Engenharias, São Judas – Unimonte
Transferência de Calor, Prof. Simões
Convecção, resolução

Obs.: obter as características necessárias para o cálculo do site:

Para água: https://www.engineeringtoolbox.com/water-thermal-properties-d_162.html
Para ar: https://www.engineeringtoolbox.com/air-properties-d_156.html

1. Uma placa metálica vertical de 1,5 metro de altura é mantida a 40°C em um ambiente a 25°C. Calcule o fluxo de calor por convecção natural em um comprimento de 2 metros de placa, considerando apenas uma das faces.

$$T_f = \frac{40+25}{2} \Rightarrow T_f = 32{,}5\,°C = 305{,}5\,K$$

$\rho = 1{,}155\ kg/m^3$
$\nu = 1{,}622 \times 10^{-5}\ m^2/s$
$\mu = 1{,}872 \times 10^{-5}\ Pa.s$
$C_p = 1006\ J/kgK$
$k = 2{,}68 \times 10^{-2}\ W/mK$

$$\beta = \frac{1}{305{,}5} \Rightarrow \beta = 3{,}27 \times 10^{-3}\ K^{-1}$$

$$\Delta T = 40 - 25 = 15\,°C = 15\,K$$

$$Gr = \frac{L^3 . \beta . g . \Delta T}{\nu^2} \Rightarrow Gr = \frac{1{,}5^3 . 3{,}27\times10^{-3} . 9{,}8 . 15}{(1{,}622\times10^{-5})^2} = 6{,}17\times10^{9}$$

$$Pr = \frac{C_p . \mu}{k} \Rightarrow Pr = \frac{1006 . 1{,}872\times10^{-5}}{2{,}68\times10^{-2}} \Rightarrow Pr = 0{,}703$$

$$Gr\,Pr = 6{,}17\times10^{9} \times 0{,}703 \Rightarrow Gr\,Pr = 4{,}33\times10^{9}$$

$$Nu = 0{,}10\,(Gr\,Pr)^{1/3} \Rightarrow Nu = 0{,}10\,(4{,}33\times10^{9})^{1/3} \Rightarrow Nu = 163$$

$$h = \frac{k . Nu}{L} \Rightarrow h = \frac{2{,}68\times10^{-2} \times 163}{1{,}5} \Rightarrow h = 2{,}91\ W/m^2K$$

$$\dot{q} = h . A . \Delta T \Rightarrow \dot{q} = 2{,}91 . (1{,}5 . 2{,}0) . \underbrace{2}_{\text{2 faces}} . 15 = 262\ W$$

$$\boxed{\dot{q} = 262\,W}$$

2. A mesma placa do problema anterior é colocada na horizontal. Calcule o fluxo de calor por convecção natural (a) na superfície superior e (b) na superfície inferior.

$$L = \frac{A}{P} \Rightarrow L = \frac{1{,}5 \times 2{,}0}{2 \times 1{,}5 + 2 \times 2{,}0} \Rightarrow L = 0{,}429 \text{ m}$$

$$Gr = \frac{L^3 . \beta . g . \Delta T}{\nu^2} \Rightarrow Gr = \frac{0{,}429^3 . 3{,}27 \times 10^{-3} . 9{,}8 . 15}{(1{,}622 \times 10^{-5})^2} \Rightarrow Gr = 1{,}44 \times 10^8$$

$$Gr . Pr = 1{,}44 \times 10^8 \times 0{,}703 \Rightarrow Gr Pr = 1{,}01 \times 10^8$$

$$10^6 < Gr Pr < 10^{11} \Rightarrow Nu = 0{,}15 \, (Gr Pr)^{1/3}$$

a) $$Nu = 0{,}15 (1{,}01 \times 10^8)^{1/3} \Rightarrow Nu = 69{,}9$$

$$h = \frac{k \; Nu}{L} \Rightarrow h = \frac{2{,}68 \times 10^{-2} \times 69{,}9}{0{,}429} \Rightarrow h = 4{,}37 \text{ W/m}^2\text{K}$$

