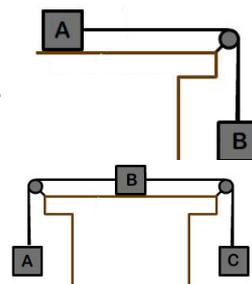


Engenharia, Física Mecânica. Força de Atrito
Prof. Simões

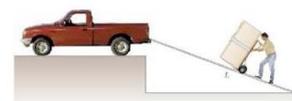
1. Uma pessoa empurra uma caixa de madeira sobre uma superfície horizontal. O coeficiente de atrito estático é 0,5 e o cinético é 0,2. A massa do caixote é de 50 kg. Calcule (1) a força necessária para iniciar o movimento, (2) a força que deve ser aplicada para que a velocidade seja mantida constante e (3) a força a ser aplicada para que ele ganhe uma aceleração de 0,5 m/s²? Resposta: (1) 246 N; (2) 98,2 N; (3) 123 N.
2. Uma locomotiva de peso igual a 80.000 N e cujo coeficiente de atrito cinético é 0,15 desloca uma composição cujo coeficiente de atrito é 0,005. Sabendo-se que a locomotiva arrasta 10 vagões, cada um dos quais pesa 12.000 N, determine (1) a intensidade da força motora que a locomotiva deve exercer para o conjunto caminhar com velocidade constante num trecho plano e (2) num aclave de 10°. Resposta: (1) 12.600 N; (2) 47.100 N.
3. Um ponto material de massa $m=20\text{kg}$ desliza sem atrito por uma superfície horizontal com velocidade de 72 km/h. A seguir ele atinge uma superfície áspera, também horizontal, onde o atrito cinético é de 0,4. Determine o espaço percorrido por esse corpo na superfície áspera, até parar. Resposta: 51 metros.

4. Dois corpos A e B de massas iguais a 10 kg estão ligados por um fio de massa desprezível que passa por uma polia sem atrito. Entre o corpo A e o apoio o coeficiente cinético é de 0,6. Determine a aceleração do conjunto. Resposta: 1,96 m/s².
5. Os corpos A, B e C da figura possuem respectivamente massas iguais a 20 kg, 10 kg e 15 kg. O peso do fio e atrito das polias é desprezível, e o coeficiente de atrito entre B e o apoio é de 0,2. Calcule a aceleração do conjunto. Resposta: 0,653 m/s².



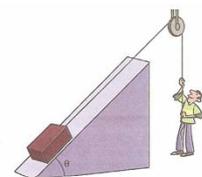
6. Um corpo de 20 N de peso, inicialmente em repouso sobre um plano horizontal, é puxado por uma força F , também horizontal, de 5 N. Determine a velocidade ao fim de 10 s a partir do início de seu movimento, sabendo que o coeficiente de atrito cinético é 0,2. Resposta: 4,91 m/s.

7. Sabendo que o plano ao lado tem inclinação de 30°, que a massa a ser transportada tem 30 kg e que o coeficiente de atrito cinético é de 0,4, qual a força a ser aplicada depois que o corpo já está em movimento para mantê-lo subindo pela rampa? Resposta: 249 N.

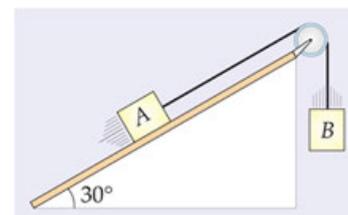


8. Um motorista percebe um obstáculo a 100 m de distância e aplica os freios na capacidade máxima de frenagem, parando exatamente no obstáculo. O automóvel tem massa igual a 1000 kg, e o coeficiente de atrito dos pneus com o asfalto seco é 0,7. Parte A: calcule (1) a desaceleração do veículo, (2) quanto tempo ele demorou para parar e (3) sua velocidade inicial em km/h. Parte B: suponha que a pista estivesse molhada, com coeficiente de atrito igual a 0,2. Assumindo a mesma velocidade inicial, com que velocidade o carro estaria ao atingir o obstáculo? Respostas: Parte A: (1) 6,87 m/s²; (2) 5,4 s; (3) 133 km/h. Parte B: 113 km/h (acidente na certa!)

