Engenharia, Física Elétrica. Prof. Simões

Eletrromagnetismo: partículas sujeitas à ação de uma campo magnético

Obs: lembrar que, sendo um vetor $\vec{h} = a\vec{i} + b\vec{j} + c\vec{k}$, então seu módulo será $|\vec{h}| = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

1. Um próton, cuja carga elétrica é de $1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$, está numa trajetória que faz um ângulo de 23° com a direção de um campo magnético de $2,60 \times 10^{-3} \text{ T}$ e sofre uma força magnética de $6,50 \times 10^{-17} \text{ N}$. Calcule a velocidade do próton em m/s e em km/h, e identifique o tipo de movimento que ele descreve. Resposta: $4,0 \times 10^5 \text{ m/s}$; $1,44 \times 10^6 \text{ km/h}$, helicoidal.
2. Uma partícula com uma carga de $80 \mu\text{C}$ se move em uma região onde existe um campo magnético uniforme. A velocidade da partícula é igual a $2,0 \times 10^4 \text{ m/s}$, perpendicular ao campo magnético, e ela sofre uma força de $5,0 \times 10^{-3} \text{ N}$. Qual é o valor do campo magnético? Que tipo de movimento descreve a partícula? Resposta: $3,125 \times 10^{-3} \text{ T}$, circular.
3. Um elétron com uma velocidade $\vec{v} = (2,0 \cdot 10^6\vec{i} + 3,0 \cdot 10^6\vec{j}) \text{ m/s}$, está se movendo numa região onde existe um campo magnético uniforme $\vec{B} = (0,03\vec{i} - 0,15\vec{j}) \text{ T}$. Determine a força que age sobre o elétron, lembrando que sua carga é de $-1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$. Repita o cálculo para um próton com a mesma velocidade; a carga do próton é a mesma do elétron, porém positiva. Resposta: $6,2 \cdot 10^{-14} \text{ k N}$; $-6,2 \cdot 10^{-14} \text{ k N}$.
4. Uma partícula alfa de massa $6,64 \times 10^{-27} \text{ kg}$ e carga $3,2 \times 10^{-19} \text{ C}$ está se movendo a uma velocidade de 550 m/s em um campo magnético de $0,045 \text{ T}$. Verifica-se que sua aceleração neste instante é de $9,4 \times 10^8 \text{ m/s}^2$. Calcule o ângulo que o vetor velocidade forma em relação ao sentido do campo magnético? Indique que tipo de trajetória a partícula está descrevendo. Resposta: $\alpha = 52^\circ$, a trajetória da partícula será helicoidal.
5. Um campo magnético é descrito por $\vec{B} = (0,25\vec{i} + 0,35\vec{j}) \text{ T}$. Neste campo penetra uma partícula com carga de 50 nC e com vetor velocidade de $\vec{v} = (5,0\vec{i} + 4,0\vec{j}) \text{ m/s}$. Calcule a força à que ela estará sujeita e qual o ângulo formado entre os vetores $\vec{v}$ e $\vec{B}$. Resposta: $F = 3,75 \times 10^{-8} \text{ k N}$, $\alpha = 15,8^\circ$.
6. Uma partícula descreve uma trajetória circular num plano cortado por um campo magnético $B = 5 \text{ T}$. A partícula tem uma carga de -4 C , e está sujeita a uma força de 100 N . Calcule a velocidade da partícula. Resposta: 5 m/s .
7. Uma partícula com velocidade $\vec{v} = 4\vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{k} \text{ m/s}$ e carga $q = -4 \text{ C}$ penetra em um campo magnético de intensidade $\vec{B} = 25\vec{i} + 32\vec{j} - 17\vec{k} \text{ T}$. Calcule o módulo da força à que ela estará sujeita e qual o ângulo formado entre $\vec{v}$ e $\vec{B}$. Resposta: 692 N ; $46,8^\circ$.
8. Uma partícula com velocidade $\vec{v} = 3\vec{i} - 7\vec{j} + 5\vec{k} \text{ m/s}$ e carga $q = 30 \text{ nC}$ penetra em um campo magnético de intensidade $\vec{B} = 2\vec{i} + 2\vec{j} - 7\vec{k} \text{ T}$. Calcule o módulo da força à que ela estará sujeita e qual o ângulo formado entre $\vec{v}$ e $\vec{B}$. Resposta: $1,61 \times 10^{-6} \text{ N}$; $51,3^\circ$.
9. Um campo magnético de intensidade $\vec{B} = 10\vec{i} - 2\vec{j} - 10\vec{k} \text{ T}$ é atravessado por uma partícula com velocidade de módulo $|\vec{v}| = 250 \text{ m/s}$ num ângulo de 45° e carga $q = 25 \mu\text{C}$. Calcule o módulo da força à que ela estará sujeita e qual o ângulo formado entre $\vec{v}$ e $\vec{B}$. Resposta: $6,32 \times 10^{-2} \text{ N}$.
10. Um campo magnético de intensidade $|\vec{B}| = 4,58 \text{ T}$ é atravessado por uma partícula de carga $q = 0,1 \text{ C}$ com velocidade $\vec{v} = 3\vec{i} + 6\vec{j} - 5\vec{k} \text{ m/s}$ e sofre uma força $\vec{F} = 3,4\vec{i} - 0,7\vec{j} + 1,2\vec{k} \text{ N}$. Calcule o ângulo formado entre $\vec{v}$ e $\vec{B}$. Resposta: $73,4^\circ$.

