

Análise dos fenômenos físicos da natureza

Funções: função
afim e quadrática e
suas aplicações

Prof. Simões



Objetivos dessa aula

Compreender o que é uma função

Identificar uma função afim

Entender a influência de seus elementos

Aplicar a função afim na resolução de problemas

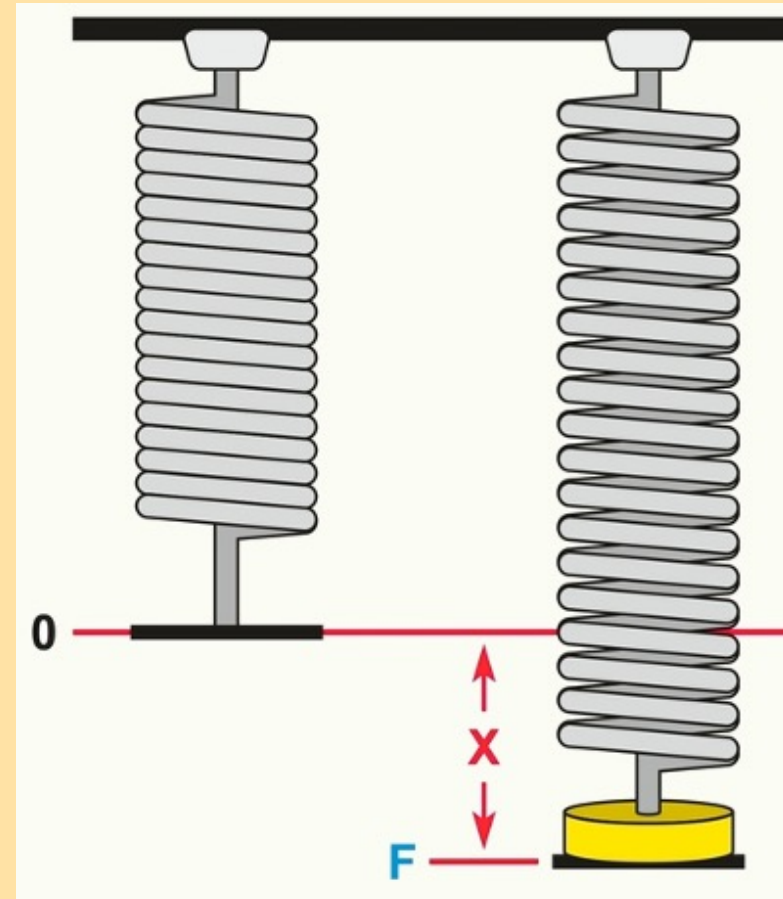
Identificar uma função quadrática

Entender a influência de seus elementos

Aplicar a função quadrática na resolução de problemas

Problema típico

- Uma mola em repouso tem um comprimento de 50 cm. Quanto uma massa de 400 g é pendurada nela, o comprimento passa a ser 80 cm. Determine a relação entre a massa e a deformação da mola e qual será a deformação se a massa for de 600 g.



Problema típico

(Vunesp) Suponha que um grilo, ao saltar do solo, tenha sua posição no espaço descrita em função do tempo (em segundos) pela expressão $h(t) = 3t - 3t^2$, em que h é a altura atingida em metros.

Calcule:

- Qual a altura máxima alcançada
- Quanto tempo ele leva para alcançá-la
- Em quanto tempo ele retorna ao solo



O que é uma função?