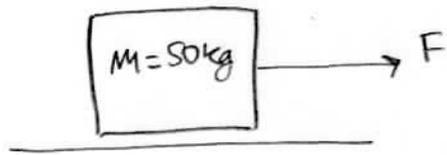
9. Uma caixa precisa ser arrastada rampa acima. O coeficiente de atrito cinético é de 0,3, e a massa da caixa é 10 kg. A rampa tem inclinação de 37°. Qual esforço deve ser feito na corda? Se o corpo fosse colocado sobre rolamentos com coeficiente de atrito desprezível qual seria o esforço? Resposta: 82,5 N sem rolamentos e 59 N com rolamentos.



10. Dois corpos A e B, de massa m_a e m_b respectivamente estão dispostos conforme ilustrado. O plano tem 30° de inclinação e o coeficiente de atrito cinético é de 0,1. Sabe-se que a massa do corpo A é quatro vezes maior que a massa de B. O conjunto estará em repouso ou em movimento? Se houver movimento, ele terá que sentido? Ele será uniforme ou acelerado? Se for acelerado, qual o valor da aceleração? Resposta: O conjunto estará em movimento acelerado para baixo, com aceleração de 1,28 m/s².



①



$$\mu_e = 0,5$$

$$\mu_c = 0,2$$

$$F_{ae} = \mu_e \cdot N$$

$$N = 50 \times 9,81$$

$$N = 491 \text{ N}$$

$$F_{ae} = 0,5 \times 491$$

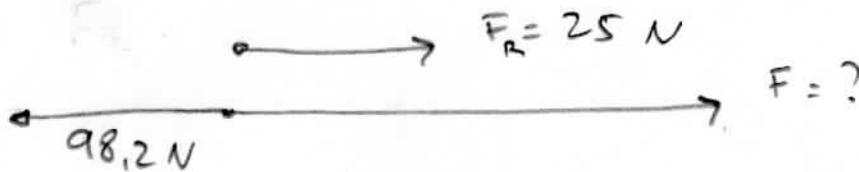
$$F_{ae} = 246 \text{ N} \Rightarrow \text{Resp. (1): } 246 \text{ N}$$

$$F_{ac} = 0,2 \times 491$$

$$F_{ac} = 98,2 \text{ N} \Rightarrow \text{Resp. (2): } 98,2 \text{ N}$$

$$F_R = m \cdot a$$

$$F_R = 50 \cdot 0,5 \Rightarrow F_R = 25 \text{ N}$$



$$F = 98,2 + 25 \Rightarrow F = 123 \text{ N}$$



② $P_{\text{me}} = 20.000 \text{ N}$; $\mu_e = 0,15$
 $P_{\text{emp}} = 10 \times 12.000 \text{ N} = 120.000 \text{ N}$; $\mu_c = 0,005$

