Transferência de Calor
Condução: paredes planas

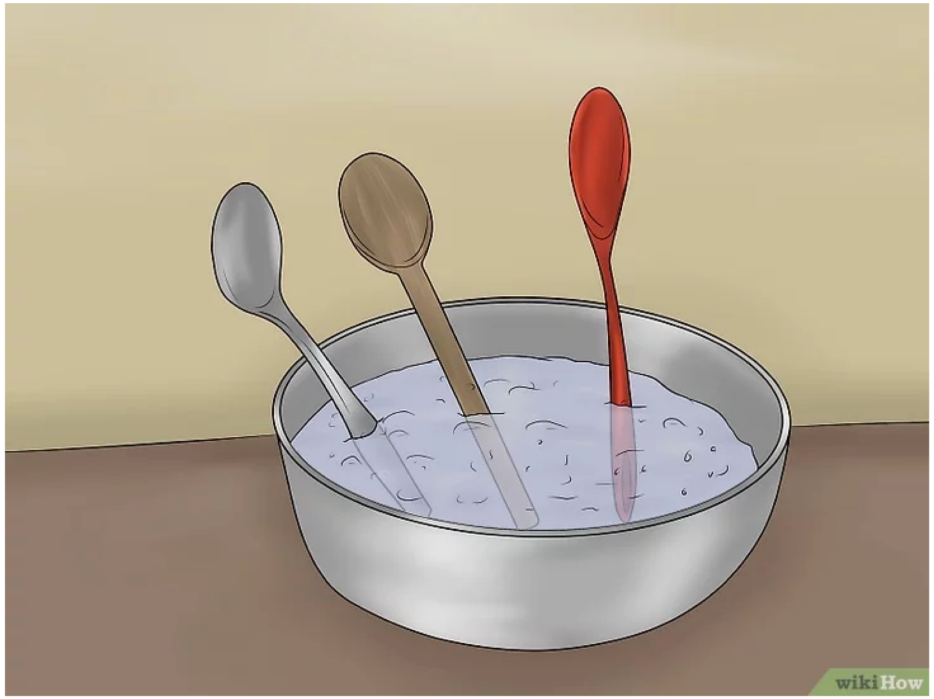
Prof. Marco A. Simões

Objetivos da aula

- Entender o processo da condução térmica
- Aplicar a Lei de Fourier à condução térmica
- Entender o significado do coeficiente de contutividade térmica
- Estabelecer uma analogia entre a Lei de Fourier e a Lei de Ohm
- Aplicar essa analogia na resolução de problemas práticos

Condução

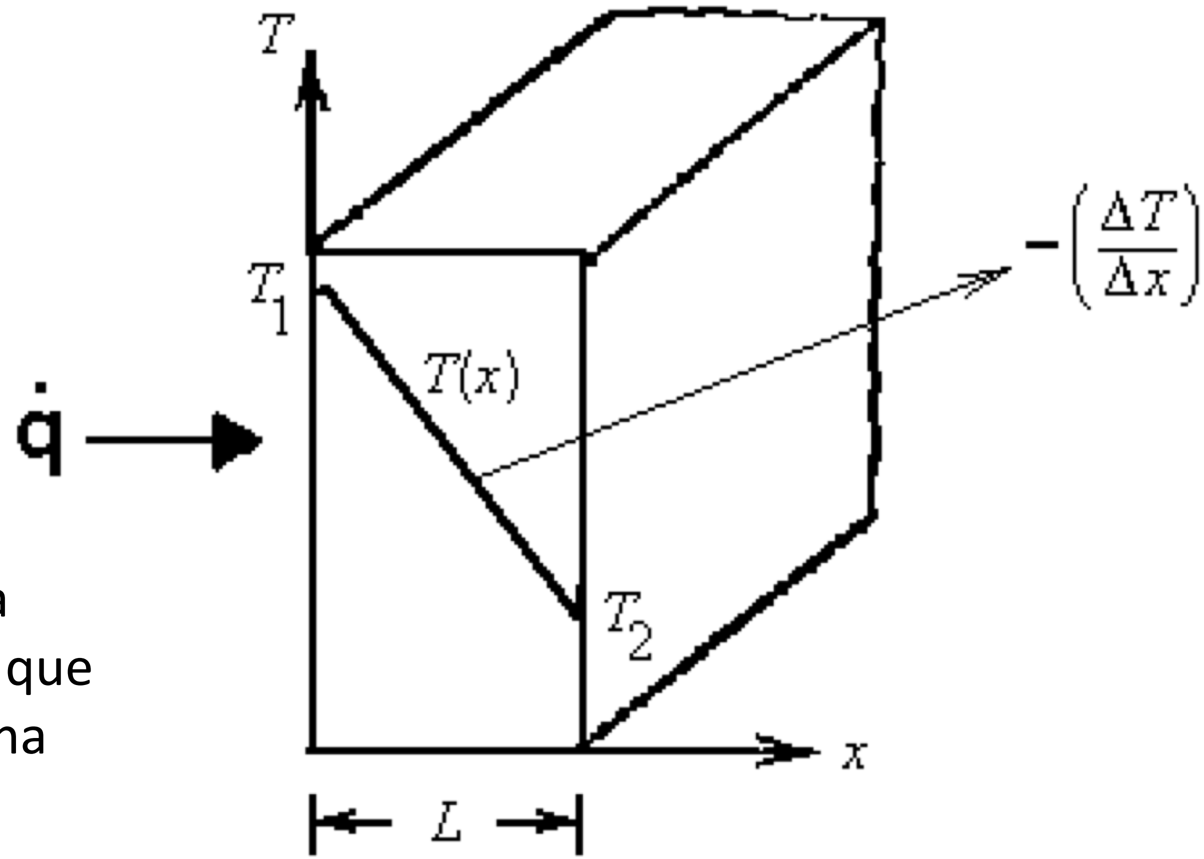
- Exige a presença de massa (sólido, líquido ou gasoso)
- Não há movimento de massa
- Depende do tipo de material
- Exemplo: colheres de diferentes materiais