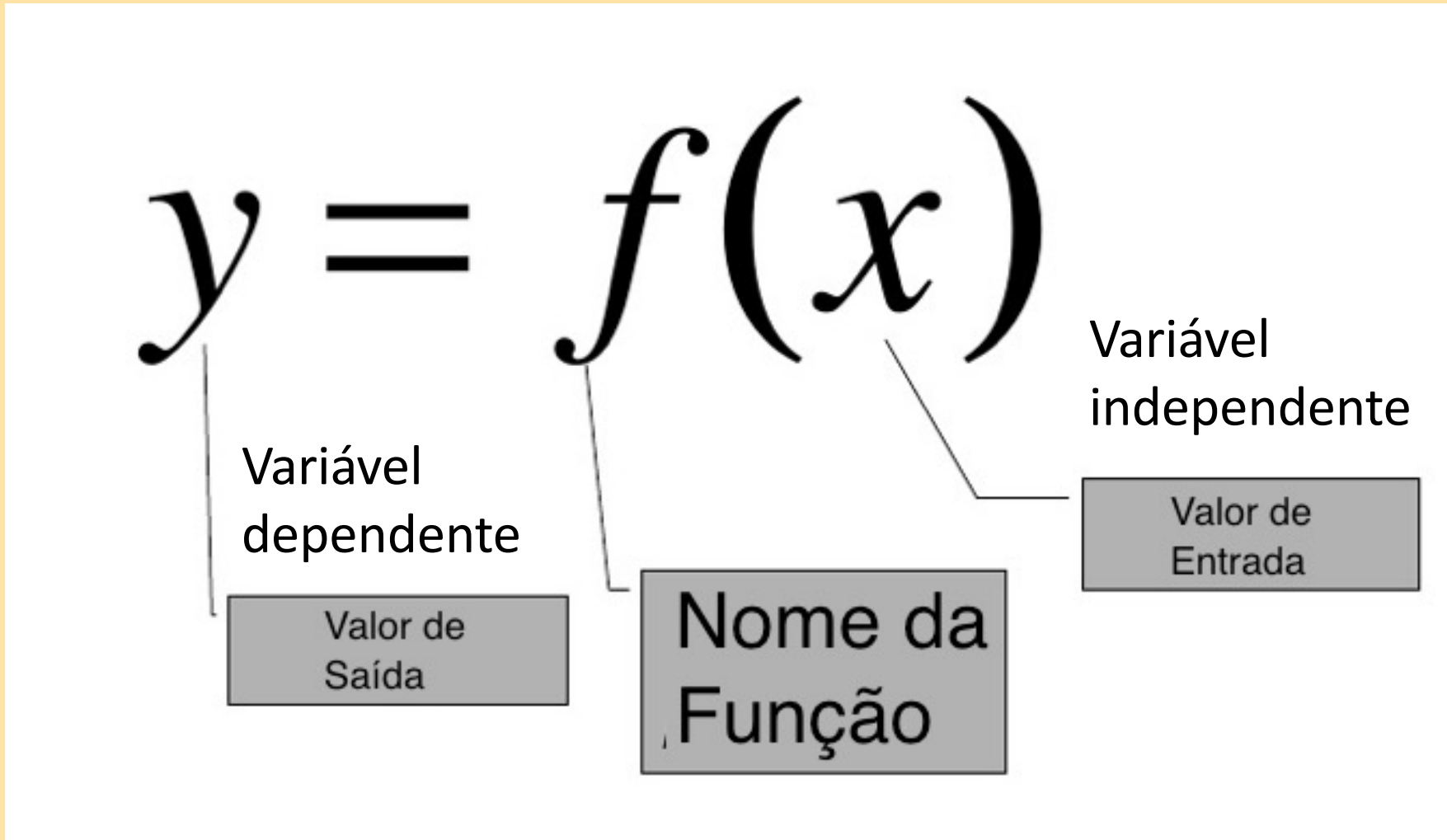
Função:
f
g
etc



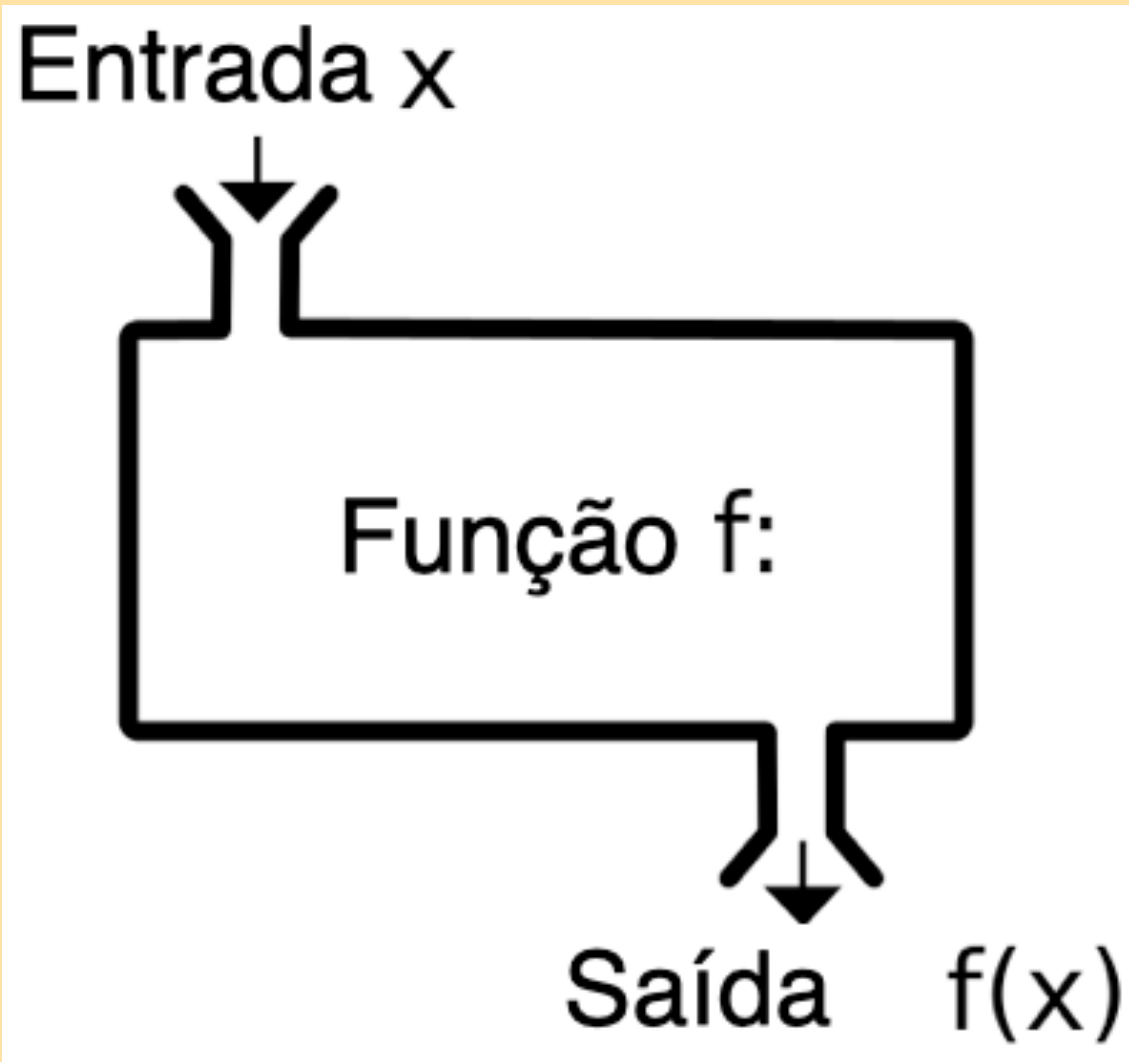
x

y, ou
 $f(x)$
 $g(x)$
etc

Nomenclatura



O que é uma função?