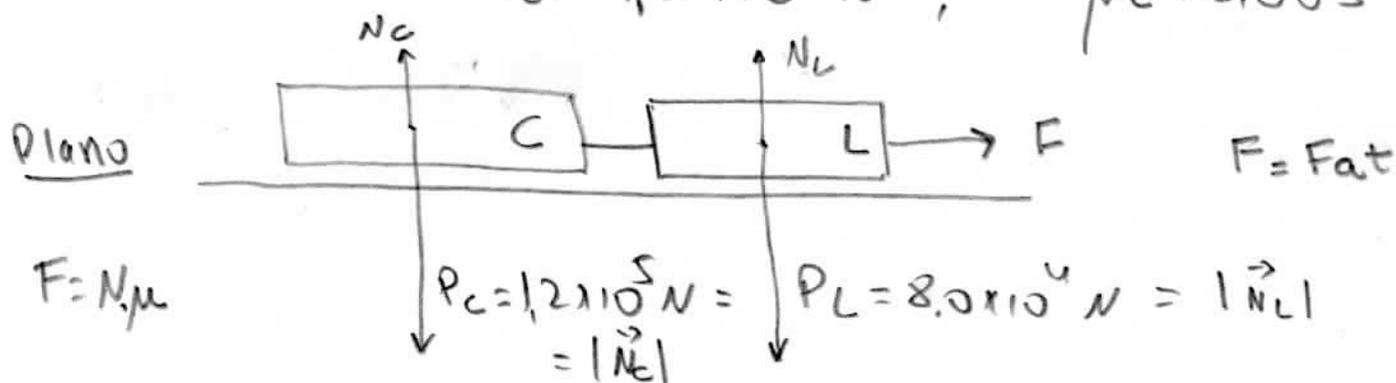
$$F_{\text{at}} = 20.000 + 0,15 \cdot 120.000 + 120.000 \cdot 0,005$$

$$F_{\text{at}} = 1,26 \times 10^4 \text{ N} ; F_{\text{at}} = 12.600 \text{ N}$$

② Locomotiva $\rightarrow P_L = 8,0 \times 10^4 \text{ N}$; $\mu_c = 0,15$

Composiçãw $\rightarrow P_c = 10 \times 12.000 \text{ N}$

$P_c = 1,2 \times 10^5 \text{ N}$; $\mu_c = 0,005$

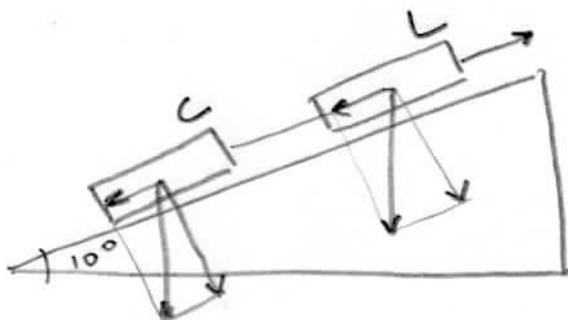


$F_{aL} = 8,0 \times 10^4 \times 0,15 \Rightarrow F_{aL} = 1,2 \times 10^4 \text{ N}$

$F_{aC} = 1,2 \times 10^5 \times 0,005 \Rightarrow F_{aC} = 6,0 \times 10^2 \text{ N}$

$F_{at} = 1,2 \times 10^4 + 6,0 \times 10^2 \Rightarrow F_{at} = 1,26 \times 10^4 \text{ N} \quad (1)$

Active



Locomotiva:

$F_{xL} = P_L \times \text{sen} 10^\circ$

$F_{xL} = 8,0 \times 10^4 \times \text{sen} 10^\circ$

$F_{xL} = 1,39 \times 10^4 \text{ N}$

Composiçãw

$F_{xC} = 1,2 \times 10^5 \times \text{sen} 10^\circ = 2,08 \times 10^4 \text{ N}$

$F_{yC} = 1,2 \times 10^5 \times \text{cos} 10^\circ = 1,18 \times 10^5 \text{ N}$

