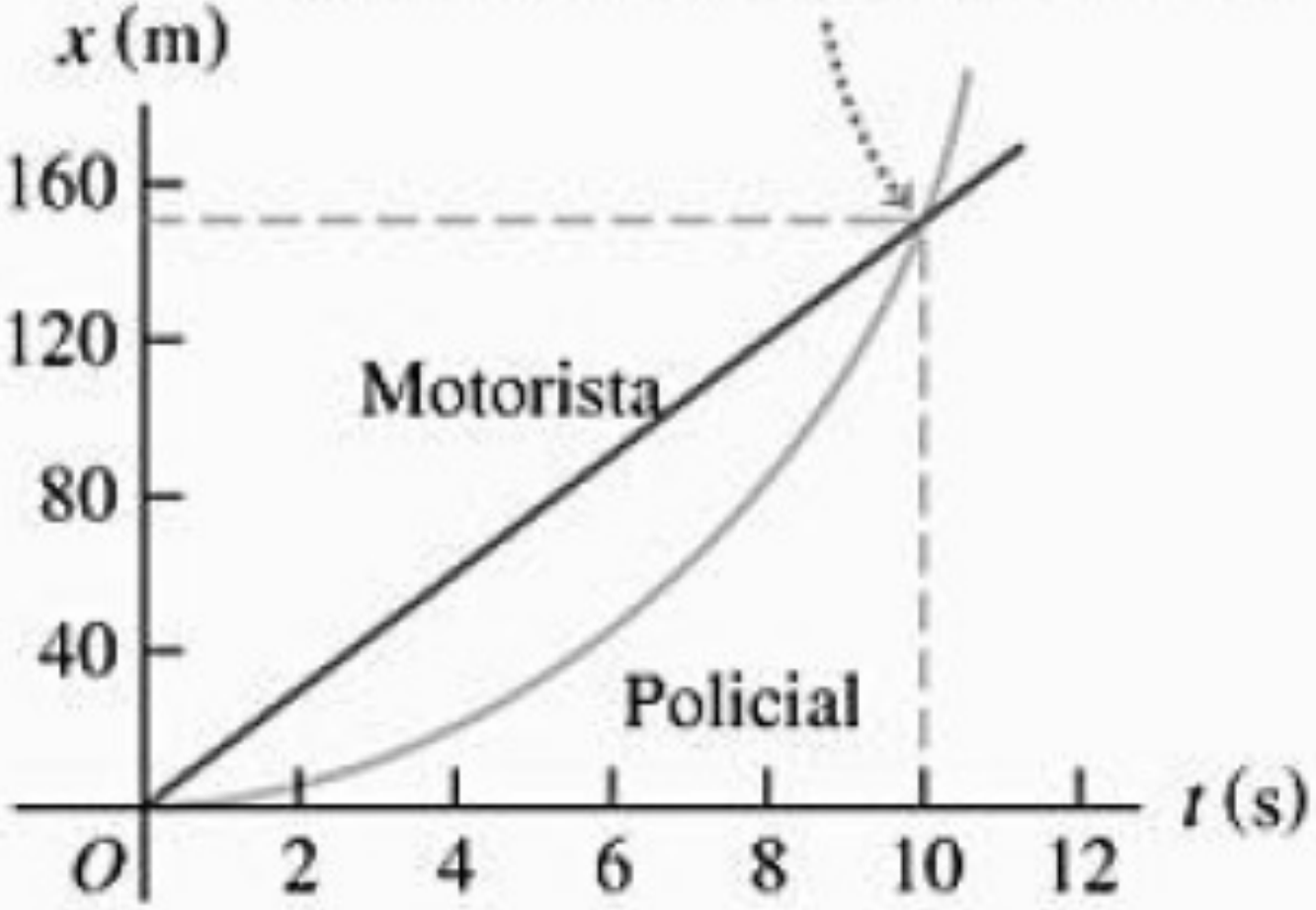
Um motorista dirige um veículo a uma velocidade constante de 54 km/h, excedendo o limite de velocidade da via indicado na placa. Um policial, partindo da placa, acelera sua moto com uma aceleração de 3,0 m/s^2. Nessas condições, pergunta-se:

- Em quanto tempo o policial alcançará o veículo?
- A que velocidade estará o policial no momento do encontro?
- Qual será a posição do encontro, contando-se a partir da placa?





O policial e o motorista se encontram no intervalo *t*, onde seus gráficos *xt* se cruzam.



Resumo

- Ao final dessa aula você deve ser capaz de:
  - Entender o conceito de aceleração
  - Identificar como se comportam a aceleração, a velocidade e a posição no MRUV
  - Definir matematicamente as variáveis no MRUV
  - Aplicar o conceito de derivadas no cálculo da aceleração instantânea e da velocidade
  - Conhecer e saber como aplicar as equações do MRUV na resolução de problemas