$$x = 2$$



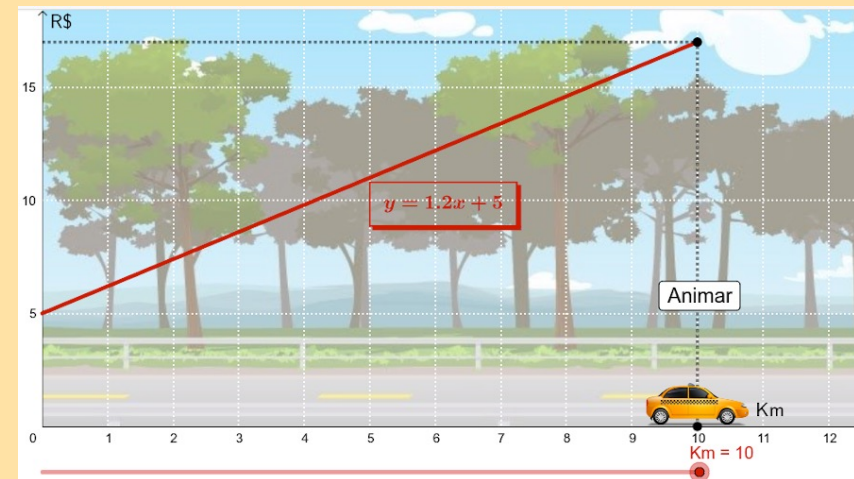
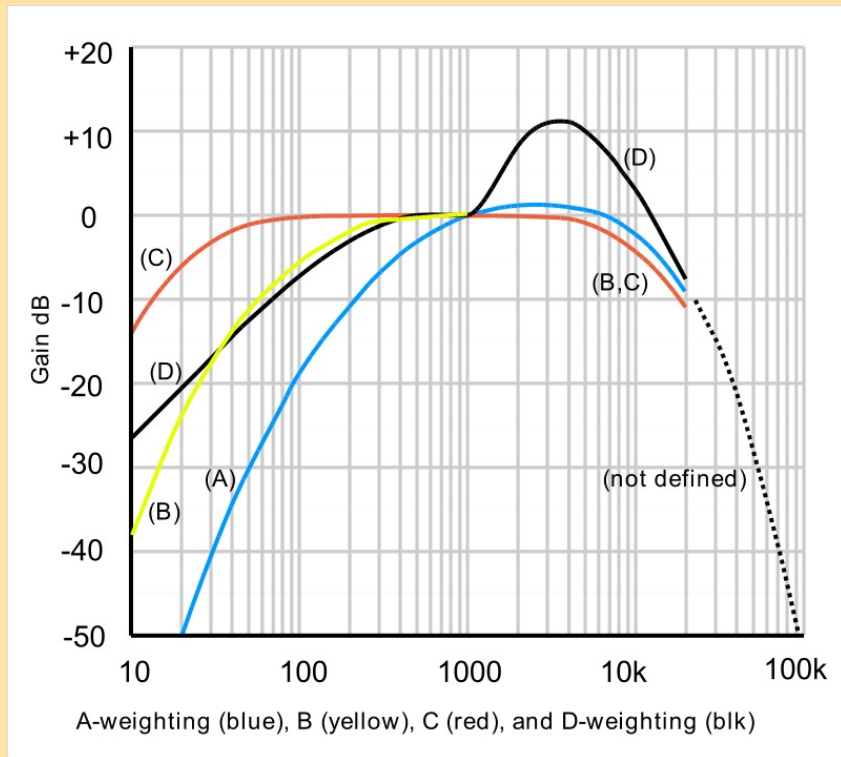
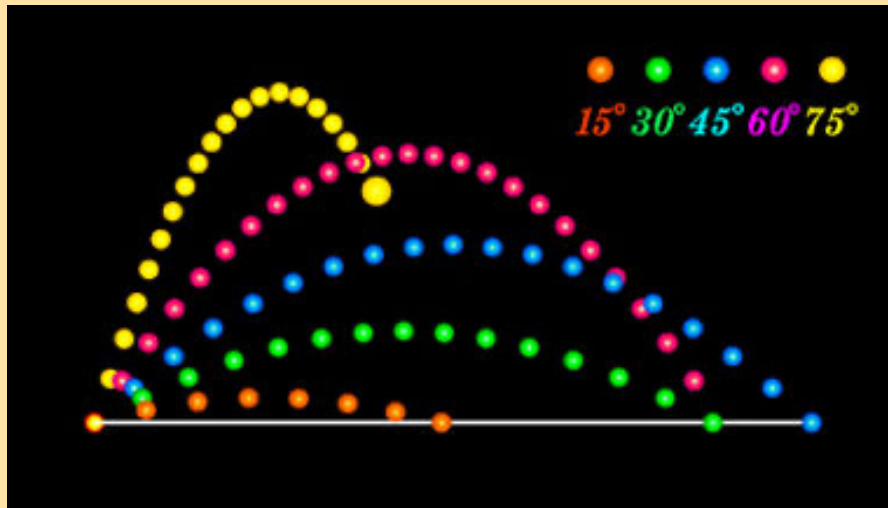
$$f(x) = 3x + 4$$