$F_{yL} = P_L \times \text{cos} 10^\circ$

$F_{yL} = 8,0 \times 10^4 \times \text{cos} 10^\circ$

$F_{yL} = 7,88 \times 10^4 \text{ N}$

$F_{aC} = 1,18 \times 10^5 \times 0,005$

$F_{aC} = 5,91 \times 10^2 \text{ N}$

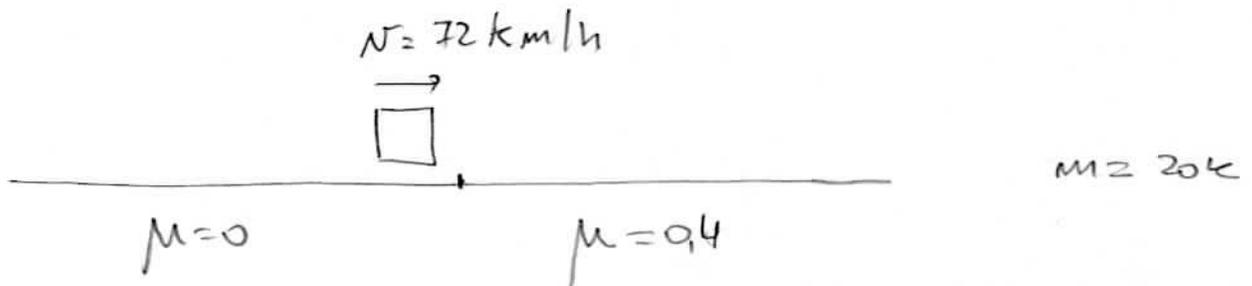
$F_{aL} = 7,88 \times 10^4 \times 0,15$

$F_{aL} = 1,18 \times 10^4 \text{ N}$

$F = (F_{aC} + F_{xC}) + (F_{aL} + F_{xL})$

$F = (5,91 \times 10^2 + 2,08 \times 10^4) + (1,18 \times 10^4 + 1,39 \times 10^4) = 0 \quad \boxed{F = 4,71 \times 10^4 \text{ N}}$

3



$$v = \frac{72}{3,6} \text{ m/s} \Rightarrow v_0 = 20 \text{ m/s}$$

$$F_{at} = \mu \cdot N \Rightarrow F_{at} = 0,4 \times 20 \times 9,81 \Rightarrow F_{at} = 78,5 \text{ N}$$

$$F = m \cdot a \Rightarrow 78,5 = 20 \cdot a \Rightarrow a = 3,92 \text{ m/s}^2$$

$$|\vec{a}| = 3,92 \text{ m/s}^2 ; \quad \vec{a} = -3,92 \text{ m/s}^2 \text{ (desacel.)}$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{v - v_0}{a} \Rightarrow \Delta t = \frac{0 - 20}{-3,92}$$

$$\Delta t = 5,1 \text{ s}$$

$$x - x_0 = \frac{v + v_0}{2} \cdot \Delta t$$

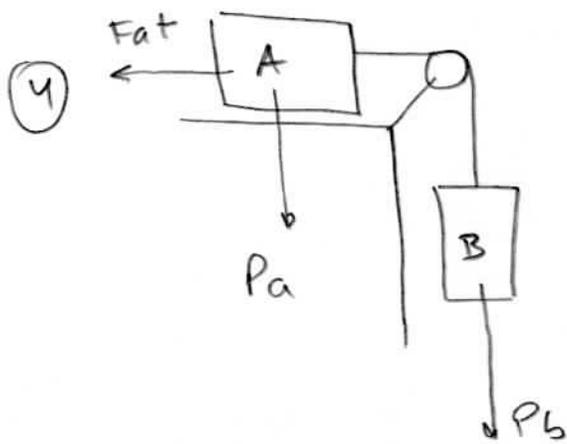
$$\Delta x = \frac{0 + 20}{2} \cdot 5,1 \Rightarrow \Delta x = 51 \text{ m}$$

OU

$$v^2 - v_0^2 = 2 \cdot a \cdot \Delta x$$

$$0^2 - 20^2 = 2 \cdot (-3,92) \cdot \Delta x$$

$$\Delta x = \frac{-400}{-7,84} \Rightarrow \Delta x = 51 \text{ m}$$



$$P_a = 10 \times 9,81$$

$$P_a = 98,1 \text{ N}$$

$$P_b = 10 \times 9,81$$

$$P_b = 98,1 \text{ N}$$

$$F_{at} = N \cdot \mu \Rightarrow F_{at} = 98,1 \times 0,6 \Rightarrow F_{at} = 58,9 \text{ N}$$