Condução - condições

- **Unidimensional**: apenas a direção predominante é considerada

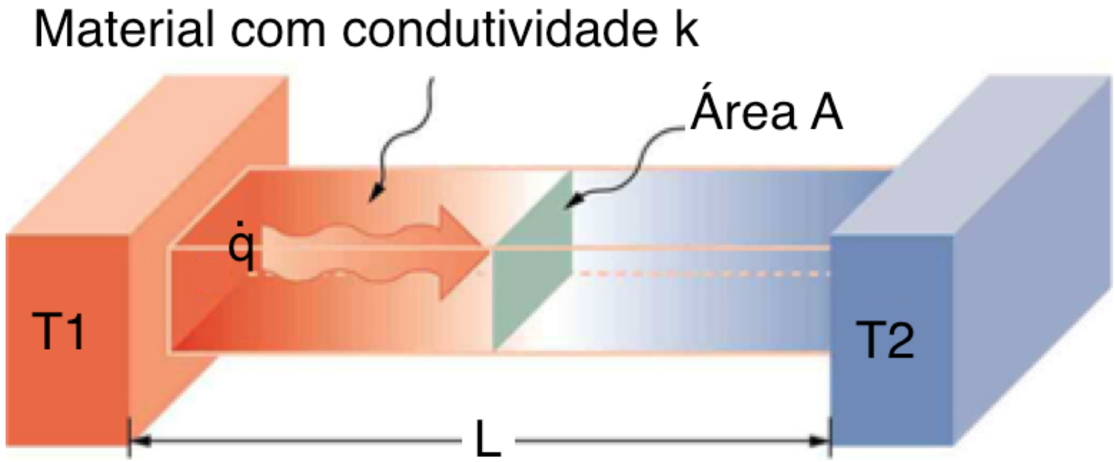
- **Regime permanente**: as temperaturas T1 e T2 são constantes.



Essas condições atendentem à maioria dos projetos, e são as que consideraremos nessa disciplina

Lei de Fourier – fluxo unidimensional

$$\dot{q} = -k \cdot A \cdot \frac{dT}{dx}$$



$\dot{q} \rightarrow fluxo\ de\ calor\ \left[W\ ou\ \frac{J}{s}\right]$

$k \rightarrow condutividade\ térmica\ \left[\frac{W}{mK}\ ou\ \frac{W}{m°C}\right]$

$A \rightarrow área\ [m^2]$

$\frac{dT}{dx} \rightarrow gradiente\ de\ temperatura, isto\ é,$

$queda\ em\ função\ da\ distância\ \left[\frac{K}{m}\ ou\ °\frac{C}{m}\right]$

Lei de Fourier

- Considerando regime permanente e material homogêneo (k e A constantes), podemos fazer:

$$\dot{q} = -k \cdot A \cdot \frac{dT}{dx} \Rightarrow \dot{q} \cdot dx = -k \cdot A \cdot dT$$

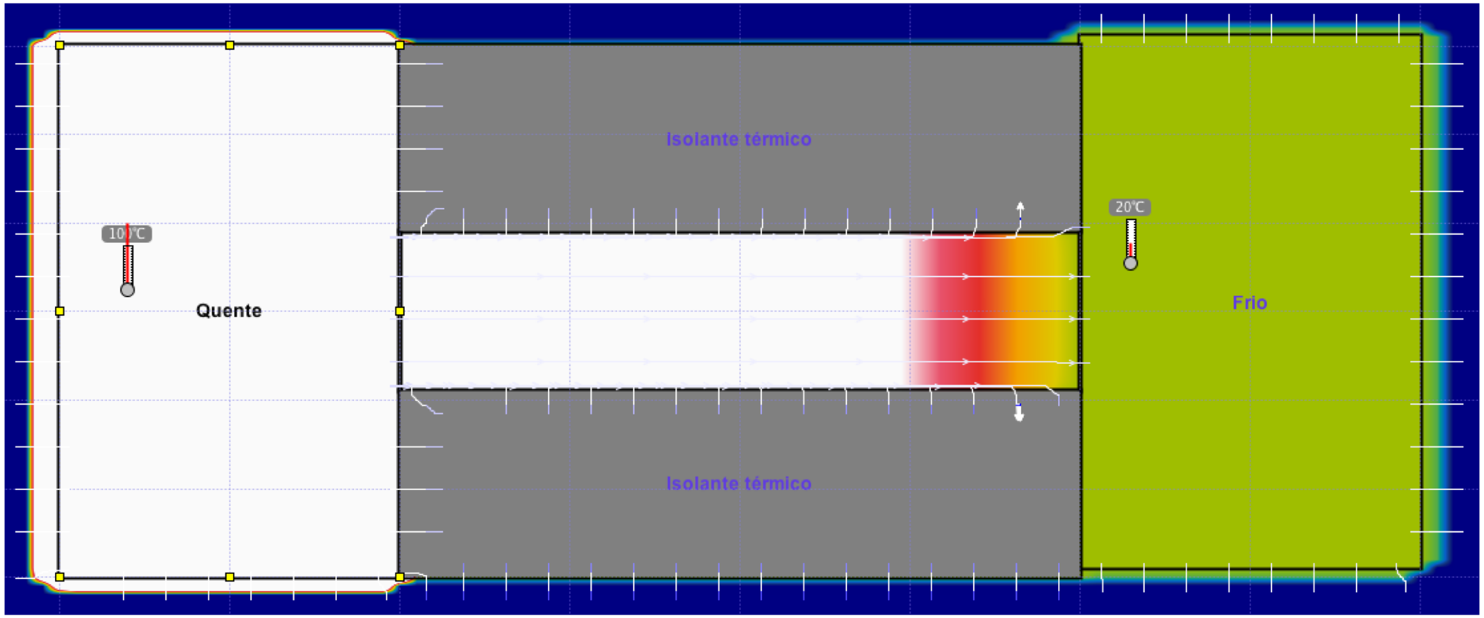
$$\int_{0}^{L} \dot{q} \cdot dx = -\int_{T_1}^{T_2} k \cdot A \cdot dT$$

$$\dot{q}(L - 0) = -k \cdot A \cdot (T_2 - T_1)$$

$$\boldsymbol{\dot{q} = k \cdot A \cdot \frac{T_1 - T_2}{L}} \qquad T_1 > T_2$$

Exemplo

- Um barra de 400 mm de comprimento, feita de um material cuja condutividade térmica é $k = 200 \frac{W}{mK}$, une um ambiente a 100 ˚C a outro a 20 ˚C. A barra tem um diâmetro de 20 mm. Calcule o fluxo de calor através da barra (W) e o fluxo por metro quadrado (W/m^2)