$$f(2) = 3 \cdot 2 + 4$$



$$y = f(2) = 10$$

Exemplos de funções e aplicações



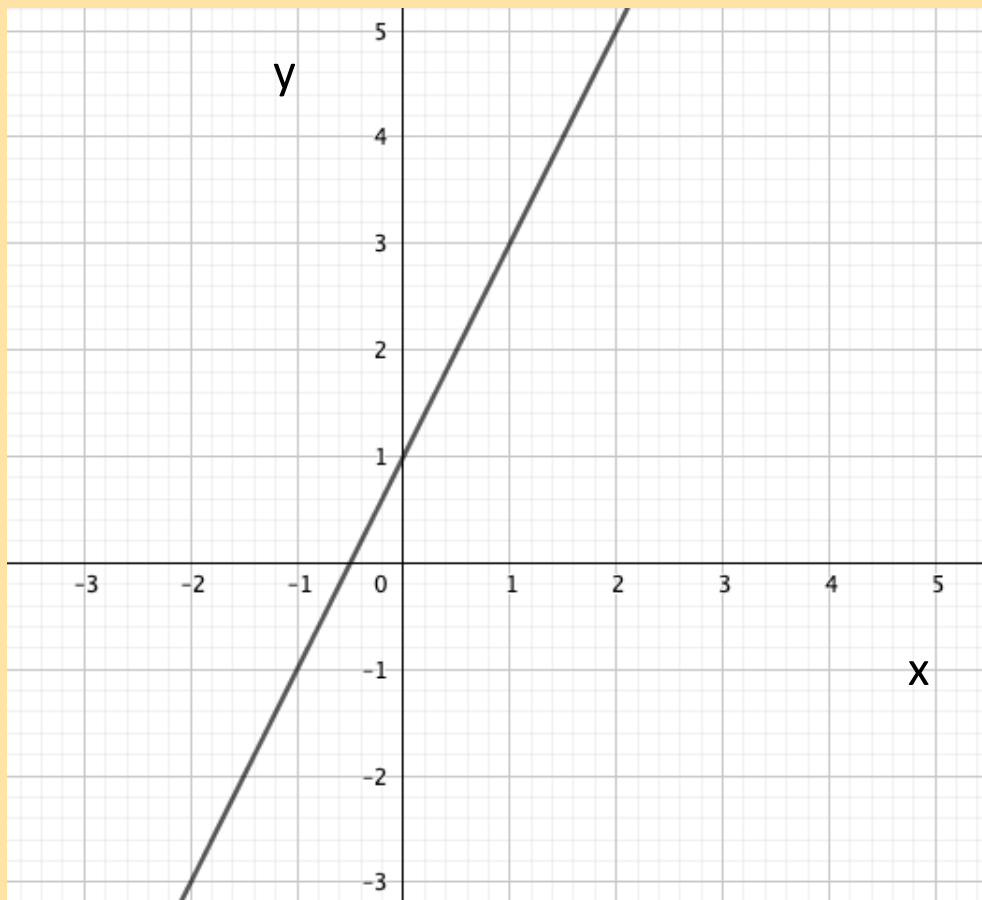
Função afim

$$f(x) = ax + b$$

$$y = ax + b$$

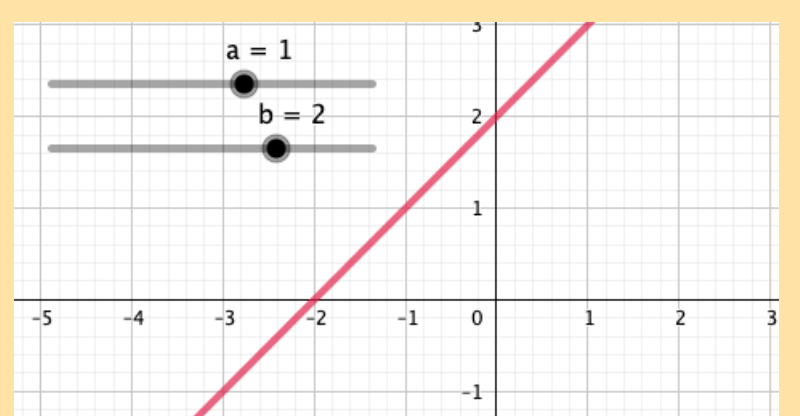