Força no cabo $\Rightarrow F_t = P_b - F_{at}$

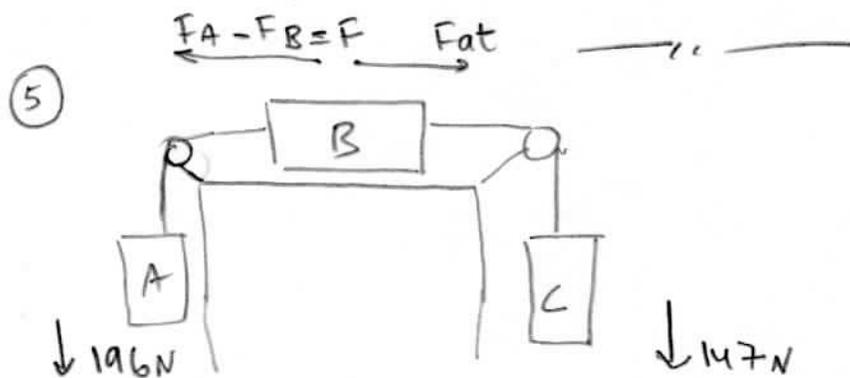
$$F_t = 98,1 - 58,9 \Rightarrow F_t = 39,2 \text{ N}$$

Aceleração $\Rightarrow F_t = (m_a + m_b) \cdot a$

$$39,2 = (10 + 10) \cdot a$$

$$a = \frac{39,2}{20} \Rightarrow$$

$$a = 1,96 \text{ m/s}^2$$



$$P_A = 20 \times 9,81 = 196 \text{ N}$$

$$P_B = 10 \times 9,81 = 98,1 \text{ N}$$

$$P_C = 15 \times 9,81 = 147 \text{ N}$$

$$F_{at} = 98,1 \times 0,2 \Rightarrow F_{at} = 19,6 \text{ N}$$

$$F = 196 - 147 \Rightarrow F = 49 \text{ N}$$

$$F_t = F - F_{at} \Rightarrow F_t = 49 - 19,6 \Rightarrow F_t = 29,4 \text{ N}$$

$$F_t = m_t \cdot a \Rightarrow 29,4 = (20 + 10 + 15) \cdot a \Rightarrow \boxed{a = 0,653 \text{ m/s}^2}$$

$$\textcircled{6} \quad F_{at} = N \cdot \mu \Rightarrow F_{at} = 20 \cdot 0,2 \Rightarrow F_{at} = 4 \text{ N}$$

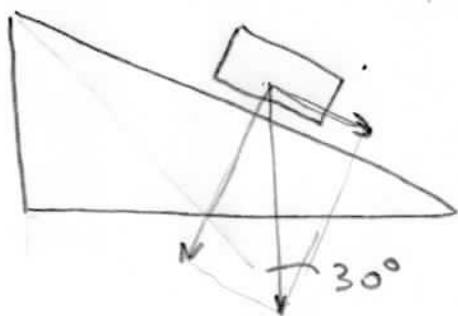
$$F_t = 5 - 4 \Rightarrow F_t = 1 \text{ N}$$

$$F = m \cdot a \Rightarrow 1 = \frac{P}{g} \cdot a \Rightarrow 1 = \frac{20}{9,81} \cdot a$$

$$a = \frac{9,81}{20} \Rightarrow a = 0,491 \text{ m/s}^2$$

$$v = v_0 + a \cdot \Delta t \Rightarrow v = 0 + 0,491 \cdot 10 \Rightarrow v = 4,91 \text{ m/s}$$

$\textcircled{7}$



$$P = m \cdot g$$

$$P = 30 \cdot 9,81$$

$$P = 294 \text{ N}$$

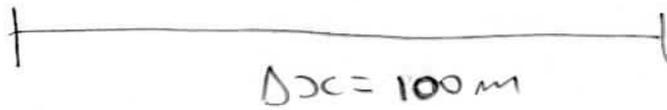
$$F_x = 294 \cdot \sin 30^\circ \Rightarrow F_x = 147 \text{ N}$$

$$F_y = 294 \cdot \cos 30^\circ \Rightarrow F_y = 255 \text{ N} = N$$

$$F_{at} = N \cdot \mu \Rightarrow F_{at} = 255 \times 0,4 \Rightarrow F_{at} = 102 \text{ N}$$

$$F_t = F_{at} + F_x \Rightarrow F_t = 102 + 147 \Rightarrow F_t = 249 \text{ N}$$