$$\dot{q} = h . A . \Delta T \Rightarrow \dot{q} = 4{,}37 \times 3{,}0 \times 15 \Rightarrow \boxed{\dot{q} = 197 \text{ W}}$$

b) $$Nu = 0{,}27 (Gr Pr)^{1/4} \Rightarrow Nu = 0{,}27 (1{,}01 \times 10^8)^{1/4} \Rightarrow Nu = 27{,}3$$

$$h = \frac{2{,}68 \times 10^{-2} \times 27{,}3}{0{,}429} \Rightarrow h = 1{,}70 \text{ W/m}^2\text{K}$$

$$\dot{q} = 1{,}70 \times 3{,}0 \times 15 \Rightarrow \boxed{\dot{q} = 76{,}6 \text{ W}}$$

$$\dot{q}_t = 197 + 76{,}6 = 273 \text{ W}$$

$$\boxed{\dot{q} = 273 \text{ W}}$$

3. Considere que a mesma placa é submetida a um fluxo de ar a 30 m/s em ambas as faces. Qual o fluxo de calor total?

$$Re = \frac{\rho . v . L}{\mu} \Rightarrow Re = \frac{1{,}155 \times 30 \times 1{,}5}{1{,}872 \times 10^{-5}} \Rightarrow Re = 2{,}78 \times 10^{5}$$

∴ Laminar

$Pr = 0{,}703$

$$Nu = 0{,}664 . Re^{1/2} . Pr^{1/3}$$

$Nu = 311$

$$h = \frac{k . Nu}{L} \Rightarrow h = \frac{2{,}68 \times 10^{-2} \times 311}{1{,}5} \Rightarrow h = 5{,}56 \ W/m^2K$$

$$\dot{q} = h . A . \Delta T \Rightarrow \dot{q} = 5{,}56 . 6{,}0 . 15 \Rightarrow \boxed{\dot{q} = 500 \ W}$$

4. Um trem viaja a 100 km/h e a lateral de um dos vagões tem 2,5 m de altura e 20 m de comprimento. Supondo que essa lateral seja lisa e homogênea, e que sua temperatura é constante de 30°C, e que o ambiente está a 15°C, calcule o fluxo de calor.

$$T_f = \frac{30+15}{2} \Rightarrow T_f = 22{,}5\,°C = 296\ K$$

$\rho = 1{,}194\ kg/m^3$

$\nu = 1{,}529 \times 10^{-5}\ m^2/s$

$\mu = 1{,}826 \times 10^{-5}\ Pa.s$

$C_p = 1006\ J/kgK$

$k = 2{,}606 \times 10^{-2}\ W/mK$

$$\beta = \frac{1}{296} \Rightarrow \beta = 3{,}38 \times 10^{-3}\ K^{-1}$$

$$\Delta T = 30 - 15 = 15\,°C = 15\ K$$

$$v = \frac{100}{3{,}6} \Rightarrow v = 27{,}8\ m/s$$

$$Re = \frac{\rho . v . L}{\mu} \Rightarrow Re = \frac{1{,}194 \times 27{,}8 . 20}{1{,}826 \times 10^{-5}} \Rightarrow Re = 3{,}64 \times 10^{7}$$

$\therefore$ Turbulento

$$Pr = \frac{C_p . \mu}{k} \Rightarrow Pr = \frac{1006 . 1{,}826 \times 10^{-5}}{2{,}606 \times 10^{-2}} \Rightarrow Pr = 0{,}705$$

$$Nu = (0{,}037 . Re^{4/5} - 871) . Pr^{1/3}$$

$$Nu = (0{,}037 . (3{,}64 \times 10^{7})^{4/5} - 871) . 0{,}705^{1/3} = 3{,}61 \times 10^{4}$$

$$h = \frac{k . Nu}{L} \Rightarrow h = \frac{2{,}606 \times 10^{-2} \times 3{,}61 \times 10^{4}}{20} \Rightarrow h = 47{,}0\ W/m^2K$$