Exemplo

$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = \frac{\pi \cdot 0{,}020^2}{4} = 3{,}14 \cdot 10^{-2}\ m^2$$

$$\dot{q} = k \cdot A \cdot \frac{T_1 - T_2}{L} \Rightarrow$$

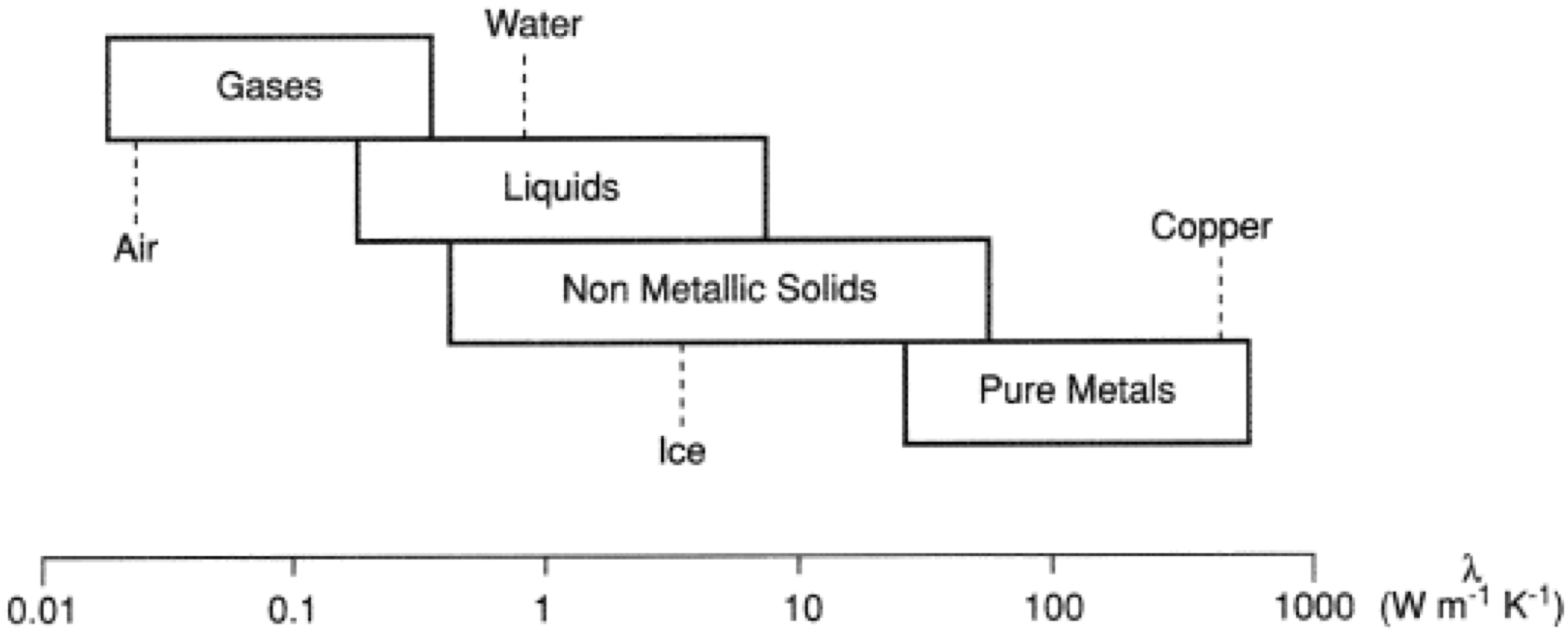
$$\dot{q} = 200 \cdot 3{,}14 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{100 - 20}{0{,}400} \Rightarrow$$

$$\dot{q} = 1{,}26 \cdot 10^3\ W$$

$$\frac{\dot{q}}{A} = \frac{1{,}26 \cdot 10^3}{3{,}14 \cdot 10^{-2}} = 4{,}0 \cdot 10^5\ \frac{W}{m^2}$$

Condutividade térmica

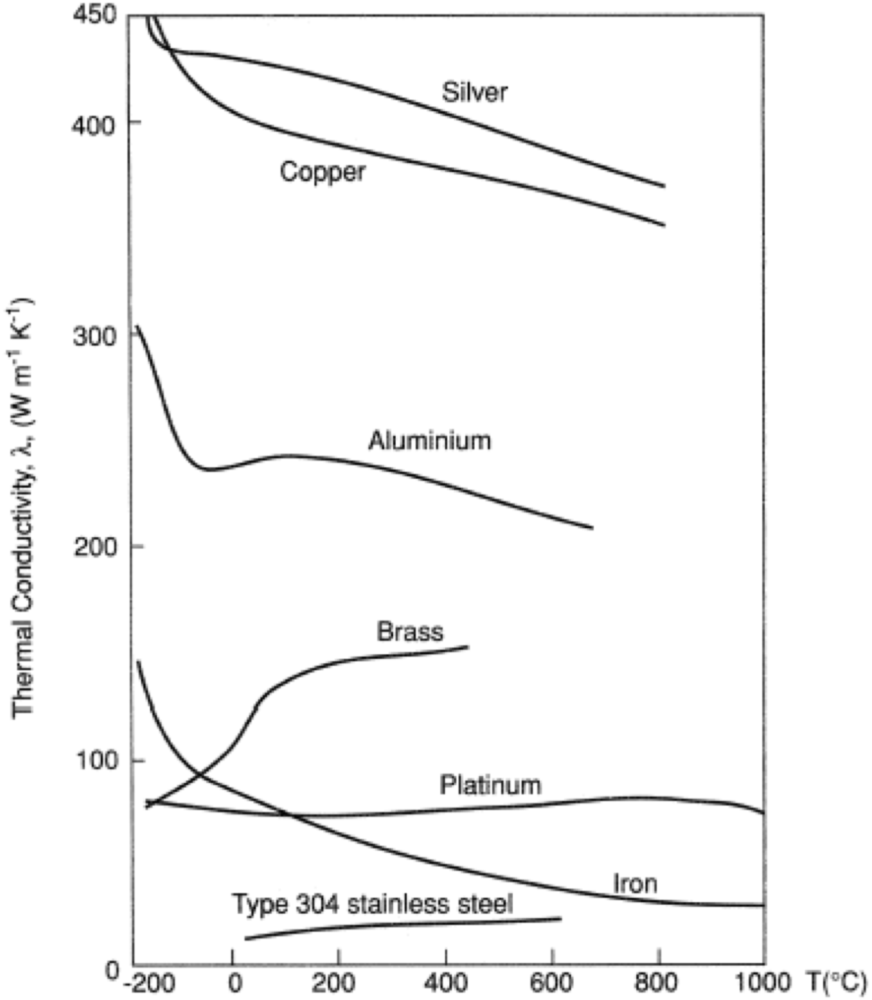
- A condutividade térmica expressa a facilidade com que o material conduz calor. Em geral, bons condutores elétricos são também bons condutores térmicos.



