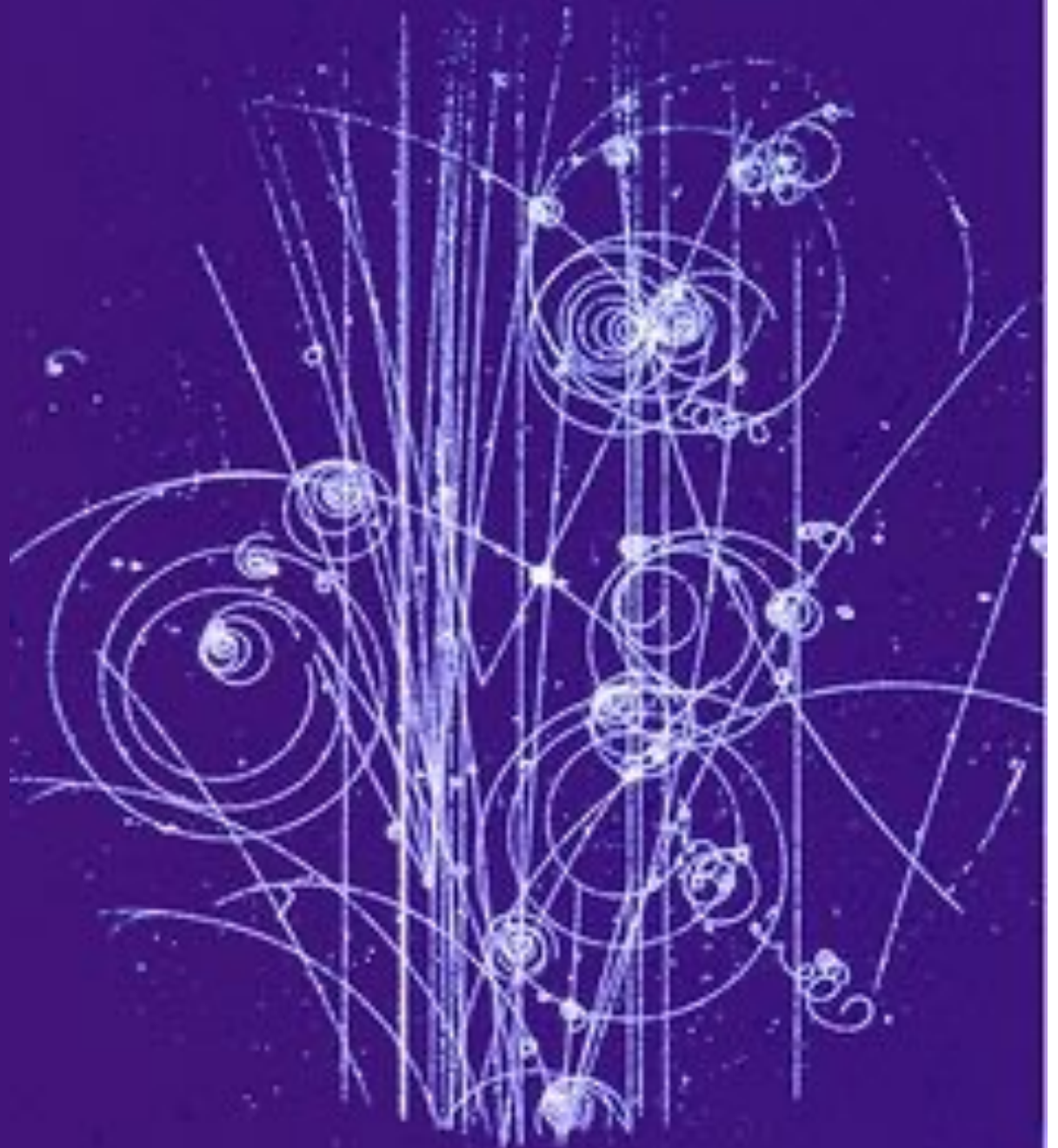


UC Fenômenos elétricos,  
magnéticos e oscilatórios

**Eletromagnetismo:  
introdução -  
partículas  
carregadas sujeitas  
a um campo  
magnético**

Prof. Simões



Ao final  
dessa aula  
você será  
capaz de:

Entender a natureza e tipos de magnetismo: diamagnetismo, paramagnetismo, ferromagnetismo

Compreender o que é permeabilidade magnética e seu efeito na força magnética e na histerese

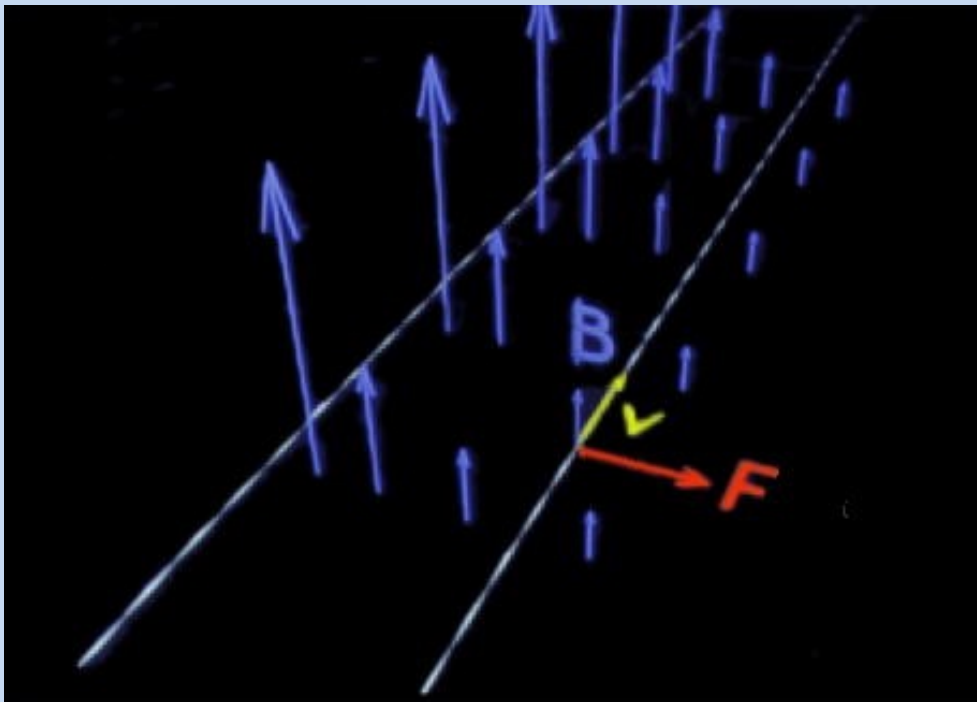
Relacionar a direção da força em uma partícula com sua velocidade e o campo magnético que ela atravessa

Calcular o módulo, direção e sentido da força

Prever a trajetória da partícula carregada ao atravessar um campo magnético

## Problema típico

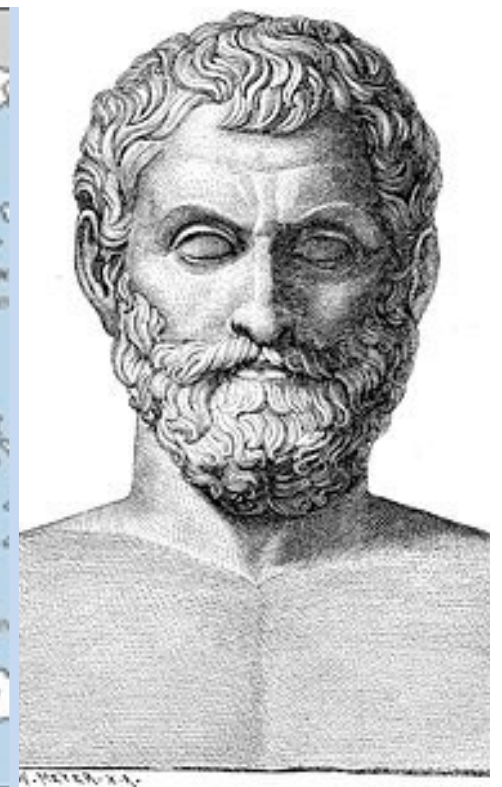
- Seja uma carga de  $15 \mu\text{C}$  viajando a uma velocidade  $\vec{v}$ , num campo magnético  $\vec{B}$  descritos abaixo. Calcule o vetor força à qual ela está sujeita.



$$\vec{v} = (35\hat{i} + 50\hat{j} + 75\hat{k}) \frac{m}{s};$$
$$\vec{B} = (0,7\hat{i} + 1,2\hat{j} + 0,8\hat{k}) T$$

# Primeiras observações do magnetismo

- Foi Tales de Mileto, no século VII a.C. que observou que certo minério da região da Magnésia, província grega, tinha a capacidade de atrair pedaços de ferro.
- O minério é a magnetita, imã natural.



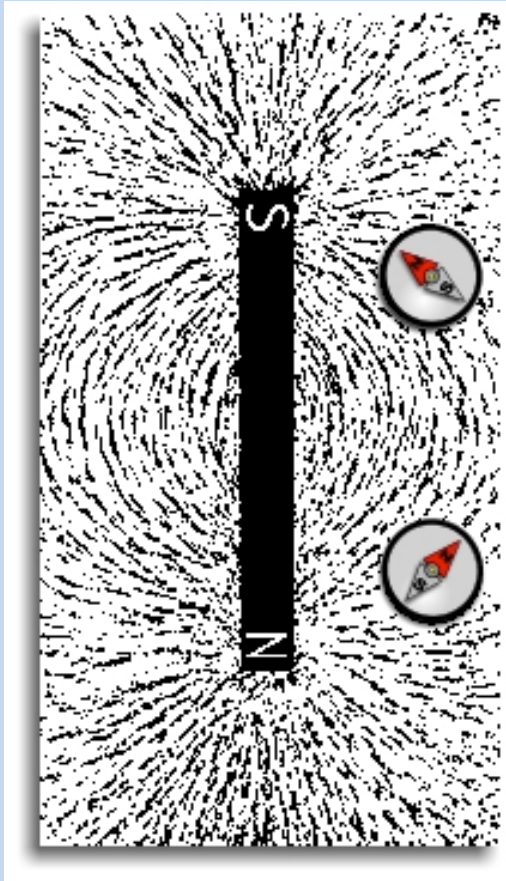


# Imãs naturais e artificiais

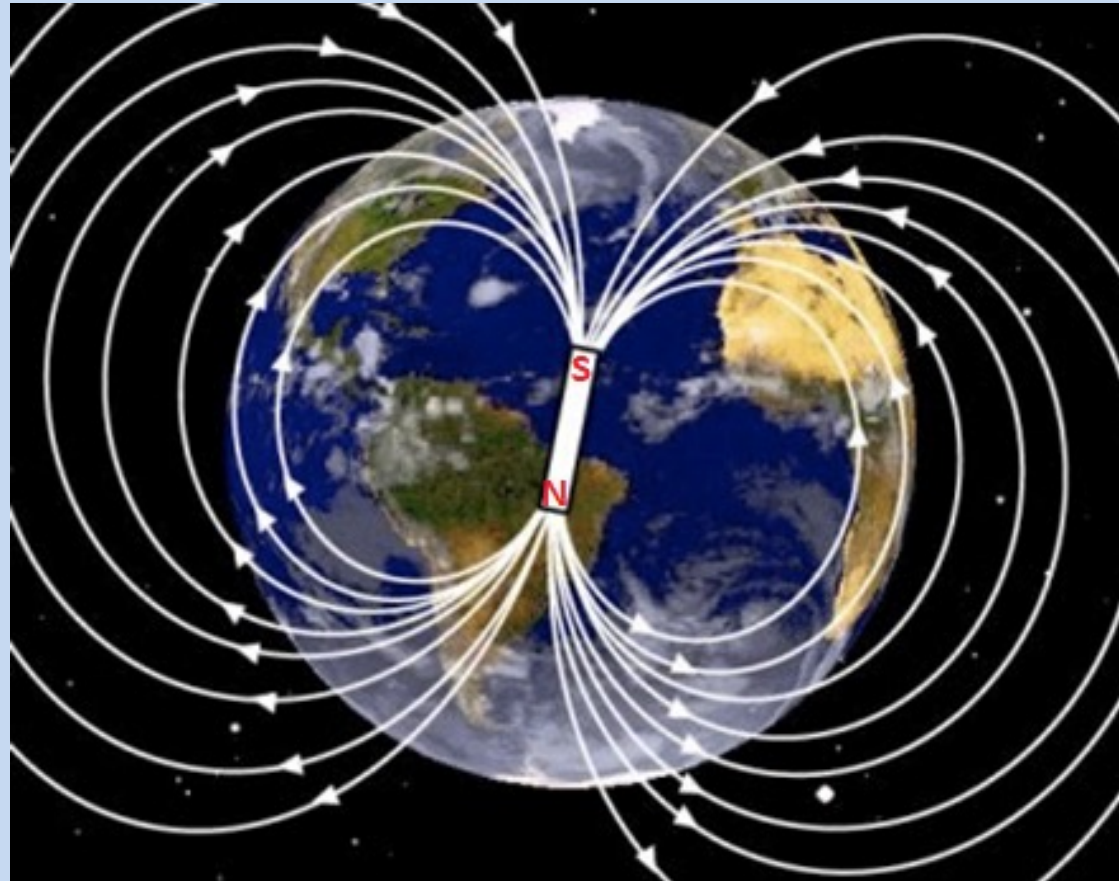
- Imãs naturais são constituídos por magnetita, um composto de óxido de ferro ( $\text{Fe}_3\text{O}_4$ )
- Imãs artificiais são produzidos com materiais ferromagnéticos magnetizados por atrito ou indução magnética