⑧ Parte A



$$\begin{aligned} P &= m \cdot g \\ P &= 1000 \cdot 9,81 \\ P &= 9810 \text{ N} \\ N &= 9810 \text{ N} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_{at} &= N \cdot \mu \Rightarrow F_{at} = 9810 \times 0,7 \\ F_{at} &= 6867 \text{ N} \end{aligned}$$

$$F = m \cdot a \Rightarrow 6867 = 1000 \cdot a \Rightarrow a = 6,87 \text{ m/s}^2$$

$$\vec{a} = -6,87 \text{ m/s}^2 \quad (\text{desaceleração})$$

$$\begin{aligned} v &= v_0 + a \Delta t \\ 0 &= v_0 - 6,87 \Delta t \Rightarrow v_0 = 6,87 \Delta t \end{aligned}$$

$$x - x_0 = \frac{v + v_0}{2} \cdot \Delta t$$

$$100 = \frac{0 + 6,87 \Delta t}{2} \cdot \Delta t$$

$$200 = 6,87 \Delta t^2 \Rightarrow \Delta t = \sqrt{\frac{200}{6,87}}$$

$$\Delta t = 5,4 \text{ s}$$

$$\therefore v_0 = 6,87 \times 5,4 \Rightarrow v_0 = 37,1 \text{ m/s}$$

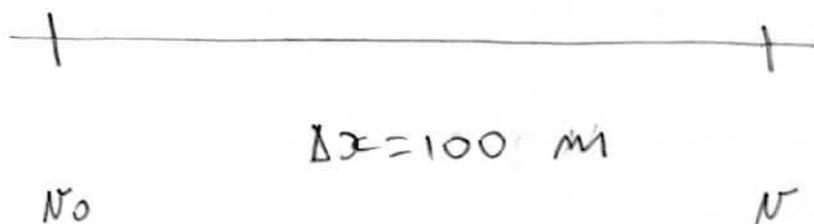
$$v_0 = 37,1 \times 3,6 \text{ km/h} \Rightarrow v_0 = 133 \text{ km/h}$$

8) Parte B

$$P = 1000 \times 9,81 \Rightarrow P = 9810 \text{ N} = |\vec{N}|$$

$$F_{at} = N \cdot \mu \Rightarrow F_{at} = 9810 \times 0,2$$

$$F_{at} = 1,96 \times 10^3 \text{ N}$$



$$F = m \cdot a$$
$$1,96 \times 10^3 = 1000 \cdot a \Rightarrow a = 1,96 \text{ m/s}^2$$

$$\vec{a} = -1,96 \text{ m/s}^2$$

$$N_0 = \frac{133}{3,6} \Rightarrow N_0 = 37,1 \text{ m/s} \quad (\text{Ver problema 8})$$

$$N = N_0 + a \Delta t \Rightarrow N = 37,1 - 1,96 \cdot \Delta t$$

$$x - x_0 = \frac{N + N_0}{2} \cdot \Delta t$$

$$100 = \frac{(37,1 - 1,96 \Delta t) + 37,1}{2} \cdot \Delta t$$

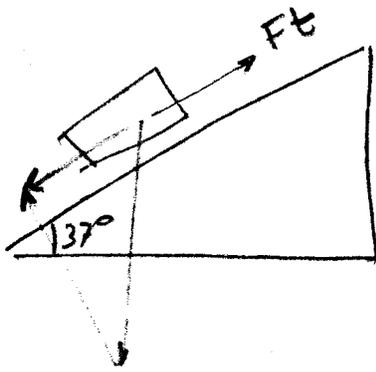
$$200 = 74,2 \Delta t - 1,96 \cdot \Delta t^2$$

$$\text{Por Bháskara} \Rightarrow \Delta t = 2,92 \text{ s}$$

$$N = 37,1 - 1,96 \times 2,92 \Rightarrow N = 31,4 \text{ m/s} = 113 \text{ km/h}$$

$$0 \Rightarrow N^2 - N_0^2 = 2 a \Delta x \Rightarrow N^2 = 37,1^2 - 2 \times 1,96 \times 100 \Rightarrow N = 31,4 \text{ m/s}$$

