

Exemplos

1. Calcule as derivadas das seguintes funções:

a) $f(x) = 4x^3$

$$\frac{d}{dx} 4x^3 = 4 \cdot 3 \cdot x^2 = 12x^2$$

b) $f(x) = x^{\frac{3}{4}}$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} x^{\frac{3}{4}} &= \frac{3}{4} \cdot x^{\frac{3}{4}-1} = \frac{3}{4} \cdot x^{\frac{3-4}{4}} = \frac{3}{4} \cdot x^{-\frac{1}{4}} \\ &= \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{x^{\frac{1}{4}}} = \frac{3}{4\sqrt[4]{x}} \end{aligned}$$

c) $f(x) = \sqrt[3]{x}$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} \sqrt[3]{x} &= \frac{d}{dx} x^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3} x^{\frac{1}{3}-1} = \frac{1}{3} x^{-\frac{2}{3}} \\ &= \frac{1}{3} x^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{3} \frac{1}{x^{\frac{2}{3}}} = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} \end{aligned}$$

2. Calcule a derivada das funções abaixo para o valor fornecido:

a) $f(x) = 3x^3 + 2x^2 - 6$, para $x = 2$

$$\frac{d}{dx} (3x^3 + 2x^2 - 6) = 9x^2 + 4x$$

$$p/ x=2 \Rightarrow 9 \cdot 2^2 + 4 \cdot 2 = 36 + 8 = 44$$

$$b) f(x) = \frac{2x^4}{5} + \frac{2}{3x^7}, \text{ para } x = 1$$

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{2x^4}{5} + \frac{2}{3x^7} \right) = \frac{d}{dx} \left(\frac{2}{5} \cdot x^4 + \frac{2}{3} \cdot x^{-7} \right) =$$

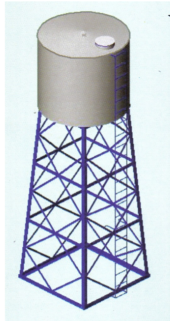
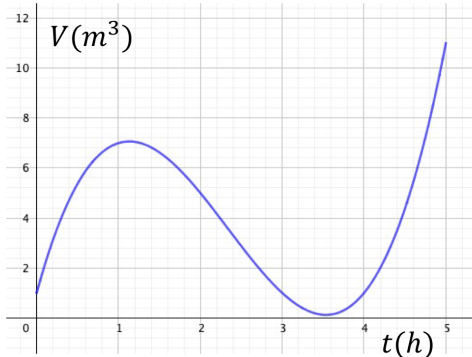
$$\frac{2}{5} \cdot 4 \cdot x^3 + \frac{2}{3} (-7) \cdot x^{-7-1} = \frac{8}{5} \cdot x^3 - \frac{14}{3} \cdot x^{-8}$$

$$e) x=1 \Rightarrow \frac{8}{5} \cdot 1^3 - \frac{14}{3} \cdot 1^{-8} = \frac{8}{5} - \frac{14}{3} =$$

$$= \frac{24 - 70}{15} = -\frac{46}{15}$$

Aplicação

- Um reservatório é alimentado e ao mesmo tempo seu fluido é consumido em um processo entre 0h00 e 5h00. O volume do reservatório, em m^3 , é dado pela função $V(t) = t^3 - 7t^2 + 12t + 1$. Calcule a vazão do tanque em m^3/h do reservatório às 2h00 e às 4h30. Indique se o fluxo maior é de alimentação ou de consumo.



Resposta: 2h00: $-4,0 m^3/h$, consumo; 4h30: $9,75 m^3/h$, alimentação.

$$\text{vazão} = \frac{d}{dt} V(t)$$

$$\text{vazão} = Q(t)$$

$$\frac{d}{dt} (t^3 - 7t^2 + 12t + 1) = 3t^2 - 14t + 12$$

$$\therefore Q(t) = 3t^2 - 14t + 12$$

$$Q(2) = 3 \cdot 2^2 - 14 \cdot 2 + 12 = 12 - 28 + 12 = -4,0 m^3/h$$

$$Q(4,5) = 3 \cdot 4,5^2 - 14 \cdot 4,5 + 12 = 60,75 - 63 + 12 = 9,75 m^3/h$$