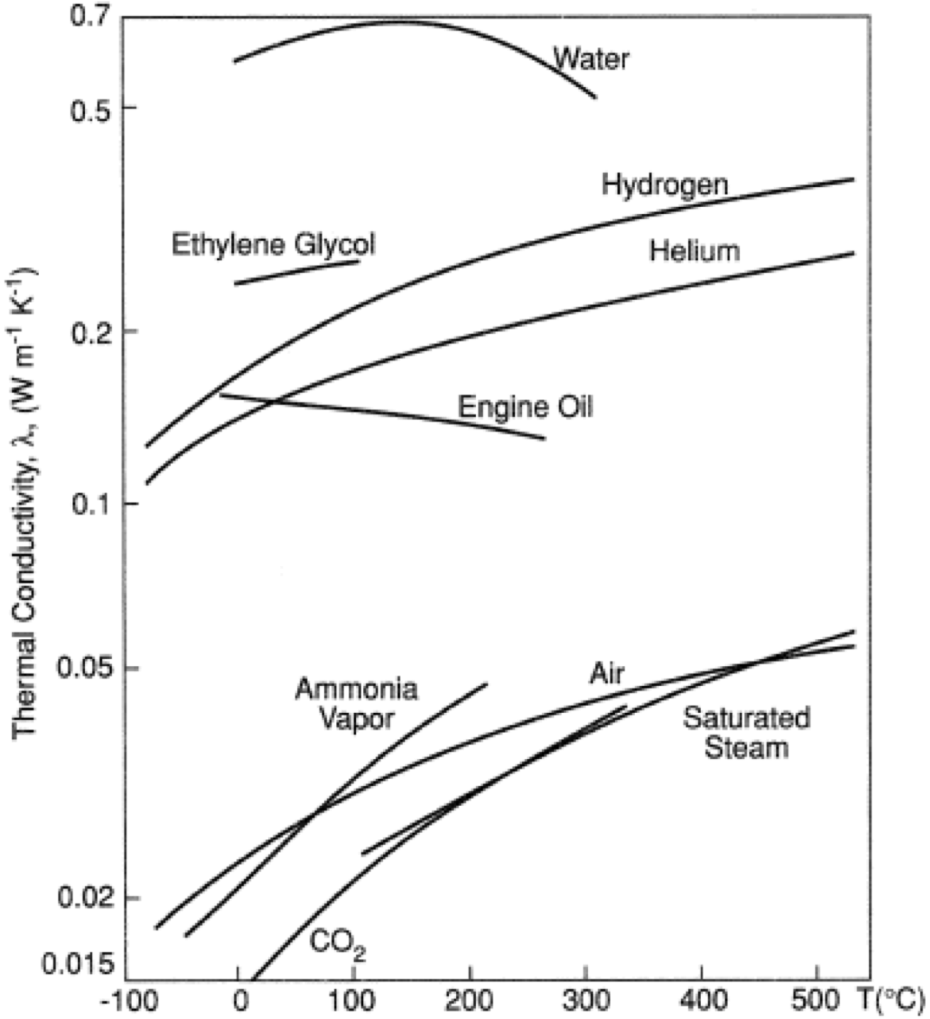
http://www.thermopedia.com/content/1187/

Condutividade térmica

- A condutividade térmica depende da temperatura



Metais



Líquidos e Gases

Coeficientes de condutividade térmica

Material	T ensaio °C	k em W/(m°C)	Material	T ensaio °C	k em W/(m°C)
Água	25	0,58	Gelo	0	2,21
Alvenaria, concreto leve	20	1,1	Gesso em placas	s/ dado	0,21/0,41
Amianto em placas	40	0,29	Lã de rocha	s/ dado	0,063
Areia seca	20	0,33	Lã de vidro	s/ dado	0,044
Areia úmida	20	1,13	Madeira	s/ dado	0,16
Argila 10% água	s/ dado	1,2/2,3			
Asfalto	s/ dado	0,73	Mármore	s/ dado	1,00/1,57
Borracha esponjosa	20	0,055	Nylon	s/ dado	0,23
			Parafina	25	0,25
Borracha macia	20	0,18	Pexiglas	20	0,18
Cerâmica (azulejo)	s/ dado	1,06	Polietileno	s/ dado	0,35
Cimento-amianto placas	s/ dado	1,26	Polietileno espuma	s/ dado	0,025/0,030
			PVC	25	0,19
Concreto armado	20	1,51	Reboco	20	0,79
			Serragem	25	0,06
Cortiça	s/ dado	0,054	Tijolo maciço	s/ dado	0,61
Couro	20	0,14/0,16	Vidro	17	0,72
Ebonite	0	0,16	Vidro	100	0,76

Coeficientes de condutividade térmica

MATERIAL ISOLANTE TÉRMICO	CONDUTIBILIDADE TÉRMICA A 70°C	
	(kcal/m.h.°C)	(W/m.°C)
Argamassa de vermiculita	0,112	0,130
Silicato de cálcio – calha bipartida	0,053	0,062
Espuma de polietileno – bainha	0,044	0,051
Lã de vidro – revestida de alumínio	0,040	0,047
Lã de rocha – calha bipartida	0,033	0,039
Lã de vidro – calha bipartida	0,031	0,036
Poliestireno (isopor)	0,028	0,033
Poliuretano – calha bipartida	0,020	0,023

https://www.aecweb.com.br/cont/m/rev/como-escolher-o-isolamento-termico-para-as-tubulacoes-de-agua-quente_16832_10_0

Exemplo

Uma caixa de isopor usada para manter as bebidas frias possui área total (incluindo a tampa) igual a 0,80 m^2, e a espessura de sua parede mede 2,0 cm. A caixa está cheia de água, gelo e latas de Coca-Cola a 0 °C. Qual é a taxa de fluxo de calor para o interior da caixa, se a temperatura da parede externa for 30 °C? Qual é a quantidade de gelo que se liquefaz durante 2 horas?