$$\textcircled{1} \quad q = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C} ; \quad \alpha = 23^\circ ; \quad B = 2,6 \times 10^{-3} \text{ T}$$

$$F = 6,5 \times 10^{-17} \text{ N} ; \quad v = ?$$

$$F = q \cdot v \cdot B \cdot \sin \alpha \Rightarrow$$

$$6,5 \times 10^{-17} = 1,6 \times 10^{-19} \times v \times 2,6 \times 10^{-3} \times \sin 23^\circ$$

$$v = \frac{6,5 \times 10^{-17}}{1,6 \times 10^{-19} \times 2,6 \times 10^{-3} \times \sin 23^\circ}$$

$$v = 4,0 \times 10^5 \text{ m/s}$$

$$v = 4,0 \times 10^5 \times 3,6 \Rightarrow v = 1,44 \times 10^6 \text{ km/h}$$

$$\textcircled{2} \quad q = 80 \mu\text{C} = 80 \times 10^{-6} \text{ C} ; \quad v = 2,0 \times 10^4 \text{ m/s}$$

$$F = 5,0 \times 10^{-3} \text{ N} ; \quad B = ?$$

$$F = q \cdot v \cdot B \cdot \sin \alpha \Rightarrow 5,0 \times 10^{-3} = 80 \times 10^{-6} \times 2,0 \times 10^4 \times B \times \sin 90^\circ$$

$$B = \frac{5,0 \times 10^{-3}}{80 \times 10^{-6} \times 2,0 \times 10^4 \times 1} \Rightarrow B = 3,125 \times 10^{-3} \text{ T}$$

$$\textcircled{3} \quad \vec{v} = 2,0 \times 10^6 \vec{i} + 3,0 \times 10^6 \vec{j} \text{ m/s}$$

$$\vec{B} = 0,03 \vec{i} - 0,15 \vec{j} \text{ T}$$

$$q = -1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$$

$$\vec{F} = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B})$$

$$\vec{v} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2,0 \times 10^6 & 3,0 \times 10^6 & 0 \\ 0,03 & -0,15 & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} \\ 2,0 \times 10^6 & 3,0 \times 10^6 \\ 0,03 & -0,15 \end{vmatrix}$$

$$\begin{array}{l} + 0 \vec{i} + 0 \vec{j} - 0,15 \times 2 \times 10^6 \vec{k} \\ + 0 \vec{i} + 0 \vec{j} - 0,03 \times 3,0 \times 10^6 \vec{k} \\ \hline - 3,9 \times 10^5 \vec{k} \end{array}$$

$$\vec{F} = -1,6 \times 10^{-19} \cdot (-3,9 \times 10^5)$$

$$(a) \vec{F} = 6,24 \times 10^{-14} \vec{k} \text{ N}$$

$$(b) \vec{F} = 1,6 \times 10^{-19} \cdot (-3,9 \times 10^5)$$

$$\vec{F} = -6,24 \times 10^{-14} \vec{k} \text{ N}$$

(4)