$$\dot{q} = h . A . \Delta T \Rightarrow \dot{q} = 47{,}0 . 2{,}5 . 20 . 15 \Rightarrow \dot{q} = 3{,}53 \times 10^{4}\ W$$

$$\boxed{\dot{q} = 35{,}3\ kW}$$

5. Um reservatório de formato cilíndrico, vertical com diâmetro externo de 1,5 m e altura de 2,0 m de diâmetro apresenta uma temperatura superficial de 40°C na lateral e face superior. Considerando um ambiente a 25°C, calcule a transferência de calor por convecção. Natural

$$T_f = \frac{40+25}{2} = 32{,}5\ °C = 306\ K$$

$\rho = 1{,}155\ kg/m^3$

$\nu = 1{,}622 \times 10^{-5}\ m^2/s$

$\mu = 1{,}872 \times 10^{-5}\ Pa.s$

$C_p = 1006\ J/kgK$

$K = 2{,}68 \times 10^{-2}\ W/mK$

$$\beta = \frac{1}{306} \Rightarrow \beta = 3{,}27 \times 10^{-3}\ K^{-1}$$

$$\Delta T = 40 - 25 = 15\ °C = 15\ K$$

Pela lateral:

$$Gr = \frac{L^3 . \beta . g . \Delta T}{\nu^2} \Rightarrow Gr = \frac{2{,}0^3 . 3{,}27 \times 10^{-3} . 9{,}81 . 15}{(1{,}622 \times 10^{-5})^2}$$

$$Gr = 1{,}46 \times 10^{10}$$

$$\frac{D}{L} = \frac{2{,}0}{1{,}5} = 1{,}33 \quad ; \quad \frac{35}{\sqrt[4]{Gr}} = \frac{35}{\sqrt[4]{1{,}46 \times 10^{10}}} = 0{,}101$$

$$\frac{D}{L} > \frac{35}{\sqrt[4]{Gr}} \therefore \text{ tratar como parede plana}$$

$$Pr = \frac{C_p . \mu}{k} \Rightarrow Pr = \frac{1006 . 1{,}872 \times 10^{-5}}{2{,}68 \times 10^{-2}} \Rightarrow Pr = 0{,}703$$

$$Gr . Pr = 1{,}46 \times 10^{10} \times 0{,}703 = 1{,}03 \times 10^{10}$$

$$\therefore \text{ usar } \quad Nu = 0{,}13\ (1{,}03 \times 10^{10})^{1/3} \Rightarrow Nu = 283$$

$$h = \frac{K . Nu}{L} \Rightarrow h = \frac{2{,}68 \times 10^{-2} . 283}{1{,}5} \Rightarrow h = 5{,}06\ W/m^2K$$

$$\dot{q} = h . A . \Delta T \Rightarrow \dot{q} = 5{,}06 . \pi . 1{,}5 . 2{,}0 . 15 \Rightarrow \dot{q} = 715\ W$$

(5) continuação

Pelo tampo: Parede plana, face superior

$$L = \frac{A}{P} \Rightarrow L = \frac{\frac{\pi d^2}{4}}{\pi \cdot d} \Rightarrow L = \frac{\cancel{\pi} d^{\cancel{2}}}{4} \cdot \frac{1}{\cancel{\pi} \cancel{d}} \Rightarrow L = \frac{d}{4}$$

$$L = \frac{1,5}{4} \Rightarrow L = 0,375 \text{ m}$$

$$Gr = \frac{L^3 \cdot \beta \cdot g \cdot \Delta T}{\nu^2} \Rightarrow Gr = \frac{0,375^3 \cdot 3,27 \times 10^{-3} \cdot 9,81 \cdot 15}{(1,622 \times 10^{-5})^2}$$