Dados: $k = 0{,}01\,\frac{W}{mK}$; $\quad L_f = 3{,}33{\times}10^5\,\frac{J}{kg}$

Resolução

1. Fluxo de calor que entra na caixa

$$\dot{q} = k \cdot A \cdot \frac{T_1 - T_2}{L}$$

$$\dot{q} = 0{,}01 \cdot 0{,}8 \cdot \frac{30 - 0}{0{,}02}$$

$$\dot{q} = 12\ W$$

2. Calor acumulado em 2,0 horas

$$\Delta t = 2{,}0\ horas = 2{,}0 \cdot 60 \cdot 60 = 7200\ s$$

$$Q = \dot{q} \cdot \Delta t \Rightarrow Q = 12 \cdot 7200 \Rightarrow$$

$$Q = 8{,}64 \times 10^4\ J$$

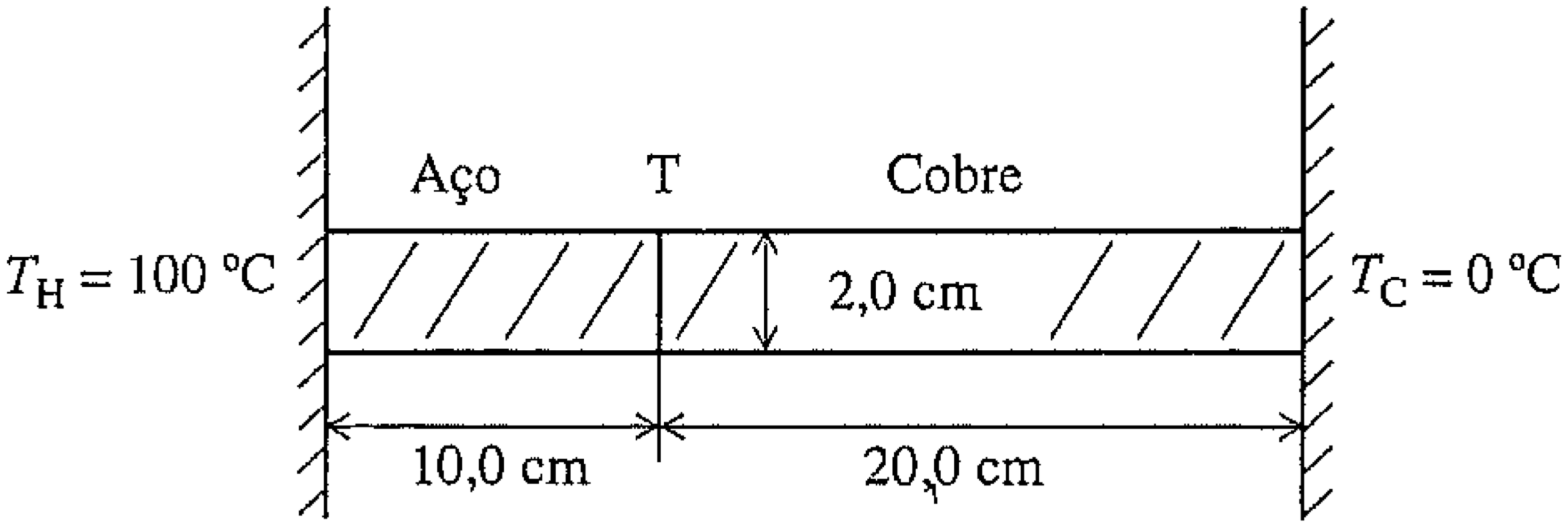
3. Quantidade de gelo fundido

$$Q = m \cdot L_f \Rightarrow m = \frac{Q}{L_f} \Rightarrow m = \frac{8{,}64 \times 10^4}{3{,}33 \times 10^5} \Rightarrow m = 0{,}259\ kg$$

Exemplo

Uma barra de aço de 10,0 cm de comprimento é soldada pela extremidade a uma barra de cobre de 20,0 cm de comprimento. As duas barras são perfeitamente isoladas em suas partes laterais. A seção transversal das duas barras é um quadrado de lado igual a 2,0 cm. A extremidade livre da barra de aço é mantida a 100 °C pelo contato com vapor d'água obtido por ebulição, e a extremidade livre da barra de cobre é mantida a O °C por estar em contato com gelo. Calcule a temperatura T na junção entre as duas barras e a taxa total da transferência de calor.

Dados $k_{aço} = 50{,}2\,\frac{W}{mK}$; $k_{cobre} = 385\,\frac{W}{mK}$



Resolução

O fluxo de calor nas duas barras é o mesmo:

$$\dot{q}_{aço} = \dot{q}_{cobre}$$

$$k_{aço} \cdot A \cdot \frac{T_H - T}{L_{aço}} = k_{cobre} \cdot A \cdot \frac{T - T_C}{L_{cobre}}$$

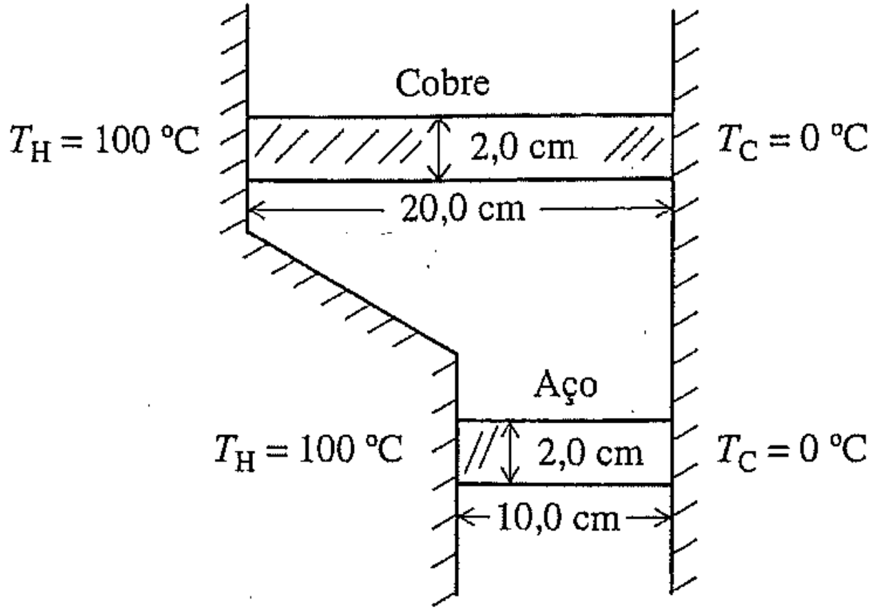
$$50{,}2 \cdot \frac{100 - T}{0{,}10} = 385 \cdot \frac{T - 0}{0{,}20} \Rightarrow T = 20{,}7°C$$