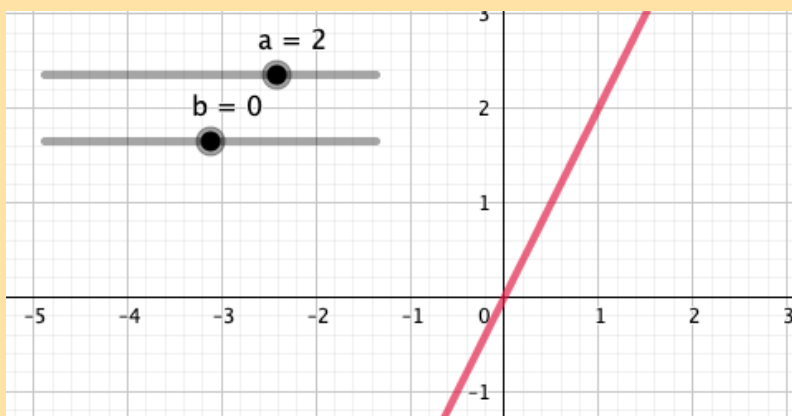
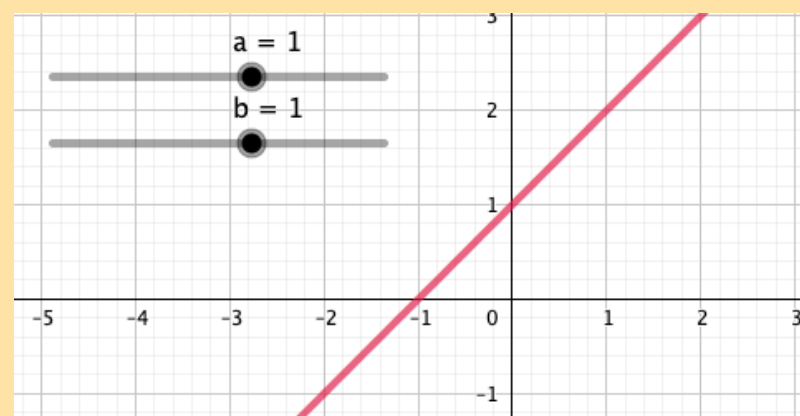
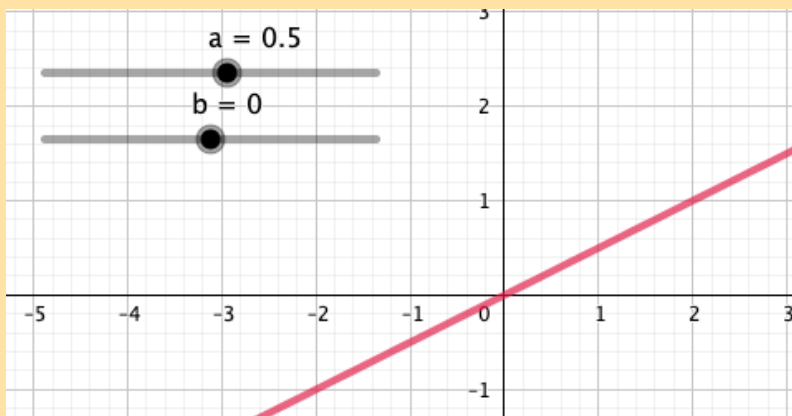
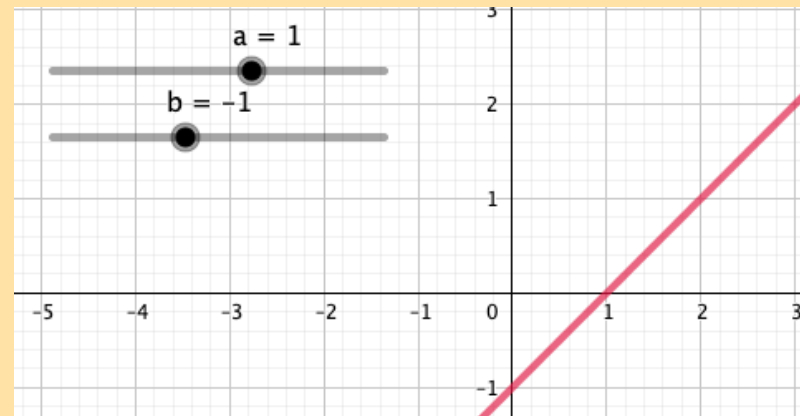
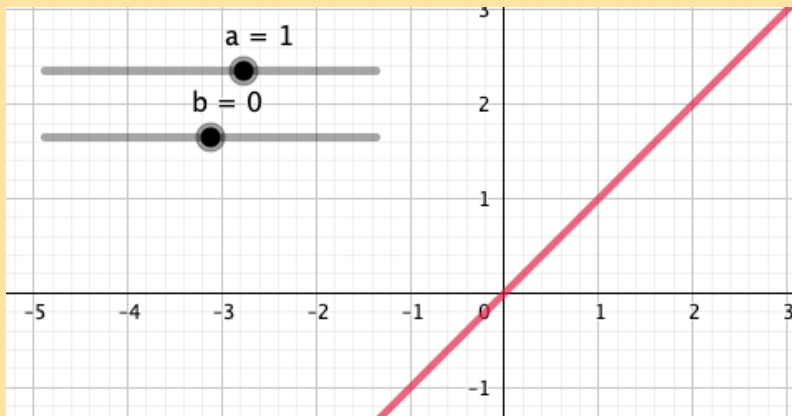
Função afim e sua representação