# Campo magnético e linhas magnéticas



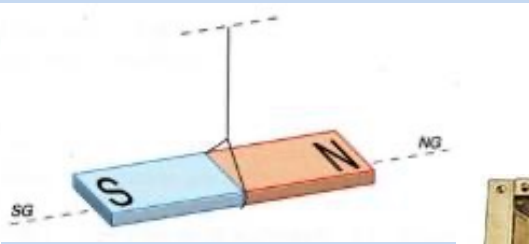
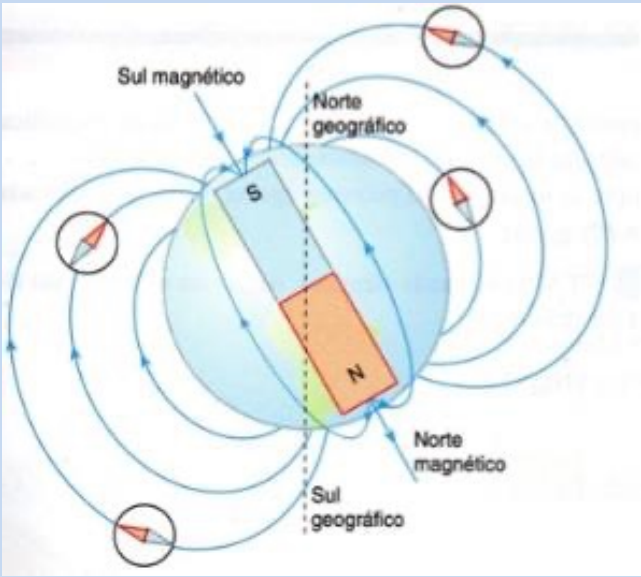
Campo magnético de um ímã



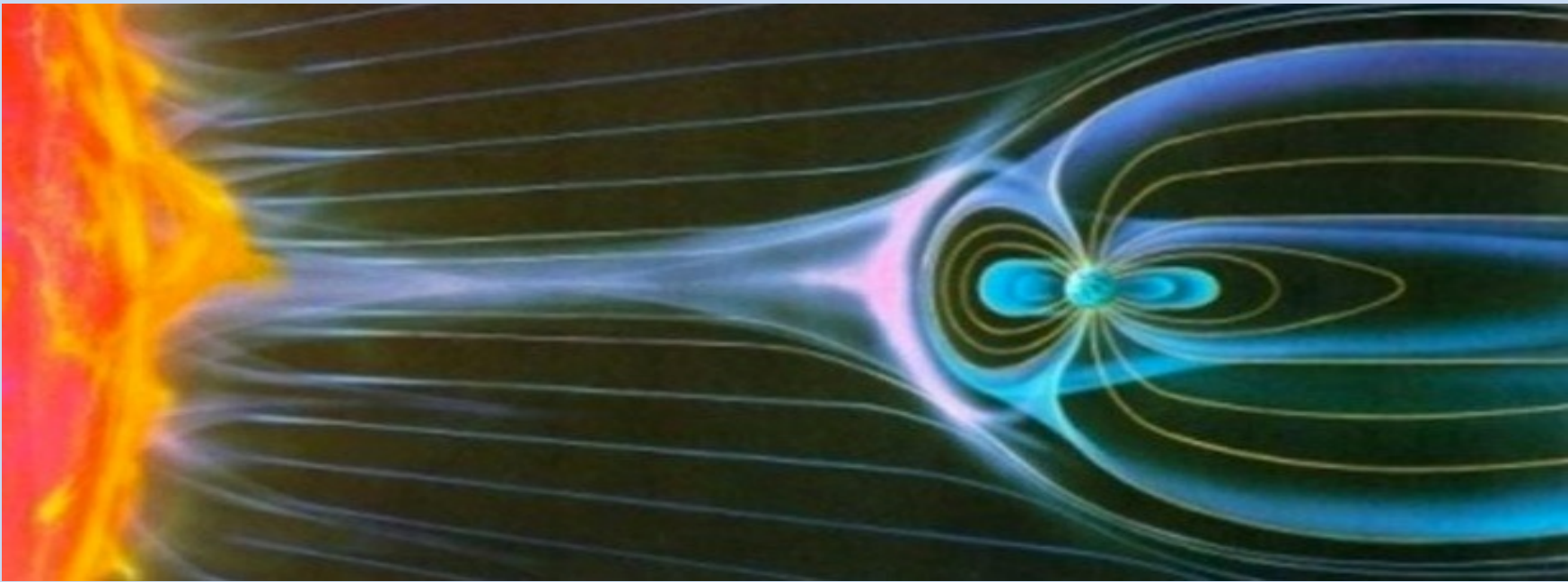
Campo magnético da Terra. Observe que o Polo Norte geográfico, corresponde ao polo sul magnético.

<https://www.youtube.com/watch?v=4RzcxDgBxaY>

# Campo magnético terrestre



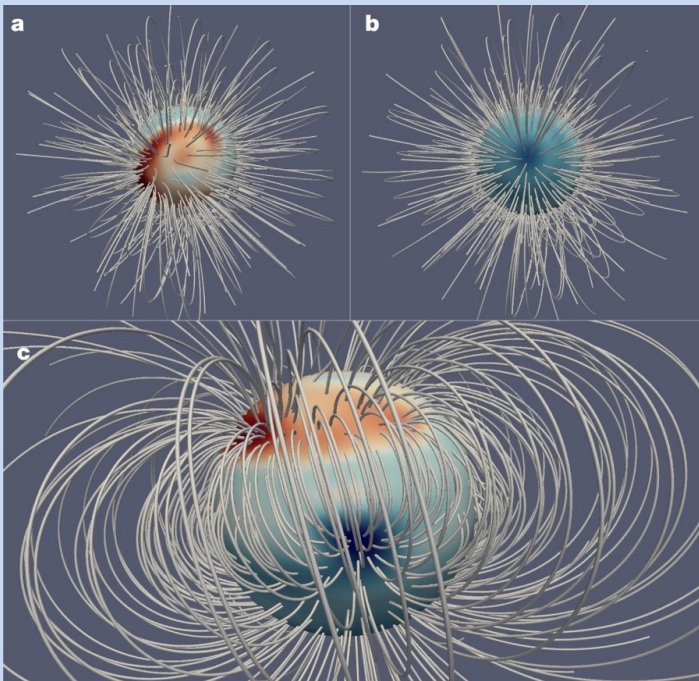
Bússola chinesa, séc. I





# Campo magnético e linhas magnéticas

- Em outros corpos celestes, o campo magnético não é tão regular como o da Terra



Campo magnético de Marte

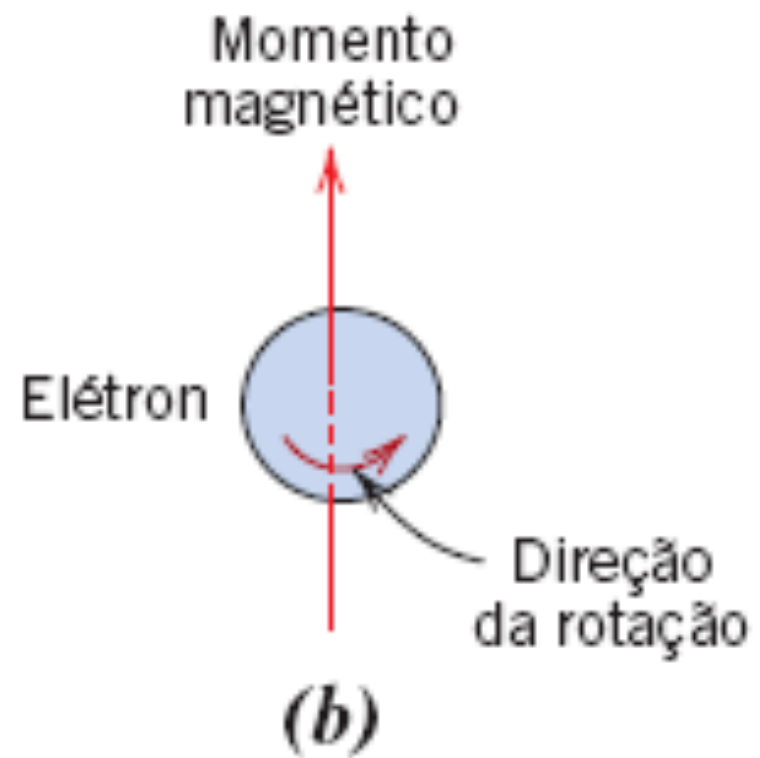
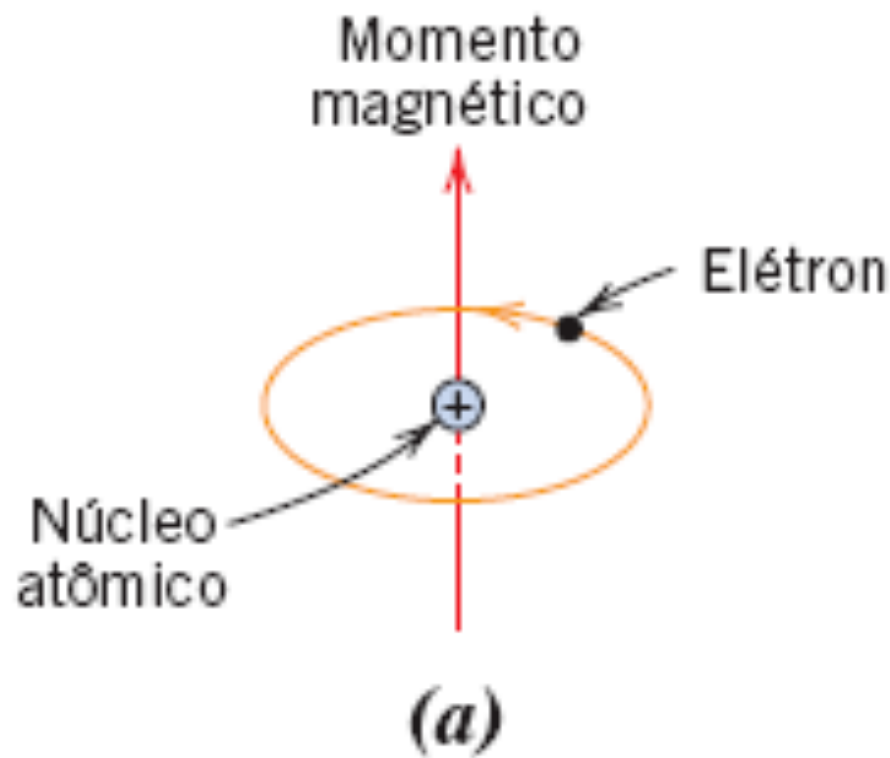


Campo magnético do Sol



# Origem do campo magnético

- Um modelo para a origem do campo magnético seria o movimento dos elétrons ao redor do núcleo e o movimento de rotação dos elétrons, constituindo ímãs elementares.

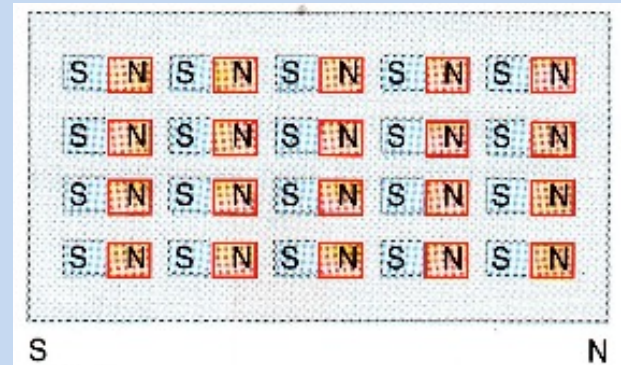


# Origem do campo magnético

- Nos materiais desmagnetizados, esses ímãs elementares estariam distribuídos aleatoriamente, anulando-se, ao passo que nos magnetizados estariam alinhados, com seus efeitos individuais somados.