$$q = 3,2 \times 10^{-19} \text{ C} \quad ; \quad v = 550 \text{ m/s}$$

$$B = 0,045 \text{ T} \quad , \quad m = 6,64 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

$$a = 9,4 \times 10^8 \text{ m/s}^2$$

$$F = m \cdot a \quad \Rightarrow \quad F = 6,64 \times 10^{-27} \times 9,4 \times 10^8$$

$$F = 6,24 \times 10^{-18} \text{ N}$$

$$F = q \cdot v \cdot B \cdot \text{sen } \alpha$$

$$6,24 \times 10^{-18} = 3,2 \times 10^{-19} \times 550 \times 0,045 \times \text{sen } \alpha$$

$$\text{sen } \alpha = \frac{6,24 \times 10^{-18}}{3,2 \times 10^{-19} \times 550 \times 0,045}$$

$$\text{sen } \alpha = 0,788 \quad \Rightarrow \quad \alpha = \text{arcsen } 0,788$$

$$\alpha = 52^\circ$$

Traytória helicoidal

$$\textcircled{5} \quad \vec{B} = 0,25 \vec{i} + 0,35 \vec{j} \quad \text{T}$$

$$\vec{v} = 5,0 \vec{i} + 4,0 \vec{j} \quad \text{m/s}$$

$$q = 50 \times 10^{-9} \text{ C}$$

$$\vec{F} = q (\vec{v} \times \vec{B})$$

$$(\vec{v} \times \vec{B}) = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 5,0 & 4,0 & 0 \\ 0,25 & 0,35 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} \\ 5,0 & 4,0 \\ 0,25 & 0,35 \end{vmatrix}$$

$$\begin{array}{l} 0 \vec{i} + 0 \vec{j} + 5,0 \times 0,35 \vec{k} \\ 0 \vec{j} + 0 \vec{i} - 4,0 \times 0,25 \vec{k} \\ \hline 0 \vec{i} + 0 \vec{j} + 0,75 \vec{k} \end{array}$$

$$F = 50 \times 10^{-9} \times 0,75 \vec{k} \Rightarrow \vec{F} = 3,75 \times 10^{-8} \vec{k} \text{ N}$$

$$|\vec{F}| = \sqrt{0^2 + 0^2 + (-3,75 \times 10^{-8})^2}$$

$$|\vec{F}| = 3,75 \times 10^{-8} \text{ N}$$

$$|\vec{B}| = \sqrt{0,25^2 + 0,35^2} = 0,43 \text{ T}$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{5^2 + 4^2} = 6,4 \text{ m/s}$$

$$|\vec{F}| = |q \cdot \vec{v} \cdot \vec{B}| \cdot \text{sen } \alpha$$

$$\text{sen } \alpha = \frac{3,75 \times 10^{-8}}{50 \times 10^{-9} \times 6,4 \times 0,43}$$

$$\text{sen } \alpha = 0,273 \Rightarrow \alpha = \text{arcsen } 0,273$$

$$\alpha = 15,8^\circ$$

$$\textcircled{6} \quad \alpha = 90^\circ ; \quad B = 5 \text{ T} ; \quad q = -4 \text{ C} ; \quad F = 100 \text{ N}$$

$$F = |q| \cdot v \cdot B \cdot \sin \alpha$$

$$100 = 4 \times v \cdot 5 \cdot 1 \Rightarrow v = \frac{100}{20} = 5 \text{ m/s}$$

$$\textcircled{7} \quad \vec{v} = 4\vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{k} \text{ m/s}$$

$$\vec{B} = 25\vec{i} + 32\vec{j} - 17\vec{k} \text{ T}$$

$$F = q (\vec{v} \times \vec{B})$$

$$q = -4 \text{ C}$$

$$\vec{v} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 4 & 3 & 2 \\ 25 & 32 & -17 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} \\ 4 & 3 \\ 25 & 32 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{k} \\ 4 & 2 \\ 25 & -17 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & 2 \\ 32 & -17 \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned} & -51\vec{i} + 50\vec{j} + 128\vec{k} \\ & -64\vec{i} + 68\vec{j} - 75\vec{k} \\ \hline & -115\vec{i} + 118\vec{j} + 53\vec{k} \end{aligned}$$