$$y \text{ ou } f(x) = 2x + 1$$

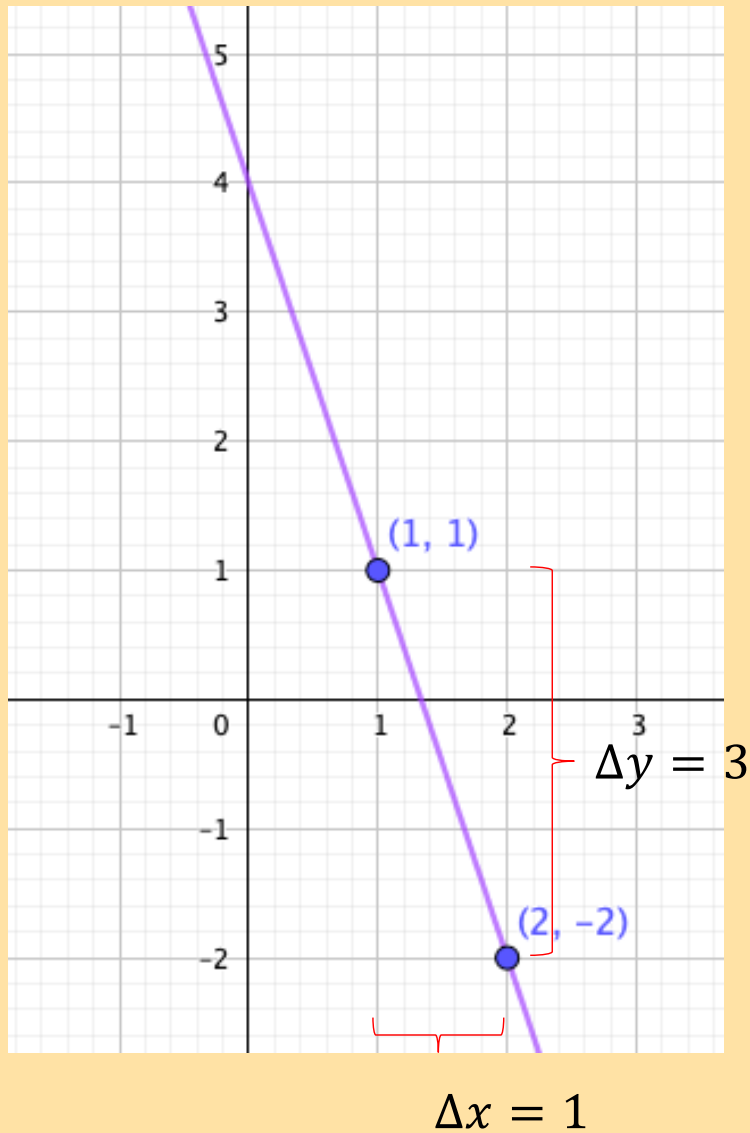


x	$y \text{ ou } f(x) = 2x + 1$
-2	$2 \cdot (-2) + 1 = -3$
-1	$2 \cdot (-1) + 1 = -1$
0	$2 \cdot 0 + 1 = 1$
1	$2 \cdot 1 + 1 = 3$
2	$2 \cdot 2 + 1 = 5$

Influência do a e do b em $f(x) = ax + b$



Determinação da taxa de variação (valor de a)



Exemplo: determinar a taxa de variação da equação que passa pelos pontos $(2, -2)$ e $(1, 1)$

Resolução

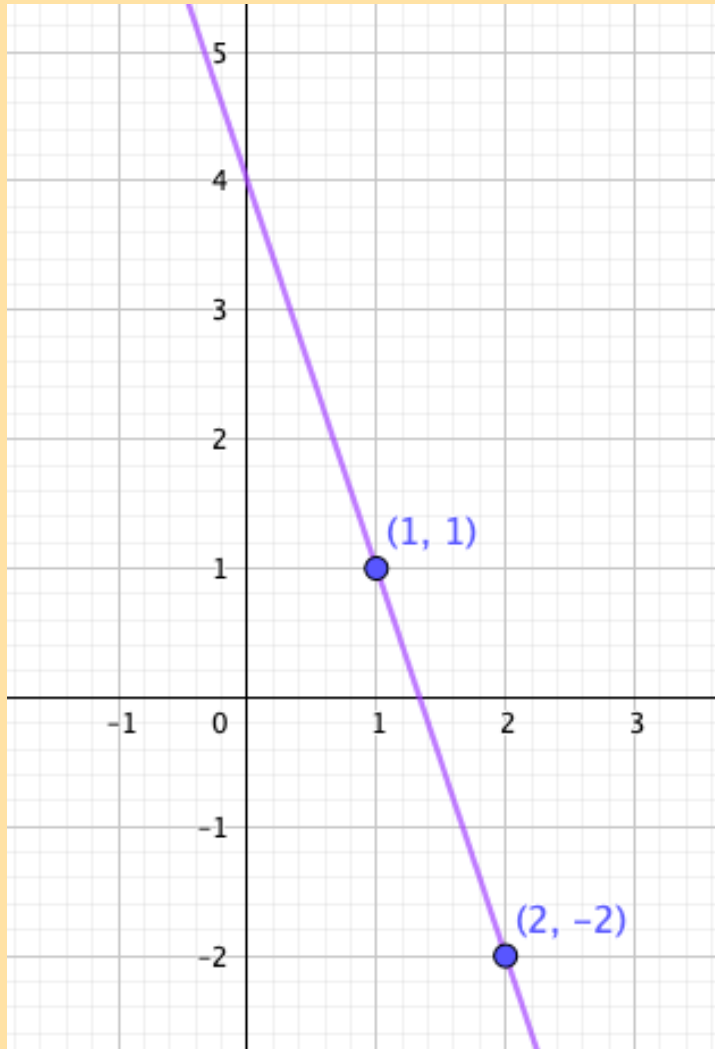
$$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$a = \frac{-2 - 1}{2 - 1} \Rightarrow a = -\frac{3}{1} \Rightarrow a = -3$$