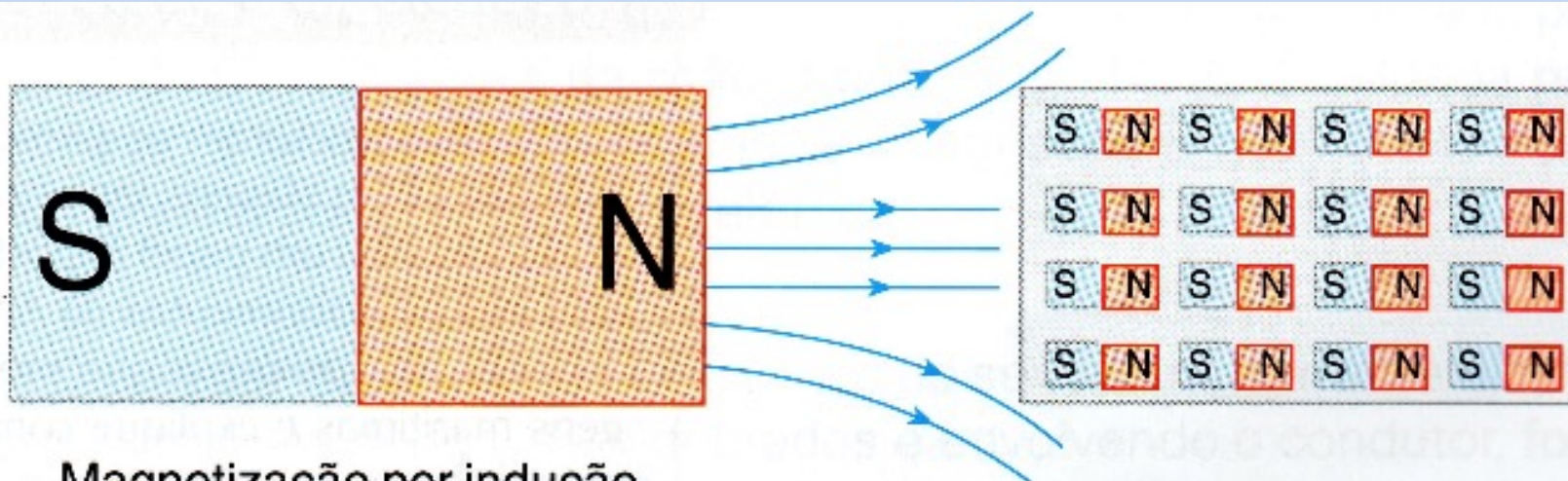


Ímãs elementares distribuídos caoticamente.



S N

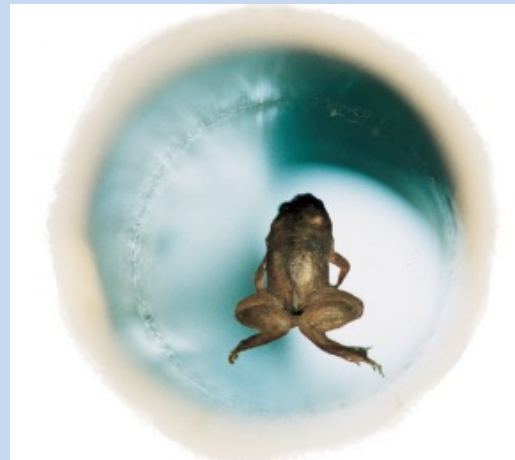
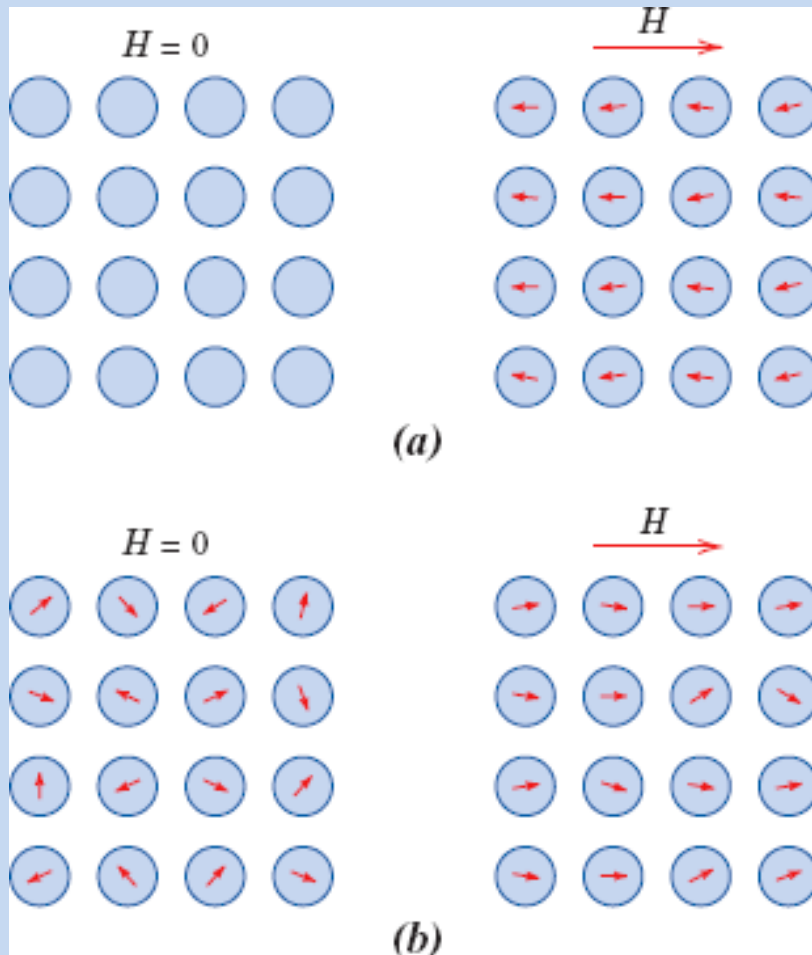
Ímãs elementares ordenados.



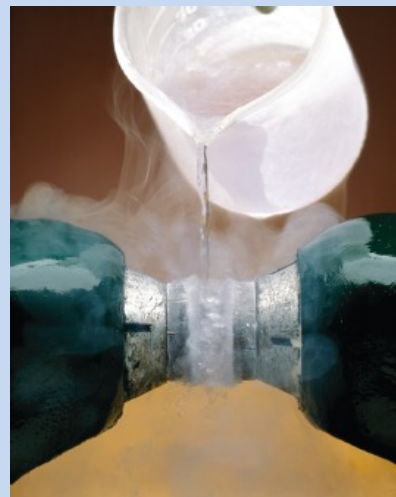
Magnetização por indução.

# Tipos de materiais quanto ao comportamento magnético

- **Diamagnéticos:** reagem de modo fraco a um campo magnético externo, e de modo inverso a ele (a); são repelidos.
- **Paramagnéticos:** reagem de modo fraco, e de modo paralelo a ele (b); são atraídos.



Rã (diamagnética) flutuando sob a ação de um campo magnético de 16 T, num tubo de 32 mm



Oxigênio líquido (paramagnético) atraído por um imã

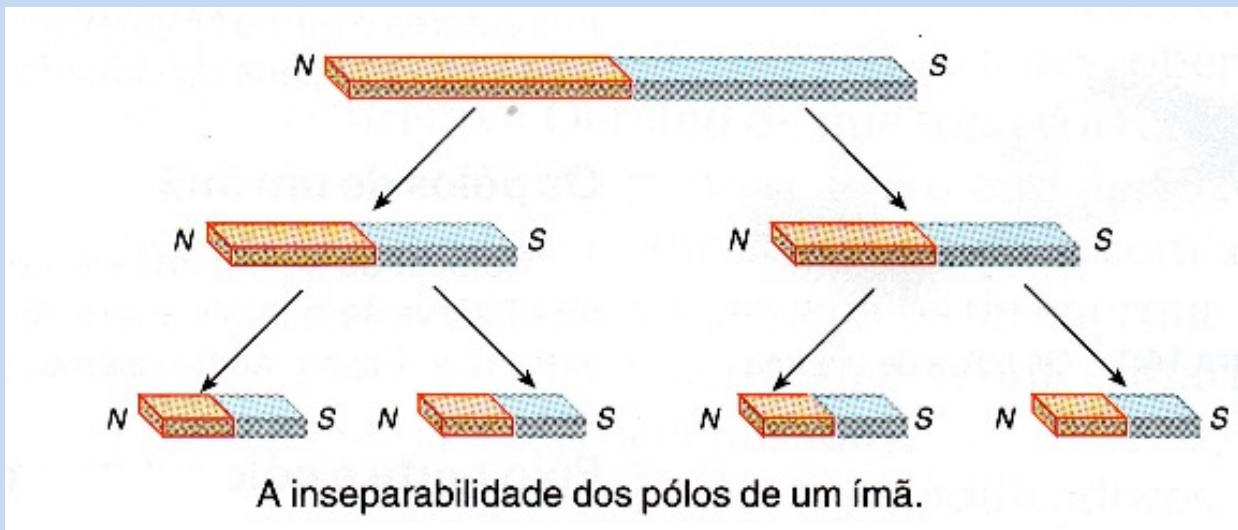
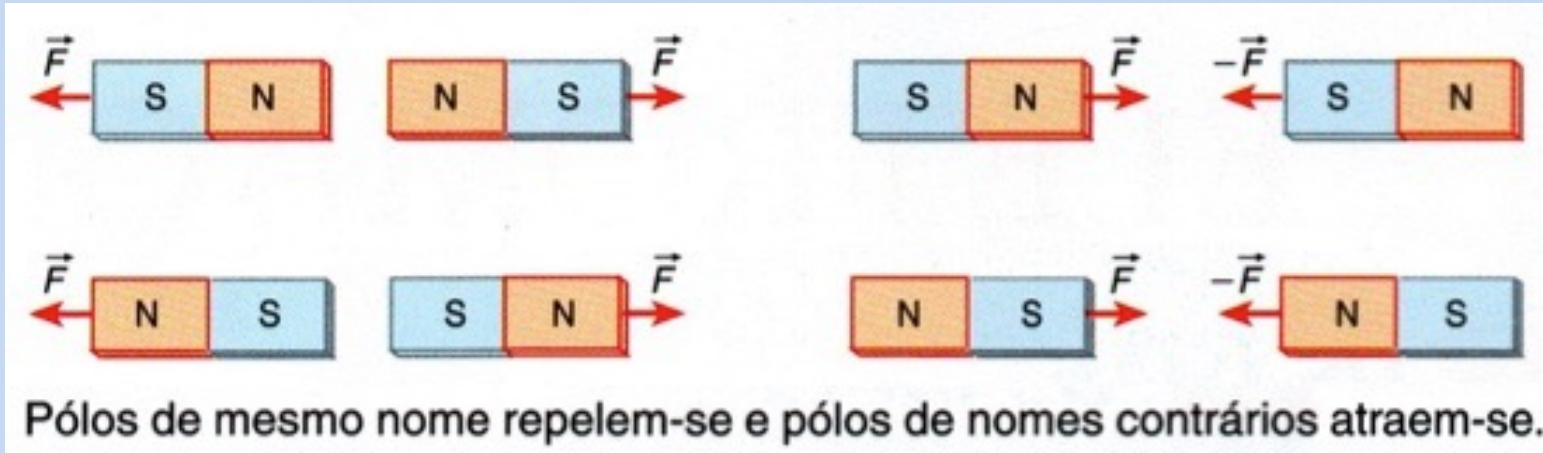


## Tipos de materiais quanto ao comportamento magnético

- **Ferromagnéticos:** nesses materiais, os spins dos elétrons estão alinhados, e há interação magnética entre os átomos, intensificando o fluxo magnético
- O ferro é o metal ferromagnético mais comum, mas existem outros, como o cobalto e o níquel.