$Gr = 9,64 \times 10^7$; $Pr = 0,703$

$Gr\,Pr = 6,78 \times 10^7$ $\therefore$ usar

$$Nu = 0,53 \, (Gr\,Pr)^{1/4} \Rightarrow Nu = 48,1$$

$$h = \frac{k \cdot Nu}{L} \Rightarrow h = \frac{2,68 \times 10^{-2} \cdot 48,1}{0,375} \Rightarrow h = 3,44 \ \text{W}/\text{m}^2\text{K}$$

$$\dot{q} = h \cdot A \cdot \Delta T \Rightarrow \dot{q} = 3,44 \cdot \frac{\pi \cdot 1,5^2}{4} \cdot 15$$

$$\dot{q} = 91,2 \text{ W}$$

$$\dot{q}_{total} = 715 + 91,2 = 806$$

$$\boxed{\dot{q}_t = 806 \text{ W}}$$

6. Um tubo horizontal de 1~~0~~0 cm de diâmetro externo possui uma temperatura superficial constante de 55°C e passa dentro de um tanque de água de ~~8,0~~ m de comprimento a 25°C. Calcule a perda de calor para a água por convecção natural nesse trajeto. 1,5

$$T_f = \frac{55+25}{2} = 40°C \qquad \Delta T = 55-25 = 30°C$$

$\beta = 3{,}84 \times 10^{-4}\ K^{-1}$

$\nu = 6{,}59 \times 10^{-7}\ m^2/s$

$\mu = 6{,}539 \times 10^{-4}\ Pa.s$

$c_p = 4180\ J/kgK$

$k = 0{,}628\ W/mK$

$\rho = 992{,}2\ kg/m^3$

$$Gr = \frac{L^3\ \beta\ g\ \Delta T}{\nu^2}$$

$$Gr = \frac{0{,}01^3 . 3{,}84\times10^{-4} . 9{,}8 . 30}{(6{,}59\times10^{-7})^2}$$

$$Gr = 2{,}60 \times 10^5$$

$$Pr = \frac{Cp.\ \mu}{k} \Rightarrow Pr = \frac{4180.\ 6{,}539\times10^{-4}}{0{,}628} \Rightarrow Pr = 4{,}35$$

$$Gr\,Pr = 2{,}60\times10^5 \times 4{,}35 = 1{,}13 \times 10^6 \quad \therefore < 10^{12}$$

$$Nu = \left[0{,}60 + \frac{0{,}387\,(GrPr)^{1/6}}{\left(1+\left(\frac{0{,}559}{Pr}\right)^{9/16}\right)^{8/27}} \right]^2$$

14,7

$$Nu = \left[0{,}60 + \frac{0{,}387\,(1{,}13\times10^6)^{1/6}}{\left(1+\left(\frac{0{,}559}{4{,}35}\right)^{9/16}\right)^{8/27}} \right]^2 \Rightarrow Nu = 18{,}0$$

$$h = \frac{k.\ Nu}{L} \Rightarrow h = \frac{0{,}628 . 18{,}0}{0{,}1} \Rightarrow h = 113\ W/m^2K$$

$$\dot q = h.\ A.\ \Delta T \Rightarrow \dot q = 113 . \pi . 0{,}01 . 1{,}5 . 30 \Rightarrow \boxed{\dot q = 160\ W}$$

7. No exercício anterior, suponha que o trajeto do tubo fosse realizado na vertical, nas mesmas demais condições. Qual seria a perda de calor?

Nesse caso, $L = 1,5$ m

$$Gr = \frac{L^3 \cdot \beta \cdot g \cdot \Delta T}{\nu^2} \Rightarrow Gr = \frac{1,5^3 \cdot 3,84 \cdot 10^{-4} \cdot 9,8 \cdot 30}{(6,59 \times 10^{-7})^2} \Rightarrow Gr = 8,77 \times 10^{11}$$

$$\frac{D}{L} = \frac{0,01}{1,5} = 6,67 \times 10^{-3} \; ; \quad \frac{35}{\sqrt[4]{Gr}} = \frac{35}{\sqrt[4]{8,77 \times 10^{11}}} = 3,62 \times 10^{-2}$$

$$\frac{D}{L} < \frac{35}{\sqrt[4]{Gr}}$$ ∴ deve ser tratado como tubo vertical, ñ com superfície plana vertical

$$Pr = 4,35 \Rightarrow Gr Pr = 8,77 \times 10^{11} \times 4,35 = 3,81 \times 10^{12}$$

$$Nu = \frac{4}{3}\left[\frac{7\, Gr\, Pr^2}{5(20 + 21 Pr)}\right]^{1/4} + \frac{4(272 + 315 Pr) L}{35(64 + 63 Pr) D}$$

$$Nu = \frac{4}{3}\left[\frac{7 \cdot 8,77 \times 10^{11} \times 4,35^2}{5(20 + 21 \cdot 4,35)}\right]^{1/4} + \frac{4(272 + 315 \cdot 4,35) \cdot 1,5}{35(64 + 63 \cdot 4,35)\, 0,01}$$