$$F = -4 (-115\vec{i} + 118\vec{j} + 53\vec{k})$$

$$F = 460\vec{i} + 472\vec{j} - 212\vec{k} \text{ N}$$

$$|\vec{F}| = \sqrt{460^2 + 472^2 + (-212)^2} \Rightarrow |\vec{F}| = 692 \text{ N}$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{4^2 + 3^2 + 2^2} \Rightarrow |\vec{v}| = 5,39 \text{ m/s}$$

$$|\vec{B}| = \sqrt{25^2 + 32^2 + (-17)^2} \Rightarrow |\vec{B}| = 44 \text{ T}$$

$$692 = |-4| \times 5,39 \times 44 \times \sin \alpha \Rightarrow \alpha = 46,8^\circ$$

$$\textcircled{8} \quad \vec{v} = 3\vec{i} - 7\vec{j} + 5\vec{k} \quad \text{m/s}$$

$$q = 30 \times 10^{-9}$$

$$\vec{B} = 2\vec{i} + 2\vec{j} - 7\vec{k} \quad \text{T}$$

$$F = q (\vec{v} \times \vec{B})$$

$$\vec{v} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & -7 & 5 \\ 2 & 2 & -7 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & \vec{j} \\ 3 & -7 \\ 2 & 2 \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned} & 49\vec{i} + 10\vec{j} + 6\vec{k} \\ & -10\vec{i} + 21\vec{j} + 14\vec{k} \end{aligned}$$

$$-39\vec{i} + 31\vec{j} + 20\vec{k}$$

$$\vec{F} = 30 \times 10^{-9} (-39\vec{i} + 31\vec{j} + 20\vec{k}) =$$

$$\vec{F} = -1,17 \times 10^{-6} \vec{i} + 9,3 \times 10^{-7} \vec{j} + 6,0 \times 10^{-7} \vec{k} \quad \text{N}$$

$$|\vec{F}| = \sqrt{(-1,17 \times 10^{-6})^2 + (9,3 \times 10^{-7})^2 + (6,0 \times 10^{-7})^2} = 1,61 \times 10^{-6} \text{ N}$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{3^2 + (-7)^2 + 5^2} \Rightarrow |\vec{v}| = 9,11 \text{ m/s}$$

$$|\vec{B}| = \sqrt{2^2 + 2^2 + (-7)^2} \Rightarrow |\vec{B}| = 7,55 \text{ T}$$

$$F = q v B \sin \alpha$$

$$1,61 \times 10^{-6} = 30 \times 10^{-9} \times 9,11 \times 7,55 \times \sin \alpha$$

$$\sin \alpha = 0,78$$

$$\alpha = 51,3^\circ$$

$$\textcircled{9} \quad \vec{B} = 10\vec{i} - 2\vec{j} - 10\vec{k} \quad \text{T}$$

$$q = 25 \mu\text{C}$$

$$v = 250 \text{ m/s}$$

$$\alpha = 45^\circ$$

$$|\vec{B}| = \sqrt{10^2 + (-2)^2 + (-10)^2} = 14,3 \text{ T}$$

$$F = q v B \sin \alpha$$

$$F = 25 \times 10^{-6} \times 250 \times 14,3 \times \sin 45^\circ$$

$$F = 6,32 \times 10^{-2} \text{ N}$$

$$\textcircled{10} \quad \vec{B} = 4,58 \text{ T}$$

$$q = 1,0 \text{ C}$$

$$\vec{v} = 3\vec{i} + 6\vec{j} - 5\vec{k} \quad \text{m/s}$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{3^2 + 6^2 + (-5)^2} \Rightarrow |\vec{v}| = 8,37 \text{ m/s}$$

$$|\vec{F}| = \sqrt{34^2 + (-7)^2 + 12^2} \Rightarrow |\vec{F}| = 3,67 \text{ N}$$

$$|\vec{F}| = q \cdot v \cdot B \cdot \sin \alpha$$

$$3,67 = 0,1 \times 8,37 \times 4,58 \times \sin \alpha$$

$$\sin \alpha = \frac{3,67}{0,1 \times 8,37 \times 4,58} = 0,958$$

$$\alpha = 73,4^\circ$$