# Propriedades dos ímãs: polaridade



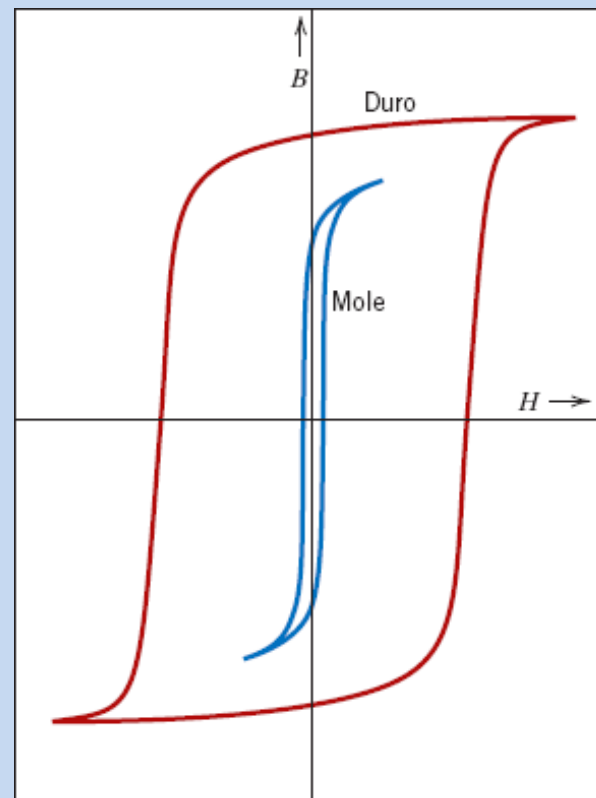
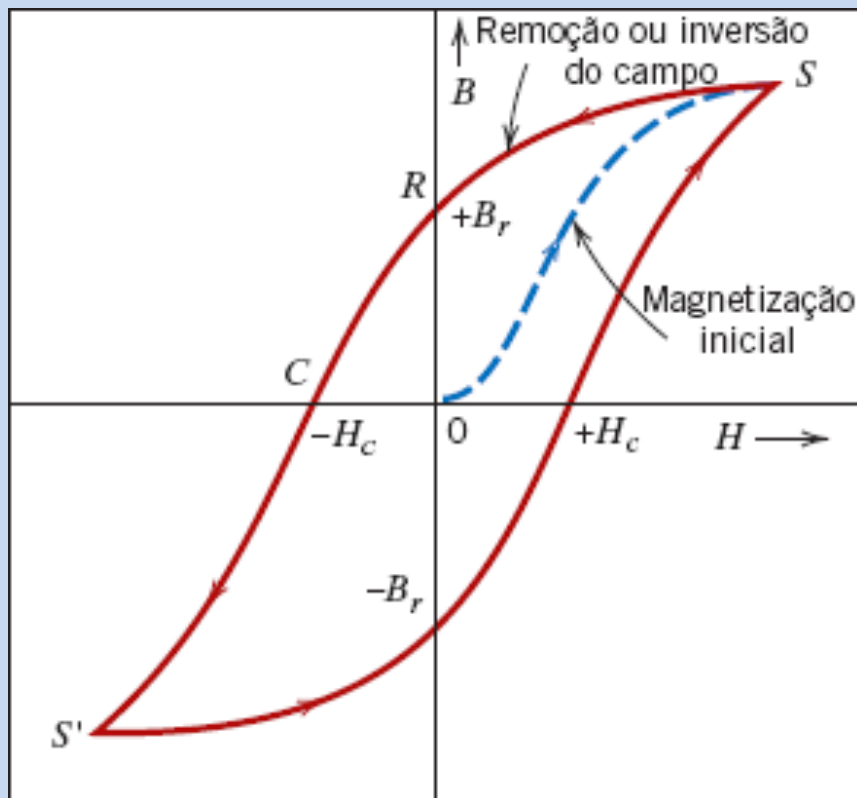
Não existem  
monopólos  
magnéticos.

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$

2ª equação de  
Maxwell

# Propriedades dos ímãs: histerese

- Os materiais ferromagnéticos apresentam o fenômeno da histerese, isto é, tendem a manter seu estado anterior de magnetização.
- Os materiais ferromagnéticos **mole**s são facilmente desmagnetizados e são adequados para núcleos de transformadores, por exemplo.
- Os materiais ferromagnéticos **duros**, ao contrário, são adequados para ímãs permanentes.





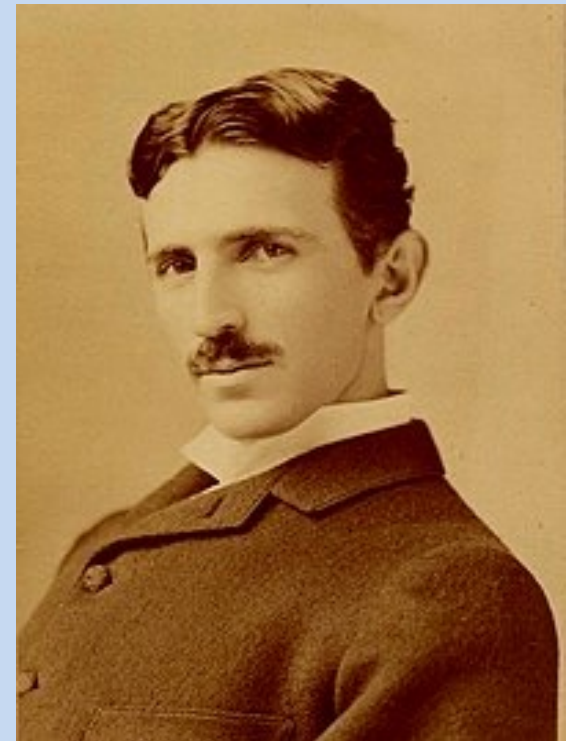
# Campo magnético

O campo magnético<sup>1</sup>  $\vec{B}$  é medido em **tesla** ( $T$ ) em homenagem a Nikola Tesla, graças a quem usamos a eletricidade.

**Tesla:** campo magnético capaz de produzir uma força de 1 N em uma partícula carregada com um carga de 1 C, a uma velocidade de 1 m/s.

$$[B] = T = \frac{Ns}{Cm}$$

$$1 \text{ tesla} = 10.000 \text{ gauss}$$



1856-1943

<sup>1</sup> Chamado também de Densidade de Fluxo Magnético, ou Remanência

# Valores aproximados de campos magnéticos

Source	B-Field (Tesla)
Human Brain	$10^{-12}$
Interstellar Space	$10^{-10}$
Near Household Wiring	$10^{-4}$
Sunlight	$3 \times 10^{-5}$
Earth's Magnetic Field at Pole	$5 \times 10^{-4}$
Sunspots	0.3
Largest man-made Magnet	5.0
Surface of a Nucleus	$10^6$

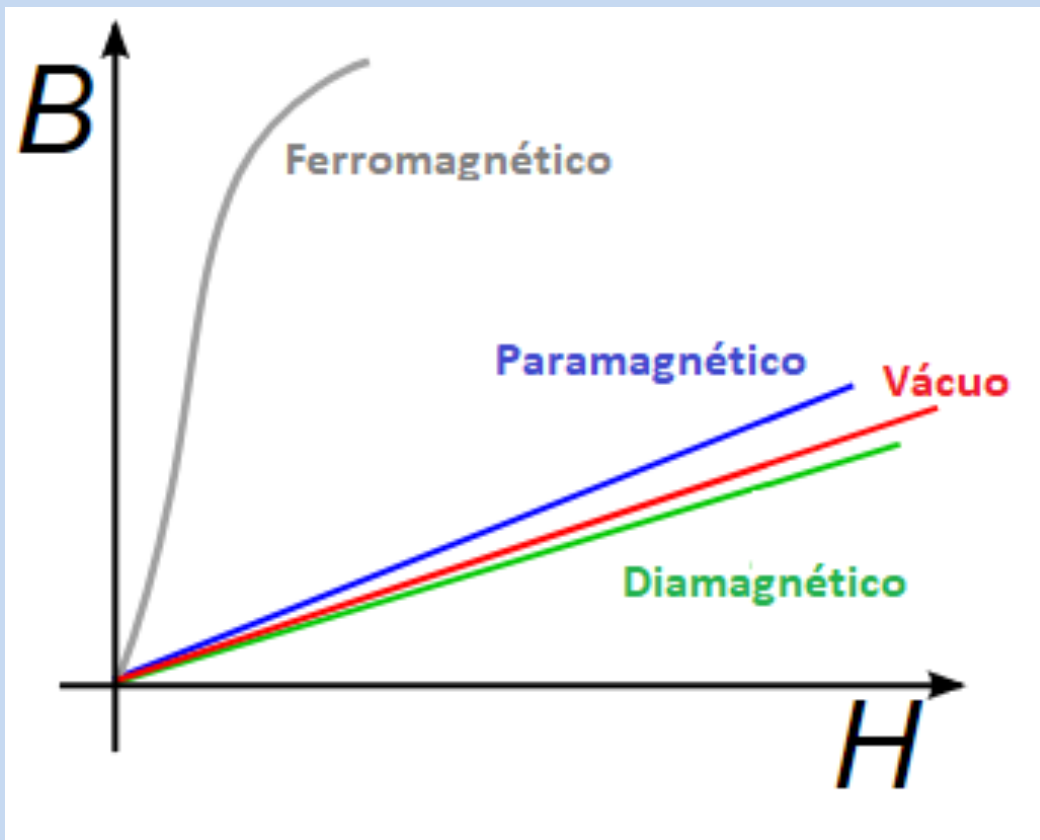
44 T =><https://imamagnets.com/en/blog/what-is-most-powerful-magnet/>

Neodímio	Tesla (T)
N30	1.08-1.12
N33	1.14-1.17
N35	1.17-1.21
N38	1.22-1.26
N40	1.26-1.29
N42	1.29-1.32
N45	1.32-1.37
N48	1.37-1.42
N50	1.40-1.46
N52	1.42-1.47

<https://www.supermagnete.de/eng/physical-magnet-data>

# Permeabilidade magnética

Mede a capacidade de um material de formar um campo magnético  $\vec{B}$  dentro dele, ao ser submetido a um campo magnético auxiliar  $\vec{H}$  magnetizante  $\left(\frac{C}{ms}\right)$ . É representado pela letra  $\mu$  e sua unidade é  $\frac{N \cdot s^2}{C^2}$



$$\mu = \frac{B}{H}$$

$$[\mu] = \frac{N \cdot s^2}{C^2}$$



## Permeabilidade magnética absoluta

<b>Material</b>	<b>Magnetic Permeability</b> ( $Ns^2C^{-2}$ )
Air	$1.25663753 \times 10^{-6}$
Bismuth	$1.25643 \times 10^{-6}$
Copper	$1.256629 \times 10^{-6}$
Iron (pure)	$6.3 \times 10^{-3}$
Nickle	$1.26 \times 10^{-4} - 7.54 \times 10^{-4}$
Carbon Steel	$1.26 \times 10^{-4}$
Hydrogen	$1.2566371 \times 10^{-6}$
Water	$1.256627 \times 10^{-6}$
Wood	$1.25663760 \times 10^{-6}$

# Permeabilidade magnética relativa

Material	Permeabilidade magnética relativa ( $\mu_R$ )	Classificação magnética
Bismuto	0,999833	diamagnética
Água	0,999991	diamagnética
Cobre	0,999995	diamagnética
Ar	1,000000	paramagnética
Oxigênio	1,000002	paramagnética
Alumínio	1,000021	paramagnética
Cobalto	170	ferromagnética
Níquel	1.000	ferromagnética
Ferro	7.000	ferromagnética
Permalloy <sup>1</sup>	100.000	ferromagnética

(1) Liga composta por ferro (17%), molibdênio (4%) e níquel (79%).

A permeabilidade magnética relativa é tomada em relação à permeabilidade magnética do vácuo, cujo valor é:

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Ns^2}{C^2} ; \mu_0 = 1,26 \cdot 10^{-6} \frac{Ns^2}{C^2}$$

# Força magnética

- A força magnética máxima em condições ideais de uma superfície magnetizada depende dos seguintes fatores:

$$F = \frac{B^2 \cdot A}{2 \cdot \mu_0}$$

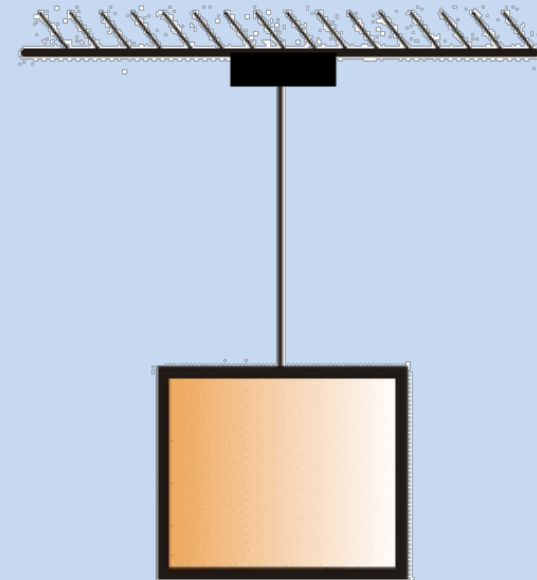
– Onde:

- $B \Rightarrow$  densidade do fluxo magnético do imã (T)
- $A \Rightarrow$  Seção transversal do imã ( $m^2$ )
- $\mu_0 \Rightarrow$  permabilidade magnética  $\left(N \cdot \frac{s^2}{c^2}\right)$