(9)



$$P = 10 \times 9,81$$

$$P = 98,1 \text{ N}$$

$$F_x = 98,1 \times \text{sen } 37^\circ$$

$$F_x = 59 \text{ N} \quad (\text{sem atrito})$$

$$F_y = 98,1 \times \text{cos } 37^\circ$$

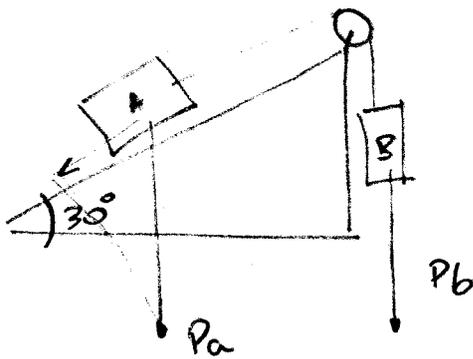
$$F_y = 78,4 \text{ N}$$

$$F_{at} = 78,4 \times 0,3 \Rightarrow F_{at} = 23,5 \text{ N}$$

$$F_t = 59 + 23,5 \Rightarrow F_t = 82,5 \text{ N} \quad (\text{com atrito})$$

— / —

(10)



$$m_a = 4 m_b$$

$$P_a = m_a \times g$$

$$P_a = 4 m_b \times g$$

$$P_b = m_b \times g$$

$$F_x = P_a \cdot \text{sen } 30$$

$$F_x = 4 m_b \cdot g \cdot \text{sen } 30^\circ \Rightarrow F_x = 2 m_b \cdot g$$

$F_x > P_b \therefore$
A está descendo

$$F_y = |\vec{N}| = P_a \cdot \text{cos } 30^\circ \Rightarrow F_y = 4 \cdot m_b \cdot g \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow F_y = 2\sqrt{3} \cdot m_b \cdot g$$

$$F_{at} = 2\sqrt{3} \cdot m_b \cdot g \cdot 0,1 \Rightarrow F_{at} = 0,2\sqrt{3} m_b \cdot g = 0,346 m_b \cdot g$$

$$p/\text{baixo} \Rightarrow F_x = 2 m_b \cdot g$$

$$p/\text{cima} \Rightarrow F_{at} + P_b = 0,346 m_b \cdot g + m_b \cdot g = 1,346 m_b \cdot g$$

$F_x > F_{at} + P_b \therefore$ A está descendo

(10) continuação

$$\text{Força p/ baixo} \Rightarrow F_{\text{baixo}} = 2 \text{ mb} \cdot g$$

$$\text{Força p/ cima} \Rightarrow F_{\text{cima}} = 1,346 \text{ mb} \cdot g$$

$$\text{Resultante} \Rightarrow F = 2,0 \text{ mb} \cdot g - 1,346 \text{ mb} \cdot g$$

$$F = 0,65 \text{ mb} \cdot g$$

$$\begin{aligned} \text{Aceleração do conjunto} \Rightarrow F &= m \cdot a \\ F &= (m_a + m_b) \cdot a \\ F &= (4m_b + m_b) \cdot a \\ F &= 5m_b \cdot a \end{aligned}$$

$$\text{Igualando} \Rightarrow 0,65 \text{ mb} \cdot g = 5m_b \cdot a$$

$$0,65 g = 5a$$

$$a = \frac{0,65 \times 9,81}{5}$$

$$a = 1,28 \text{ m/s}^2$$