Para encontrar o fluxo de calor, substituímos T em qualquer das duas equações:

$$\dot{q} = k_{aço} \cdot A \cdot \frac{T_H - T}{L_{aço}} = 50{,}2 \cdot 0{,}02^2 \cdot \frac{100 - 20{,}7}{0{,}10} \Rightarrow \dot{q} = 15{,}9\ W$$

Exemplo

No exemplo anterior, suponha que as duas barras estejam separadas. Uma extremidade de cada barra é mantida a 100 °C e a outra extremidade é mantida a O °C. Qual é a taxa total de transferência de calor nas duas barras?



Resolução

A transferência total de calor será a soma do calor transferido por cada barra.

$$\dot{q} = k_{aço} \cdot A \cdot \frac{T_H - T_C}{L_{aço}} + k_{cobre} \cdot A \cdot \frac{T_H - T_C}{L_{cobre}}$$

$$\dot{q} = 50{,}2 \cdot 0{,}020^2 \cdot \frac{100 - 0}{0{,}10} + 385 \cdot 0{,}02^2 \cdot \frac{100 - 0}{0{,}20}$$

$$\dot{q} = 20{,}1 + 77{,}0$$

$$\dot{q} = 97{,}1\, W$$

Exemplo

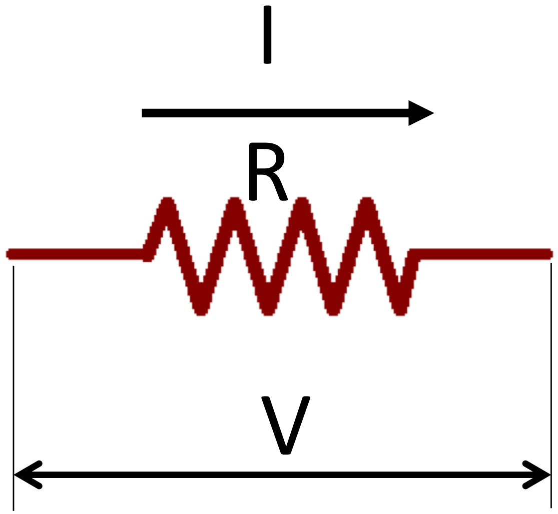
Um equipamento condicionador de ar deve manter uma sala, de 10 m de comprimento, 5,0 m de largura e 2,5 m de altura a 22 °C. As paredes da sala, de 25 cm de espessura, são feitas de tijolos com condutividade térmica de $k = 0{,}14\,\frac{kcal}{h \cdot m°C}$.

Considerando a troca de calor apenas pelas paredes e teto (desconsiderando piso, janelas e portas), que calor deve ser extraído da sala em BTU/h em um dia em que a temperatura externa é de 35 °C? Qual seria a potência requerida em HP?

Resistência térmica

- Um valor muito usado nos cálculos térmicos para simplificação é o valor da **resistência térmica R**.
- Ele vem da analogia com a Lei de Ohm:

$$V = R \cdot I$$



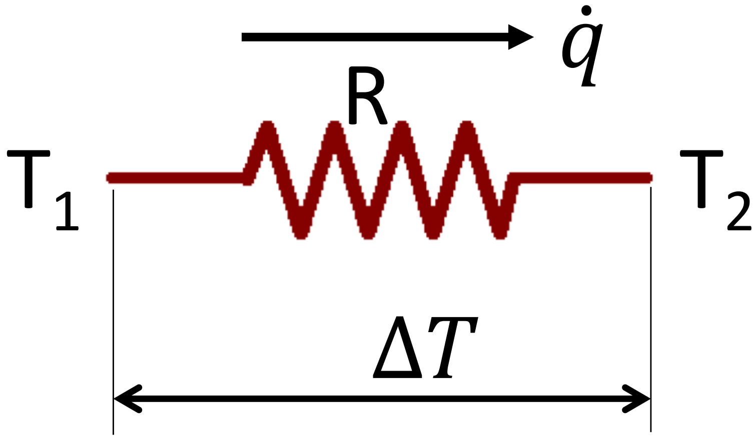
- Que pode ser escrita como:

$$I = \frac{1}{R} \cdot V$$

- Podemos comparar a corrente elétrica I ao fluxo de calor $\dot{q}$, e a diferença de potencial V à diferença de temperaturas $(T_1 - T_2)$