$Nu = 972$ 　　　　　　　　　　　　 $891 + 83,2$

$$h = \frac{0,628 \cdot 972}{1,5} \Rightarrow h = 408 \; W/m^2K$$

$$\dot{q} = h A \Delta T \Rightarrow \dot{q} = 408 \cdot \pi \cdot 0,01 \cdot 1,5 \cdot 30 = 577$$

$$\boxed{\dot{q} = 577 \; W}$$

8. Um tubo de 100 mm de diâmetro interno conduz água a uma vazão de 15 m^3/h e uma temperatura constante de 50°C. Calcule o fluxo de calor por convecção em 10 metros de tubulação entre a água e a parede interna do tubo, considerando que a parede interna da tubulação esteja a uma temperatura constante de 30°C.

$$T_f = \frac{50+30}{2} \Rightarrow T_f = 40°C \qquad \Delta T = 20°C$$

$\beta = 3{,}84 \times 10^{-1}\ K^{-1}$ $\Rightarrow$ laminar ou Turbulento

$\nu = 6{,}59 \times 10^{-7}\ m^2/s$

$\mu = 6{,}539 \times 10^{-4}\ Pa.s$ $\qquad Q = \frac{15}{3600} = 4{,}17 \times 10^{-3}\ m^3/s$

$C_p = 4180\ J/kgK$

$k = 0{,}628\ W/mK$

$\rho = 992{,}2\ kg/m^3$ $\qquad Q = v.A \Rightarrow v = \frac{Q}{A}$

$$v = \frac{4{,}17 \times 10^{-3}}{\frac{\pi . 0{,}1^2}{4}} \Rightarrow v = 0{,}531\ m/s$$

$$Re = \frac{\rho . v . L}{\mu} \Rightarrow Re = \frac{992{,}2 . 0{,}531 . 0{,}10}{6{,}539 \times 10^{-4}} \Rightarrow Re = 8{,}06 \times 10^4$$

$\therefore$ Turbulento

$$Pr = \frac{C_p . \mu}{k} \Rightarrow Pr = \frac{4180 . 6{,}539 \times 10^{-4}}{0{,}628} \Rightarrow Pr = 4{,}35$$

$$Nu = 0{,}023 . Re^{4/5} . Pr^{0{,}3}$$

$0{,}3 \Rightarrow$ fluido esfriando

$$Nu = 3{,}01 \times 10^2$$

$$h = \frac{k . Nu}{L} \Rightarrow h = \frac{0{,}628 \times 3{,}01 \times 10^2}{0{,}10} \Rightarrow h = 1{,}89 \times 10^3\ W/m^2K$$

$$\dot{q} = h . A . \Delta T \Rightarrow \dot{q} = 1{,}89 \times 10^3 \times \frac{\pi\, 0{,}1^2}{4} . 20 \Rightarrow \dot{q} = 297\ W$$

$$\boxed{\dot{q} = 297\ W}$$

9. Suponha que no exercício anterior, a vazão seja agora de 320 l/h. Qual será o valor do fluxo de calor?

$$Q = 320 \frac{l}{h} = 320 \frac{10^{-3} m^3}{3600\ s} \Rightarrow Q = 8,89 \times 10^{-5} m^3/s$$

$$Q = v . A \Rightarrow v = \frac{8,89 \times 10^{-5}}{\frac{\pi . 0,1^2}{4}} \Rightarrow v = 1,13 \times 10^{-2}\ m/s$$

$$Re = \frac{\rho . v . L}{\mu} \Rightarrow Re = \frac{992,2 . 1,13 \times 10^{-2} . 0,1}{6,539 \times 10^{-4}} \Rightarrow Re = 1,72 \times 10^{3}$$