## Força magnética, exemplo

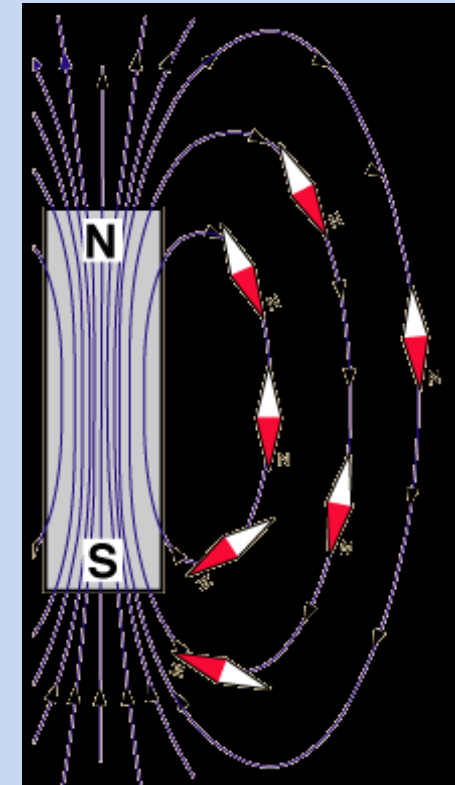
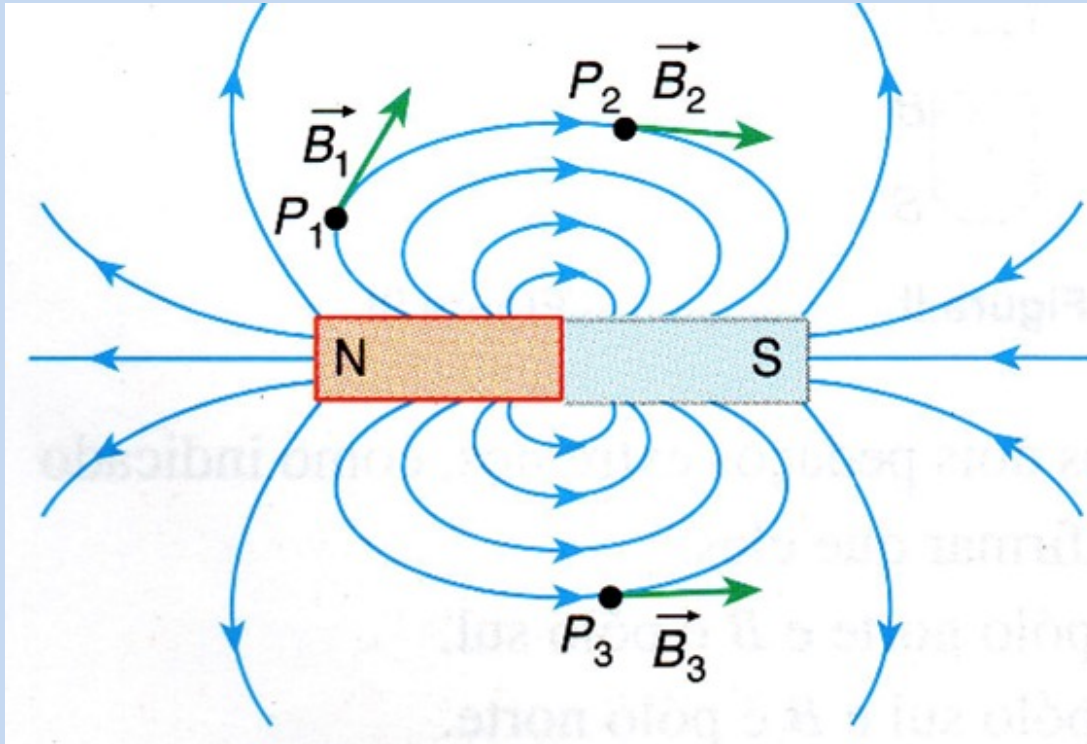
- Uma carga de 10 kg deverá permanecer suspensa por um cabo e um ímã de neodímio que ficará pegado a um teto magnético. O campo magnético do ímã é de  $B=12000$  G. Calcule o diâmetro do ímã mínimo necessário, considerando um fator de segurança de 3x.

Considere  $\mu_0 = 1,26 \cdot 10^{-6} \frac{Ns^2}{C^2}$





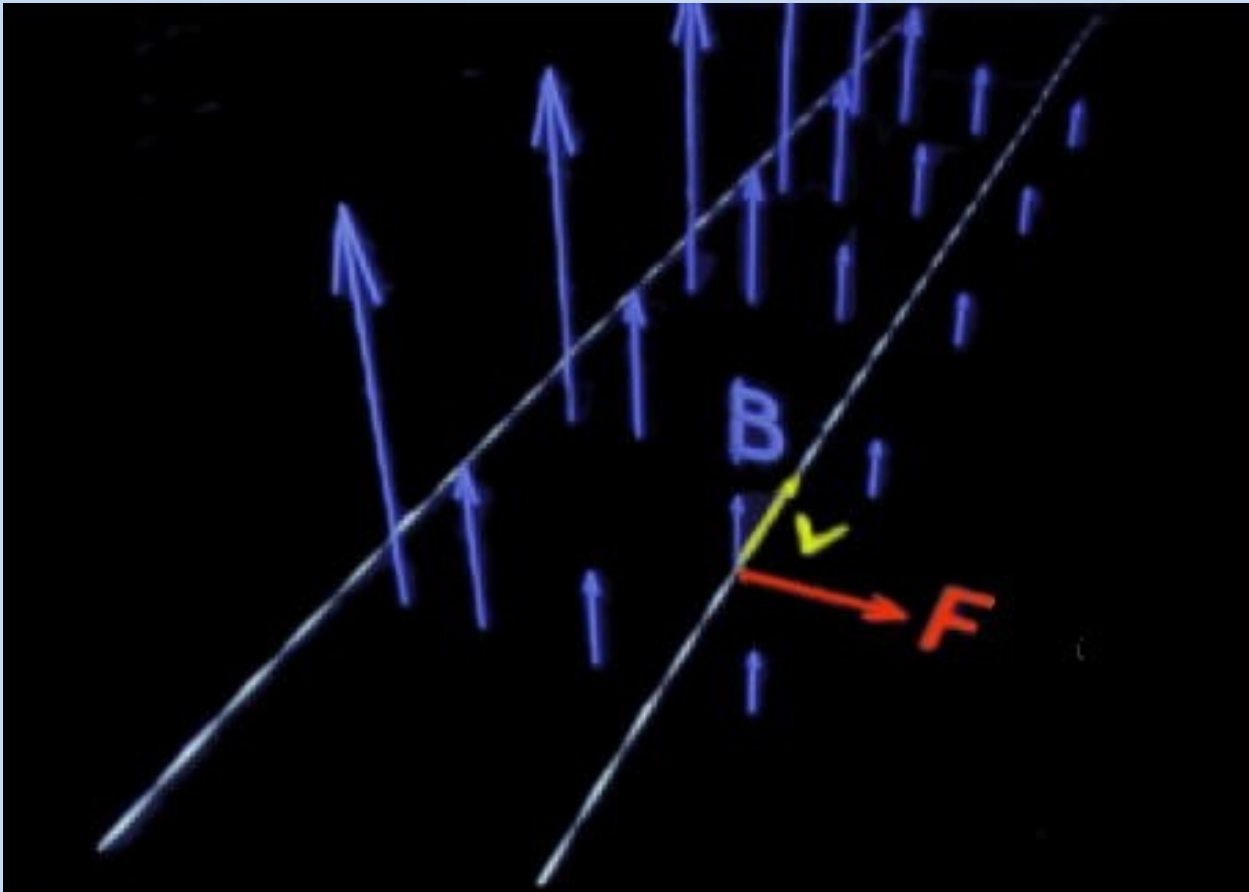
## Vetor campo magnético e linhas de indução



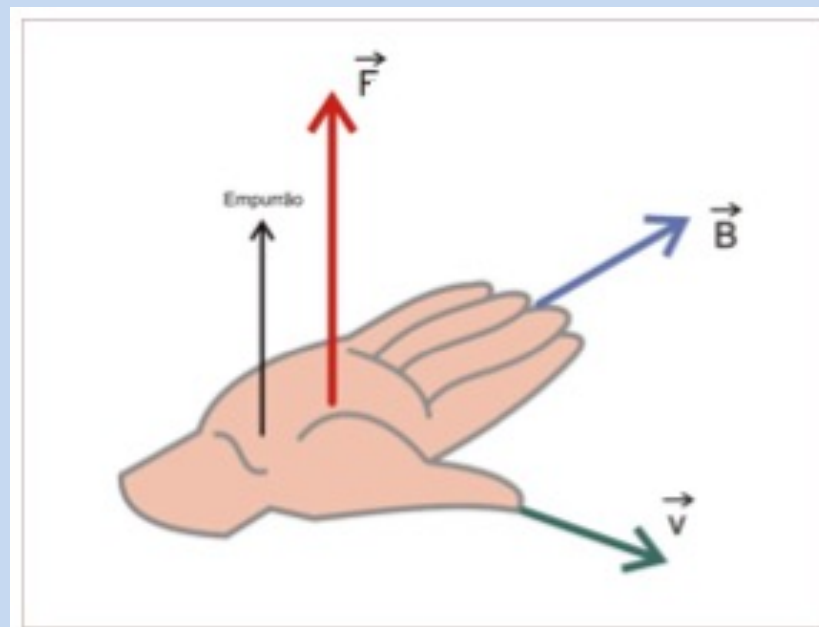
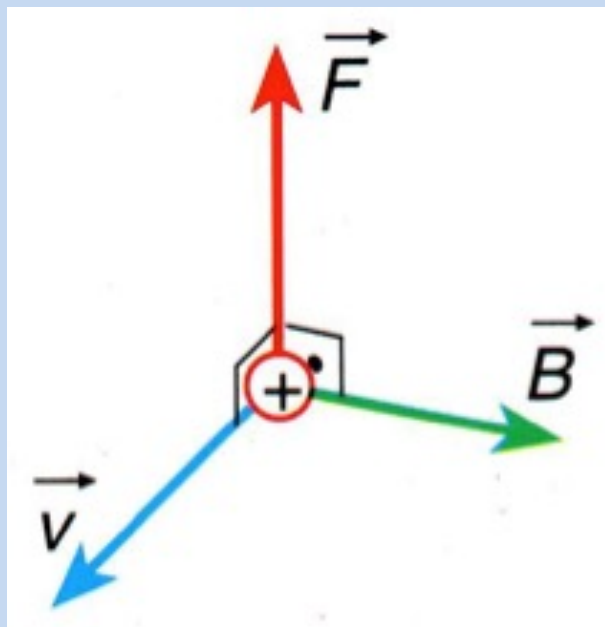
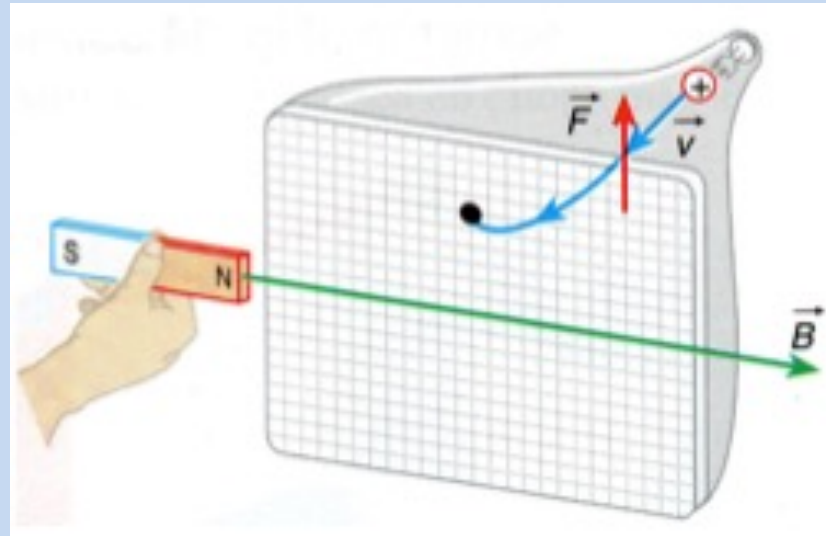
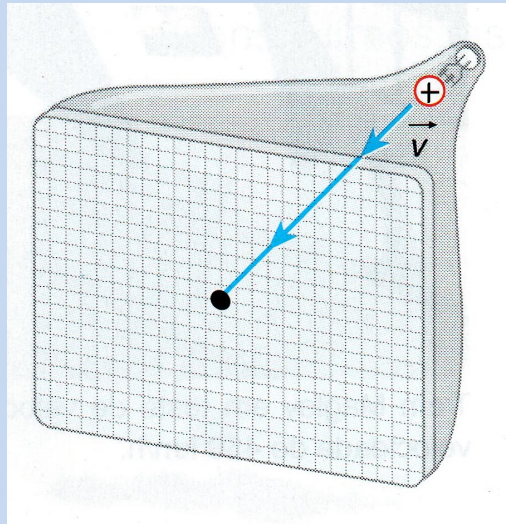
- Por convenção, as linhas de campo magnético saem do N e vão para o S
- O vetor  $B$  representa, em cada ponto, a intensidade, a direção e o sentido do campo magnético

## Força sobre uma partícula carregada

- Quando uma partícula carregada eletricamente atravessa um campo magnético, ela sofre uma força que é perpendicular ao plano formado pelo campo magnético e pelo deslocamento da partícula