$$I = \frac{1}{R} \cdot V$$

$$\dot{q} = \frac{k \cdot A}{L} \cdot (T_1 - T_2)$$

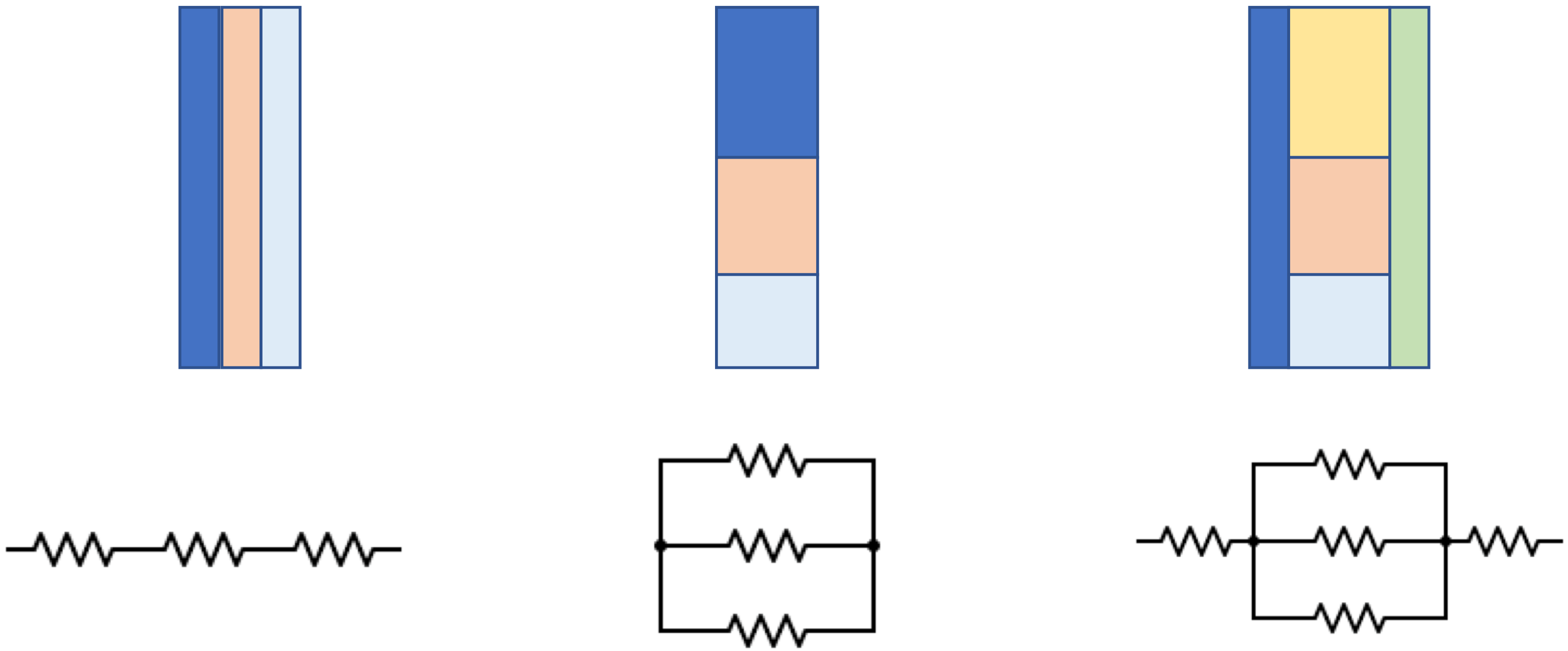


Resistência térmica

- Assim

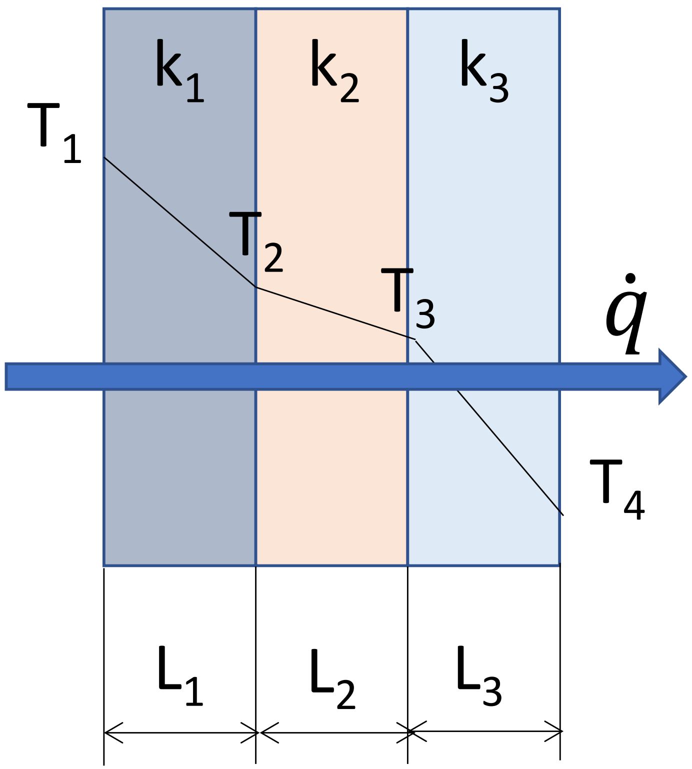
$$\frac{1}{R} = \frac{k \cdot A}{L} \Rightarrow R = \frac{L}{k \cdot A} \quad \left[\frac{K}{W}; \frac{°F \cdot hr}{BTU}; \frac{°C \cdot h}{kcal}\right]$$

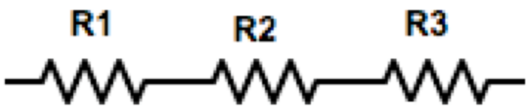
- A utilização desse conceito simplifica o cálculo de paredes com múltiplas camadas, em série, paralelo ou combinadas



Associação de camadas em série

$$R = \frac{L}{k \cdot A}$$





O fluxo $\dot{q}$ é o mesmo em todas as camadas.

$$\dot{q} = k_1 \cdot A_1 \cdot \frac{T_1 - T_2}{L_1} \Rightarrow T_1 - T_2 = \dot{q} \cdot \frac{L_1}{k_1 A_1} = \dot{q} \cdot R_1$$

$$\dot{q} = k_2 \cdot A_2 \cdot \frac{T_2 - T_3}{L_2} \Rightarrow T_2 - T_3 = \dot{q} \cdot \frac{L_2}{k_2 A_2} = \dot{q} \cdot R_2$$

$$\dot{q} = k_3 \cdot A_3 \cdot \frac{T_3 - T_4}{L_3} \Rightarrow T_3 - T_4 = \dot{q} \cdot \frac{L_3}{k_3 A_3} = \dot{q} \cdot R_3$$

Somando os termos da esquerda e da direita, teremos:

$$T_1 - T_2 + T_2 - T_3 + T_3 - T_4 = \dot{q} \cdot R_1 + \dot{q} \cdot R_2 + \dot{q} \cdot R_3$$

$$T_1 - T_4 = \dot{q} \cdot (R_1 + R_2 + R_3)$$

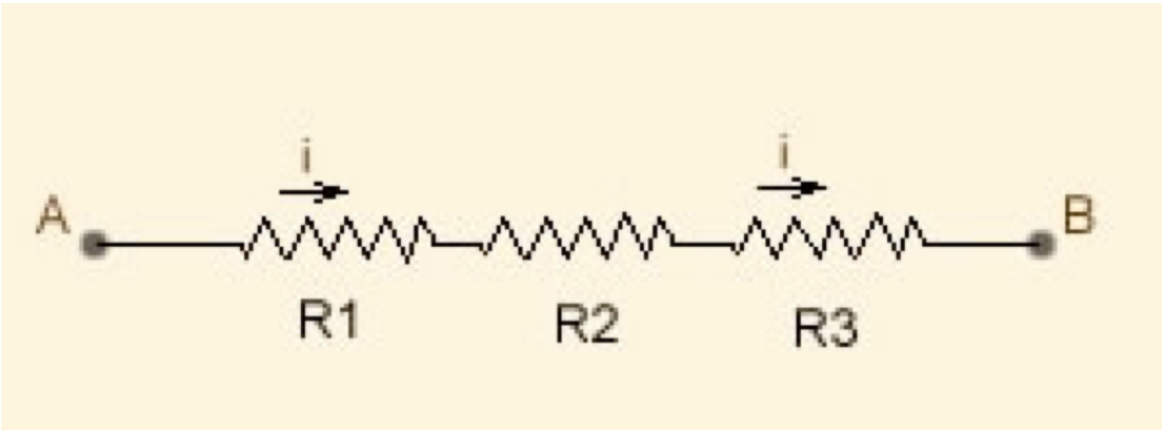
Fazendo $R_t = R_1 + R_2 + R_3$, teremos:

$$\dot{q} = \frac{T_1 - T_4}{R_t} \Rightarrow \dot{q} = \frac{\Delta T}{R_t}$$

Resistência térmica (série)

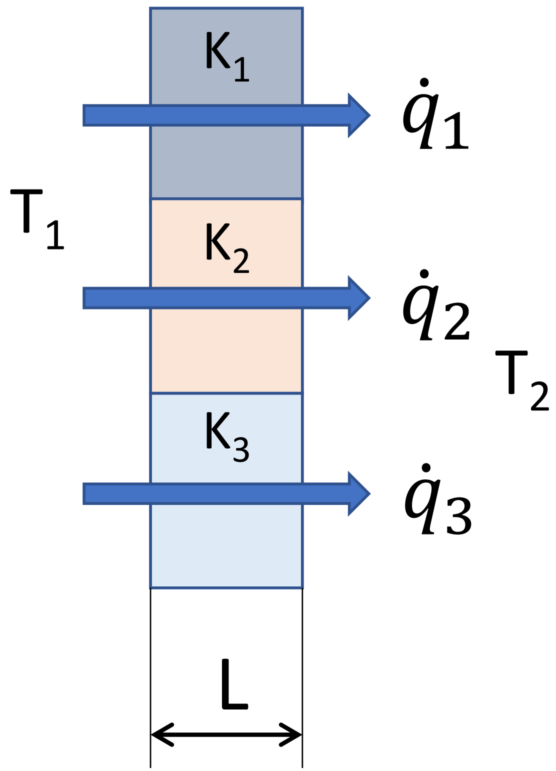
- Um aspecto prático da resistência térmica, é que, quando os materiais isolantes estão justapostos, ela pode ser somada, quando vários materiais de coeficiente de condutividade diferente estão justapostos.

$$R_{\text{Total}} = 2 \cdot R_{\text{Tijolo}} + R_{\text{Isopor}} + R_{\text{Reboco}}$$



Associação de camadas em paralelo

$$R = \frac{L}{k \cdot A} \Rightarrow \frac{1}{\mathrm{R}} = \frac{k \cdot A}{L}$$



O fluxo total será a soma dos fluxos parciais

$$\dot{q} = \dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{q}_3$$

$$\dot{q} = \frac{k_1 \cdot A_1}{L} \cdot (T_1 - T_2) + \frac{k_2 \cdot A_2}{L} \cdot (T_1 - T_2) + \frac{k_2 \cdot A_2}{L} \cdot (T_1 - T_2)$$

$$\dot{q} = \frac{1}{R_1} \cdot (T_1 - T_2) + \frac{1}{R_2} \cdot (T_1 - T_2) + \frac{1}{R_3} \cdot (T_1 - T_2)$$

$$\dot{q} = (T_1 - T_2)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right)$$

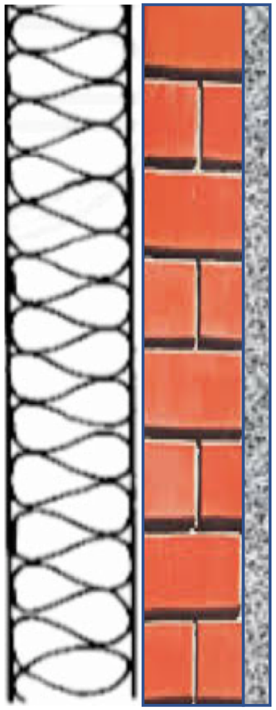
Comparando com a Lei de Ohm, $I = V \cdot \frac{1}{R}$, teremos que:

$$\frac{1}{Rt} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

Assim: $$\dot{q} = \frac{\Delta T}{R_t}$$

Exemplo

Uma estufa de 3 metros de comprimento por 4 de largura e 2,5 de altura é feita de tijolo maciço de 11,5 cm de espessura, revestido internamente por uma camada de lã de rocha de 5 cm, e externamente por reboco de 3 cm. Qual o fluxo de calor que ocorre apenas pelas paredes, considerando uma temperatura interna de 60˚C e uma externa de 22˚C? Qual a temperatura entre a lã de rocha e o tijolo?



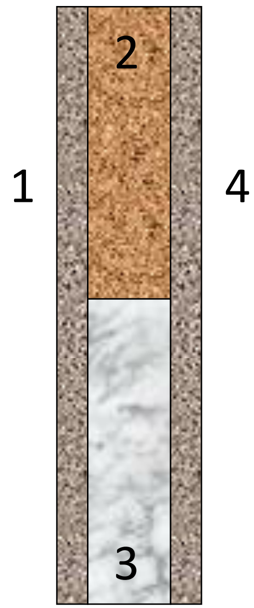
$$k_{tijolo} = 0{,}61\,\frac{W}{mK}$$

$$k_{lã\ de\ rocha} = 0{,}063\,\frac{W}{mK}$$

$$k_{reboco} = 0{,}79\,\frac{W}{mK}$$

Exemplo

O conjunto abaixo tem 4,0 m², sendo que os materiais interiores ocupam a metade dessa área cada. Calcular o fluxo de calor do conjunto, sabendo que 1 e 4 são madeira com 3,0 cm, 2 é cortiça, com 6,0 cm e 3 é gesso com 6,0 cm. Suponha uma temperatura externa de 30˚C e interna de 22˚C.



$$k_{madeira} = 0{,}16\,\frac{W}{mK}$$

$$k_{cortiça} = 0{,}054\,\frac{W}{mK}$$

$$k_{gesso} = 0{,}79\,\frac{W}{mK}$$