$\therefore$ Laminar

$$Pr = 4,35$$

$$Nu = 3,66 + \frac{0,065 . Re . Pr . \frac{D}{L}}{1 + 0,04 \left(Re . Pr . \frac{D}{L}\right)^{\frac{2}{3}}}$$

$$Nu = 3,66 + \frac{0,065 . 1,72 \times 10^{3} \times 4,35 \times \frac{0,1}{10}}{1 + 0,04 \left(1,72 . 10^{3} \times 4,35 \times \frac{0,1}{10}\right)^{\frac{2}{3}}} \Rightarrow Nu = 6,50$$

$$h = \frac{k . Nu}{L} \Rightarrow h = \frac{0,628 . 6,50}{0,1} \Rightarrow h = 21,3\ W/m^2 k$$

$$\dot{q} = h . A . \Delta T \Rightarrow \dot{q} = 21.3 \times \frac{\pi\, 0,1^2}{4} \times 20 \Rightarrow \dot{q} = 3,35\ W$$

$$\boxed{\dot{q} = 3,35\ W}$$

10. Um grande duto de chapa galvanizada sem revestimento com um diâmetro de 30 cm passa horizontalmente através de uma área de fábrica com condições ambientais de 20°C. O comprimento do duto é 100 m. Dentro do duto, um fluxo de vapor de baixa pressão mantém a temperatura da parede do duto constante a 120°C. Calcule o calor total perdido por convecção do duto para a sala.

$T_f = \frac{120+20}{2} = 70°C = 343\,K$; $\Delta T = 100°C = 100\,K$

$\rho = 1{,}029\ kg/m^3$
$\nu = 1{,}986 \times 10^{-5}\ m^2/s$
$\mu = 2{,}044 \times 10^{-5}\ Pa.s$
$C_p = 1009\ J/kg\,k$
$k = 2{,}952 \times 10^{-2}\ W/m\,k$

$\beta = \frac{1}{343} \Rightarrow \beta = 2{,}92 \times 10^{-3}\ k^{-1}$

$Gr = \frac{L^3 . \beta . g . \Delta T}{\nu^2} \Rightarrow Gr = \frac{0{,}3^3 \times 2{,}92 \times 10^{-3} \times 9{,}8 \times 100}{(1{,}986 \times 10^{-5})^2} = 1{,}96 \times 10^8$

$Pr = \frac{C_p . \mu}{k} \Rightarrow Pr = \frac{1009 . 2{,}044 \times 10^{-5}}{2{,}952 \times 10^{-2}} \Rightarrow Pr = 0{,}699$

$Gr.Pr = 1{,}96 \times 10^8 \times 0{,}699 \Rightarrow Gr.Pr = 1{,}37 \times 10^8 < 10^{12}$

$$Nu = \left[0{,}60 + \frac{0{,}387 . (Gr\,Pr)^{1/6}}{\left(1 + \left(\frac{0{,}559}{Pr}\right)^{9/16}\right)^{8/27}} \right]^2$$

$$Nu = \left[0{,}60 + \frac{0{,}387 . (1{,}37 \times 10^8)^{1/6}}{\left(1 + \left(\frac{0{,}559}{0{,}699}\right)^{\frac{9}{16}}\right)^{\frac{8}{27}}} \right]^2 \Rightarrow Nu = 62{,}2$$

$h = \frac{k . Nu}{L} \Rightarrow h = \frac{2{,}952 \times 10^{-2} \times 62{,}2}{0{,}3} \Rightarrow h = 6{,}12\ W/m^2 k$

$\dot{q} = h . A . \Delta T \Rightarrow \dot{q} = 6{,}12 . (\pi . 0{,}3 . 100) . 100 \Rightarrow \dot{q} = 5{,}77 \times 10^4\ W$

$\boxed{\dot{q} = 57{,}7\ kW}$