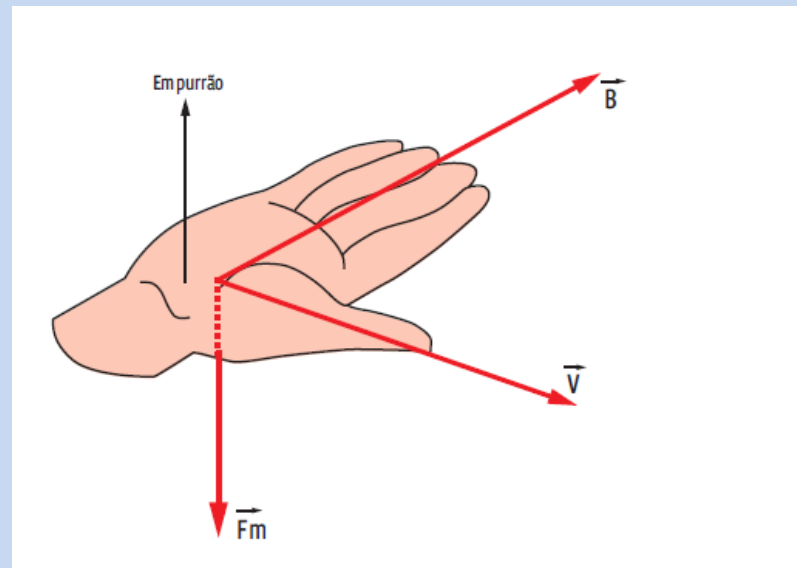
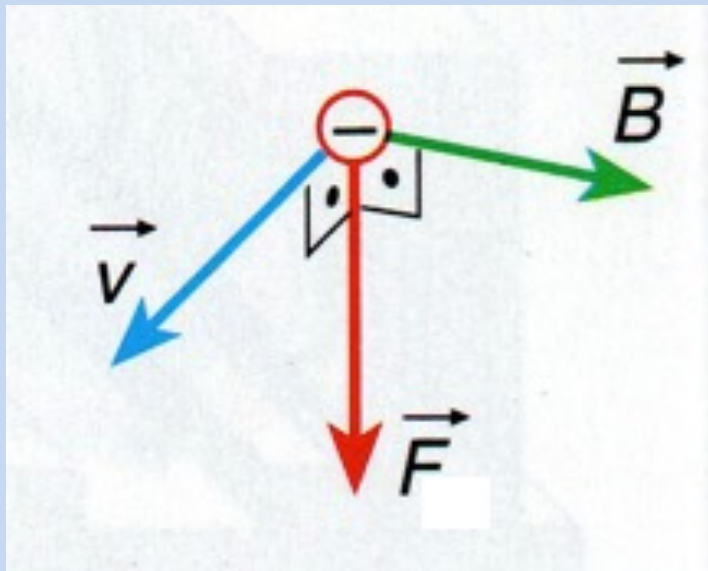
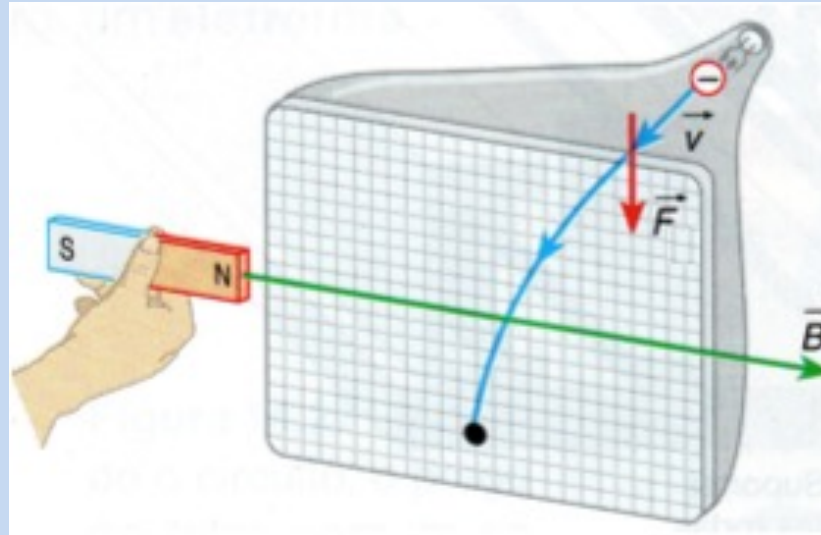
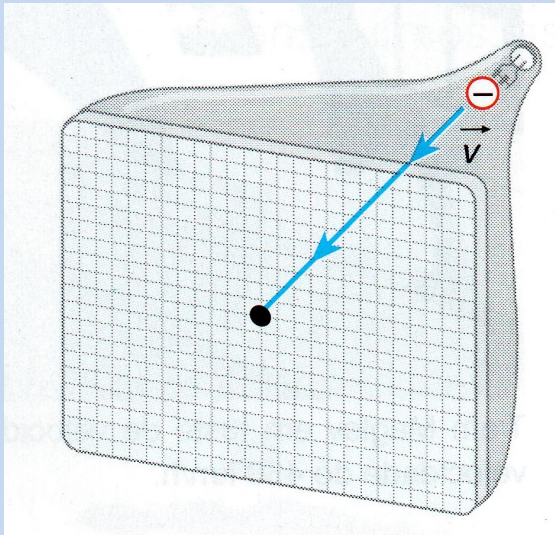


# Partículas positivas num campo magnético



Regra da  
mão  
direita,  
partícula  
positiva

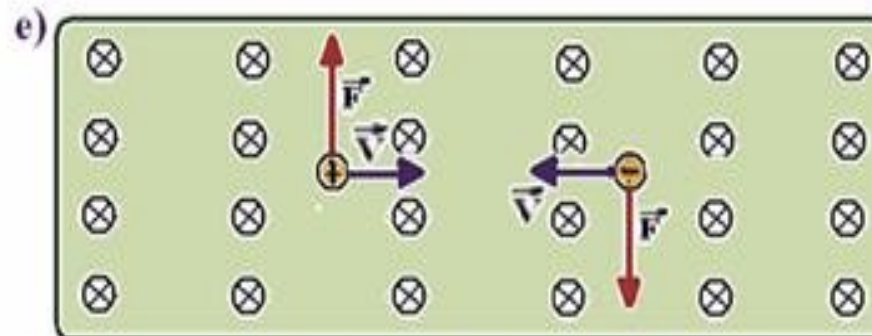
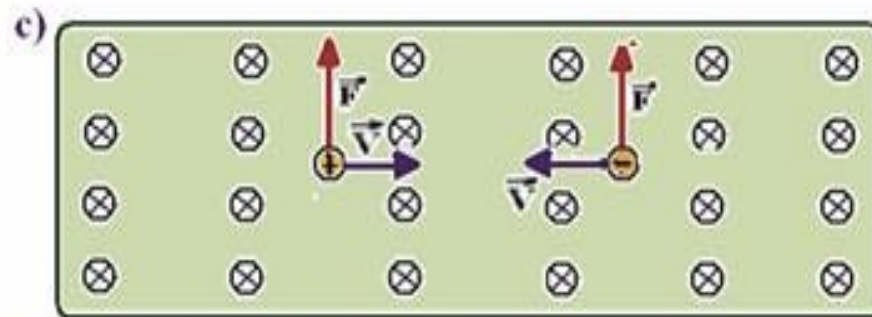
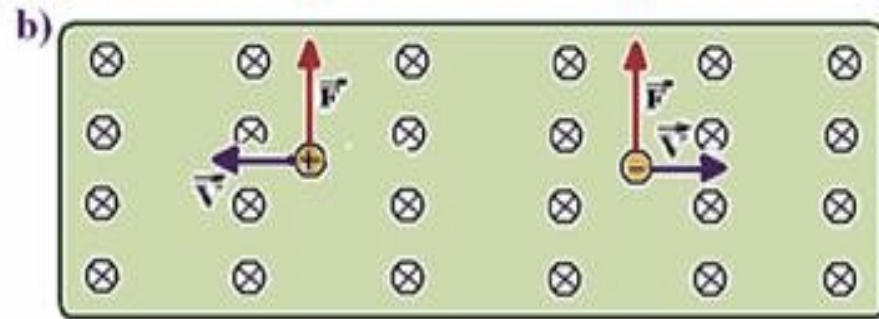
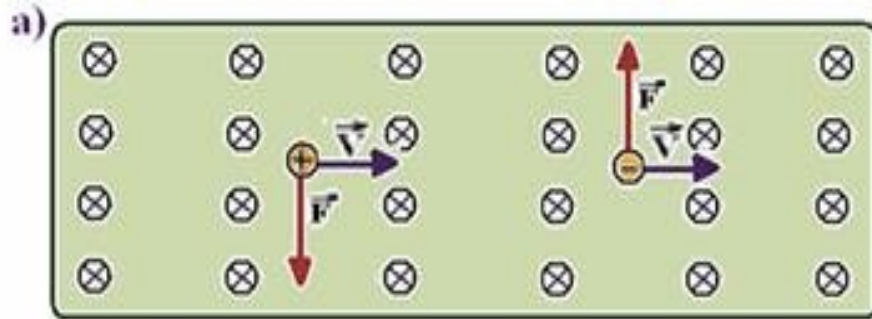
# Partículas negativas num campo magnético



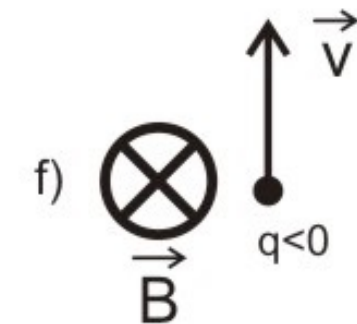
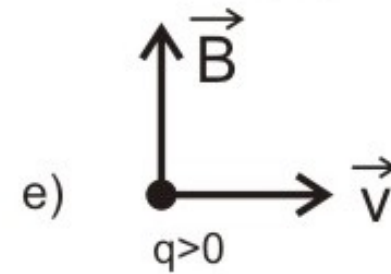
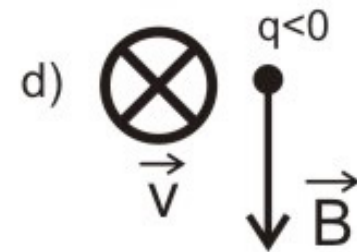
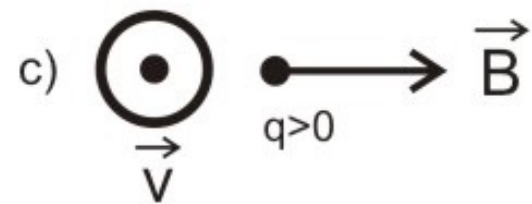
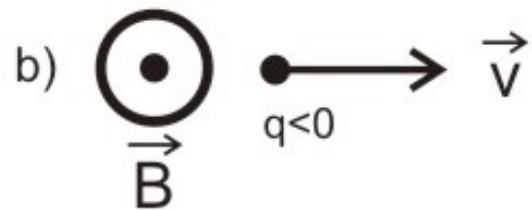
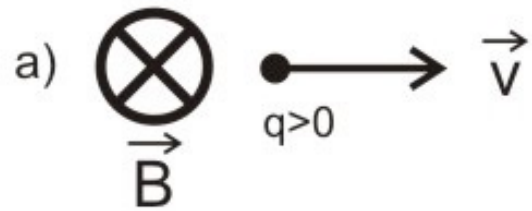
Regra da  
mão direita,  
partícula  
negativa



Quais das alternativas abaixo estão corretas?



# Indique o sentido da força



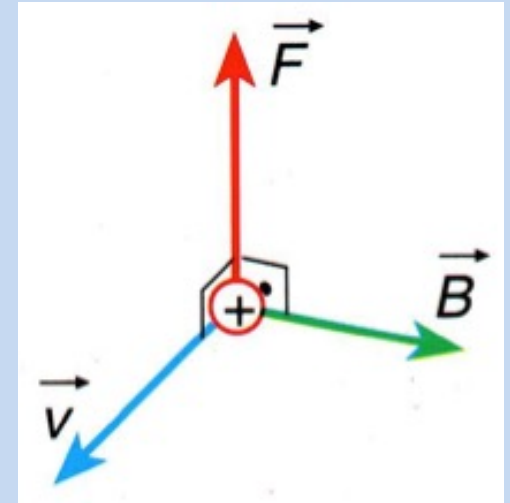
## Força sofrida por uma partícula sujeita a um campo magnético

- O vetor  $\vec{F}$  é o produto da carga  $q$  pelo **produto vetorial** dos vetores  $\vec{B}$  e  $\vec{v}$

$$\vec{F} = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B})$$

- O módulo do vetor  $F$  pode ser calculado por:

$$F = |q| \cdot v \cdot B \cdot \text{sen}\alpha$$



[Arquivo Geogebra](#)

# Produto vetorial

- O produto vetorial expressa a ortogonalidade entre dois vetores, ou seja, é máximo quando os vetores são perpendiculares. Sejam os vetores:

$$\vec{u} = x_1\hat{i} + y_1\hat{j} + z_1\hat{k} \quad \text{e} \quad \vec{v} = x_2\hat{i} + y_2\hat{j} + z_2\hat{k}$$

- O vetor  $\vec{w} = \vec{u} \times \vec{v} = x_3\hat{i} + y_3\hat{j} + z_3\hat{k}$  será dado em coordenadas retangulares pelo determinante:

$$\vec{u} \times \vec{v} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix}$$

- E seu módulo será:

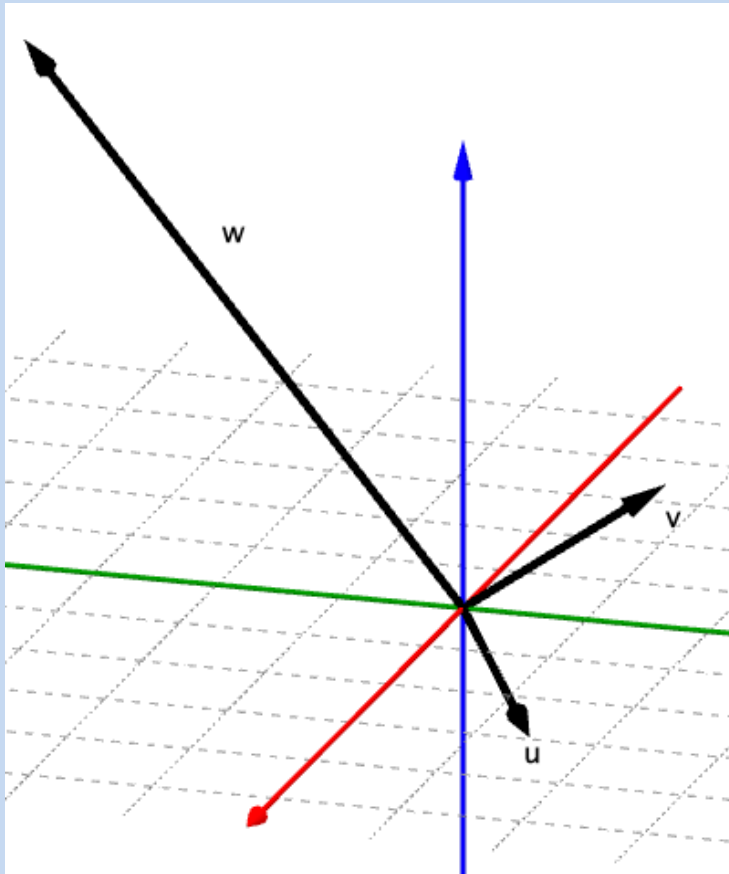
$$|\vec{w}| = \sqrt{|x_3\hat{i}|^2 + |y_3\hat{j}|^2 + |z_3\hat{k}|^2}$$



## Produto vetorial, exemplo

- Calcule o vetor  $\vec{w} = \vec{u} \times \vec{v}$ , e seu módulo, sendo:

$$\vec{u} = 3\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k} \quad \text{e} \quad \vec{v} = -\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}$$



## Exemplo

Seja uma carga de  $15 \mu\text{C}$  viajando a uma velocidade  $v = 96,7 \text{ m/s}$ , num campo magnético  $B = 1,6 \text{ T}$ , em um ângulo de  $21,7^\circ$ . Calcule o módulo da força à qual ela está sujeita

## Exemplo

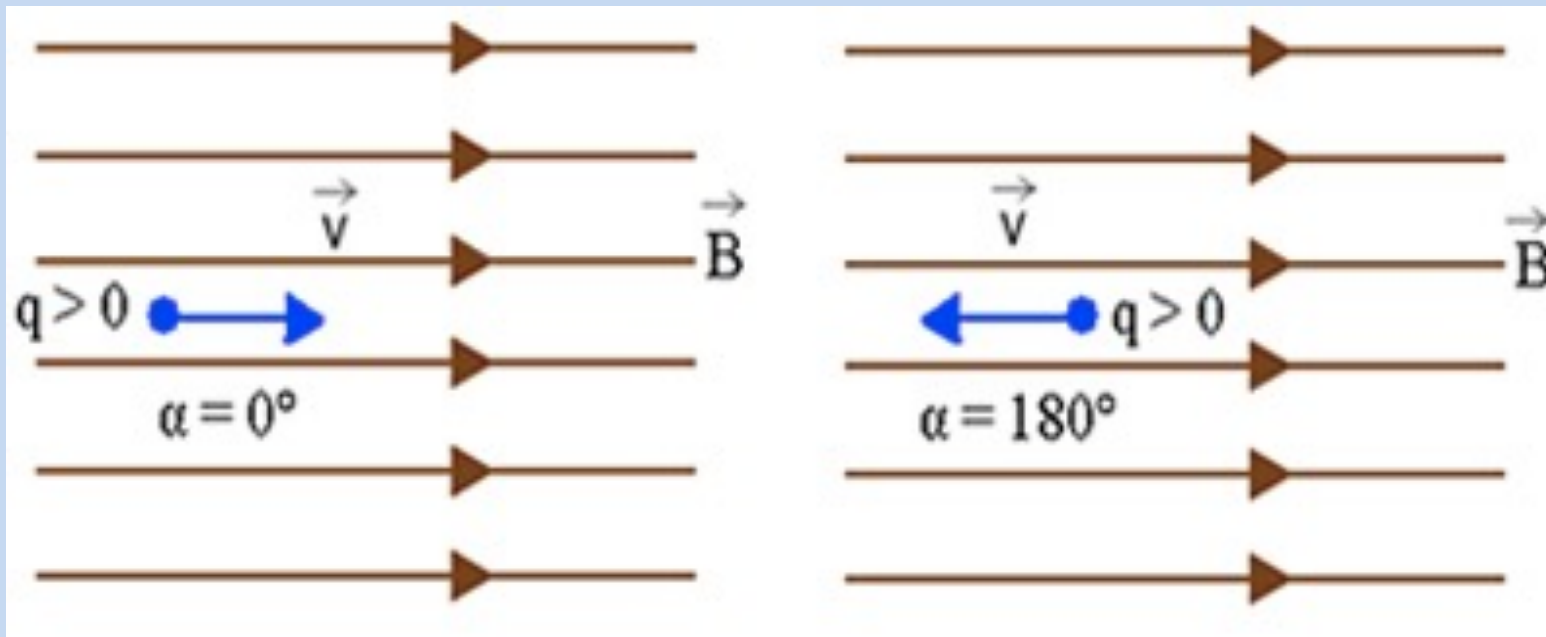
Seja uma carga de  $15 \mu\text{C}$  viajando a uma velocidade  $\vec{v}$ , num campo magnético  $\vec{B}$ , descritos abaixo. Calcule o vetor força à qual ela está sujeita e seu módulo.

$$\vec{v} = (35\hat{i} + 50\hat{j} + 75\hat{k}) \frac{m}{s}; \quad \vec{B} = (0,7\hat{i} + 1,2\hat{j} + 0,8\hat{k}) T$$

## Trajetória paralela

- Se a partícula está alinhada com o campo magnético, ela não sofre nenhuma força

$$|\vec{F}| = |q| \cdot v \cdot B \cdot \text{sen}\alpha \Rightarrow |\vec{F}| = |q| \cdot v \cdot B \cdot \text{sen}0 \Rightarrow |\vec{F}| = 0 \text{ N}$$

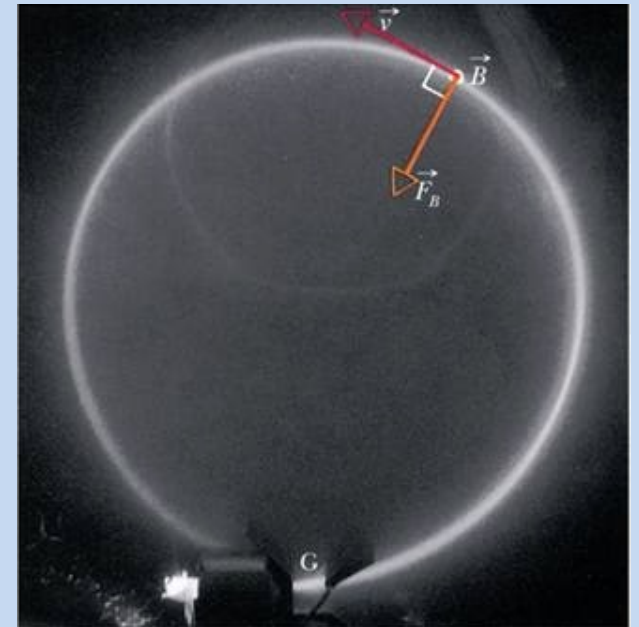
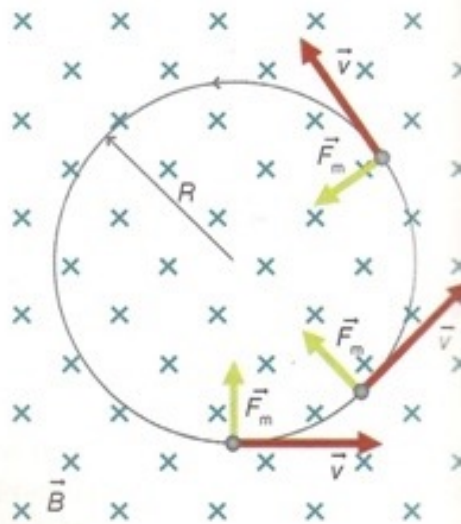
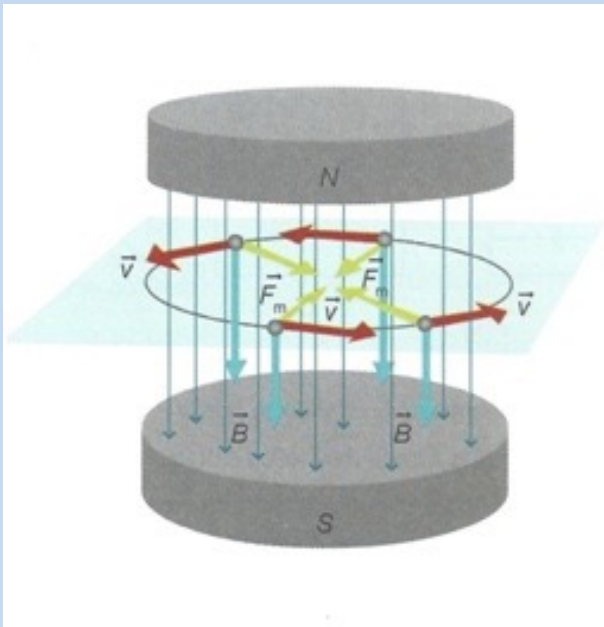




## Trajetória perpendicular

- Se a partícula se move **perpendicularmente** ao campo, a força é máxima, e ela descreve um círculo

$$|\vec{F}| = |q| \cdot v \cdot B \cdot \text{sen} \alpha \Rightarrow |\vec{F}| = |q| \cdot v \cdot B \cdot \text{sen} 90 \Rightarrow |\vec{F}| = |q| \cdot v \cdot B$$



# Trajetória circular

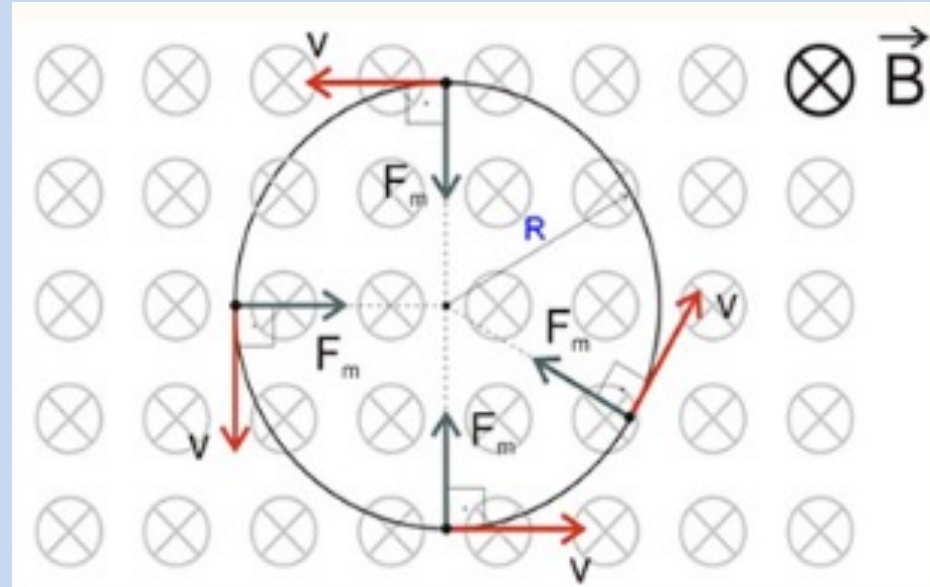
- A força resultante é centrípeta.

Da mecânica, temos que a força centrípeta é igual a:

$$F_{cp} = \frac{m \cdot v^2}{r} \quad (1)$$

Como a força centrípeta é de natureza elétrica, temos:

$$F = q \cdot v \cdot B \quad (2)$$



Igualando (1) e (2), teremos que:

$$q \cdot v \cdot B = \frac{m \cdot v^2}{r} \Rightarrow r = \frac{m \cdot v^2}{q \cdot v \cdot B} \Rightarrow r = \frac{m \cdot v}{q \cdot B}$$

# Período

- O tempo que a partícula leva para dar uma volta é chamado período  $T$ , e pode ser deduzido a partir de:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta x}{v}$$

- No nosso caso:

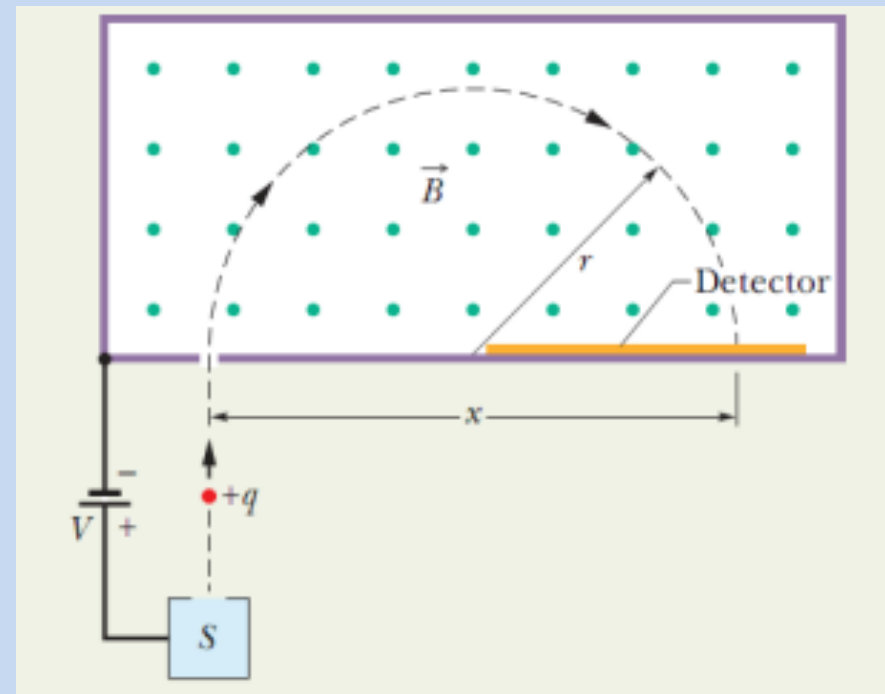
$$\Delta t = T \text{ e } \Delta x = 2\pi r \quad \text{e vimos que :} \quad r = \frac{mv}{qB}$$

- Assim

$$T = \frac{2\pi r}{v} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{v} \cdot \frac{mv}{qB} \quad T = \frac{2\pi m}{qB}$$

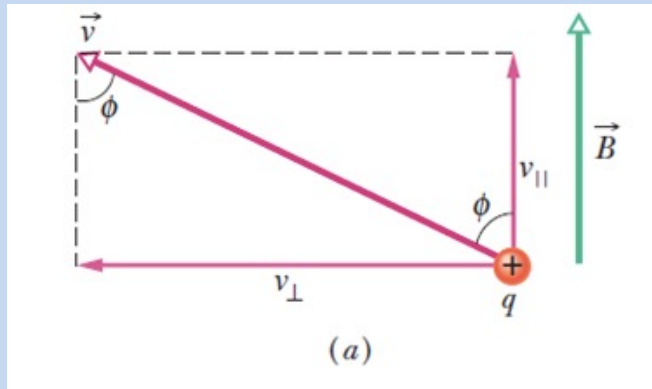
## Exemplo

Em um espectrômetro de massa, deseja-se estimar a massa de uma partícula de carga  $q = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ . Ela é lançada perpendicularmente em um campo magnético de  $8,0 \cdot 10^{-2} \text{ T}$  a uma velocidade de  $3,0 \cdot 10^4 \text{ m/s}$ , e é detectada a uma distância  $x = 1,63 \text{ m}$  a partir do ponto de entrada no campo magnético. Com esses dados, estime a massa da partícula e quanto tempo levou da entrada do campo até a detecção, considerando que a trajetória foi semicircular.



# Trajetória

- Se partícula é lançada obliquamente, num ângulo  $\phi$  em relação ao campo magnético sua trajetória é helicoidal, descrita por:



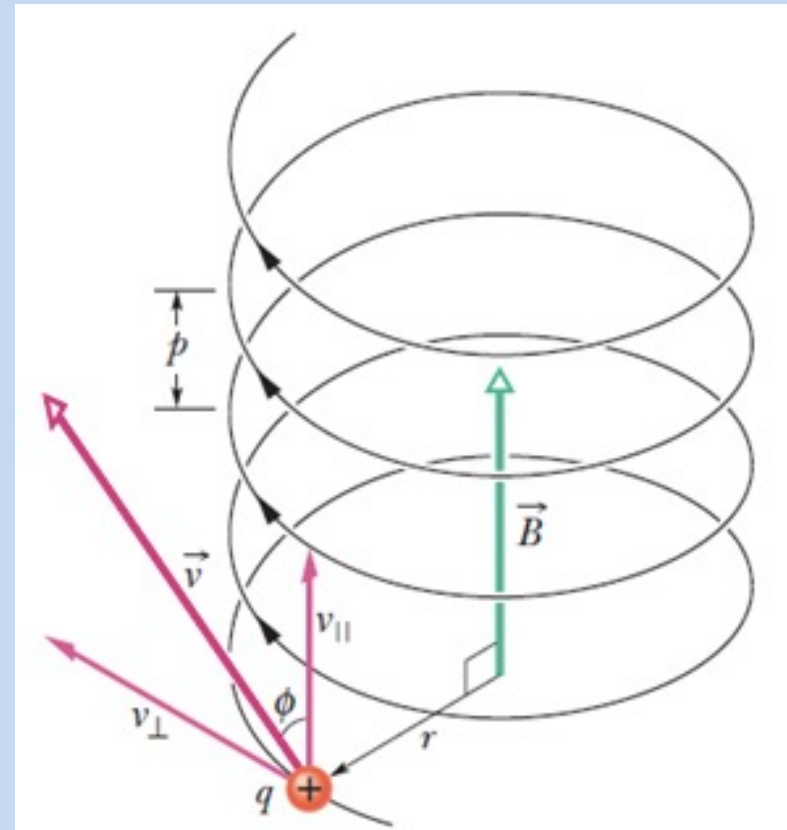
$$v^2 = v_{\perp}^2 + v_{\parallel}^2$$

$v_{\parallel}$   $\Rightarrow$  velocidade paralela a  $\vec{B}$

$v_{\perp}$   $\Rightarrow$  velocidade perpendicular a  $\vec{B}$

$$v_{\perp} = v \cdot \text{sen } \phi$$

$$p = v_{\parallel} \cdot T$$

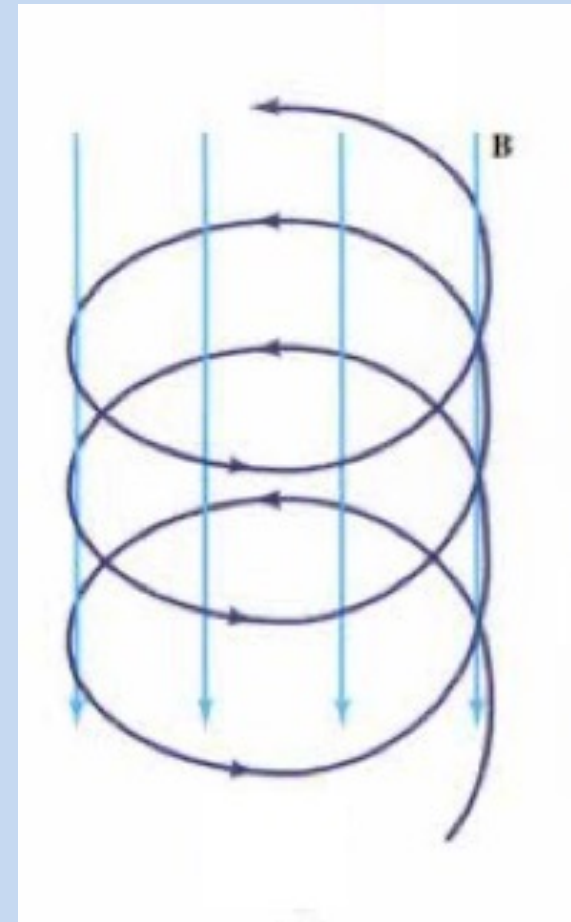
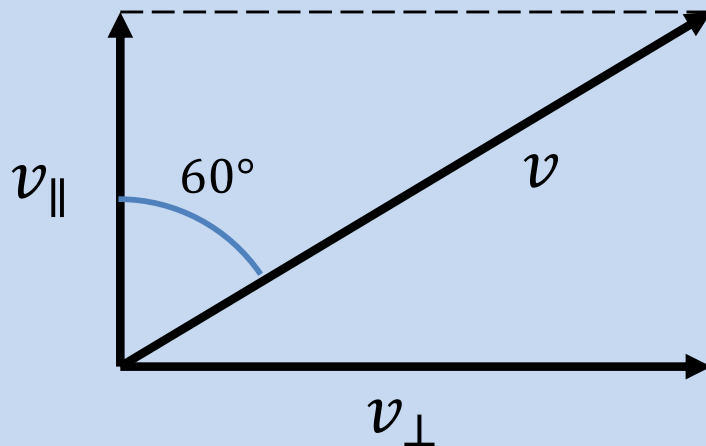


$$r = \frac{m \cdot v \cdot \text{sen } \phi}{q \cdot B}$$



## Exemplo

- Uma partícula com carga  $q = 3,2 \cdot 10^{-19}$  C penetra em uma região cujo campo magnético é de  $B = 0,01$  T, formando um ângulo de  $60^\circ$  com ele. Depois de dar 100 voltas, a partícula atinge a altura de 10 metros em 1,0 ms, traçando uma helicoidal de 5,0 metros de diâmetro. Calcule a massa da partícula.



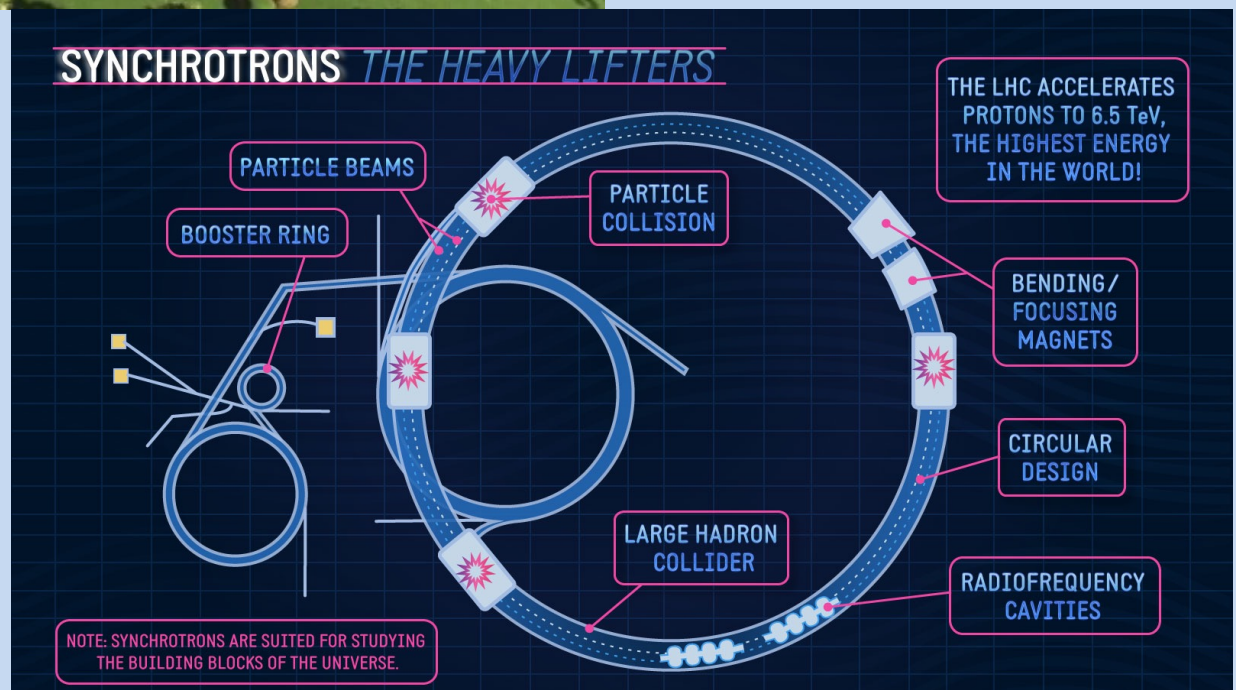
# Aplicação: aceleradores de partículas



Sirius, Campinas,  
SP

518 metros de  
diâmetro

LHC, França/Suíça  
8,6 km de diâmetro



Ao final  
dessa aula  
você deve  
ser capaz de:

Entender a natureza e tipos de magnetismo: diamagnetismo, paramagnetismo, ferromagnetismo

Compreender o que é permeabilidade magnética e seu efeito na força magnética e na histerese

Relacionar a direção da força em uma partícula com sua velocidade e o campo magnético que ela atravessa

Calcular o módulo, direção e sentido da força

Prever a trajetória da partícula carregada ao atravessar um campo magnético