Como b é o valor que corta o eixo y , teremos que:

$$f(x) = -3 \cdot x + 4$$

Determinação a partir de 2 pontos



Exemplo: determinar a equação que passa pelos pontos (2, -2) e (1, 1)

Resolução:

$$f(2) = -2 \Rightarrow a \cdot 2 + b = -2 \Rightarrow 2a + b = -2$$

$$f(1) = 1 \Rightarrow a \cdot 1 + b = 1 \Rightarrow a + b = 1$$

$$\begin{cases} 2a + b = -2 \\ a + b = 1 \end{cases}$$

Resolvendo o sistema:

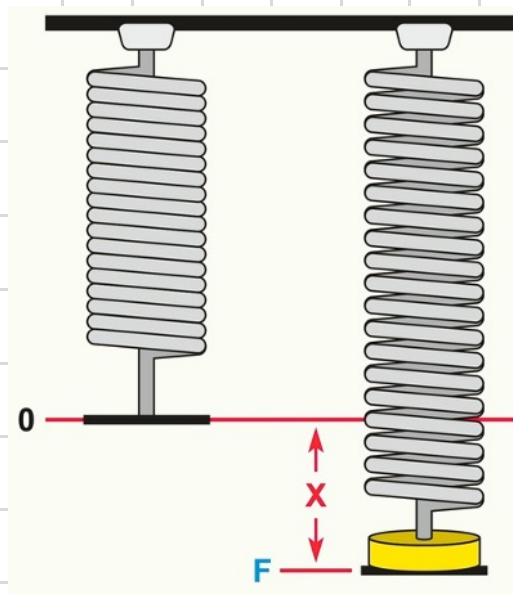
$$a = -3$$

$$b = 4$$

Portanto: $f(x) = -3x + 4$

Aplicação

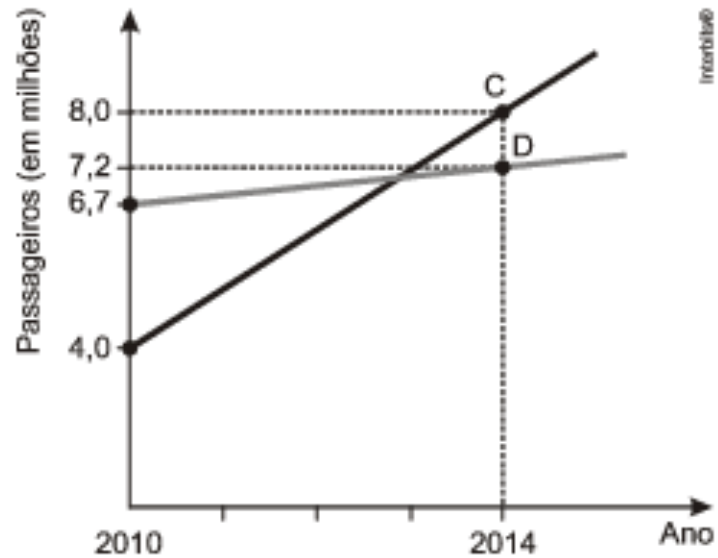
- Uma mola em repouso tem um comprimento de 50 cm. Quanto uma massa de 400 g é pendurada nela, o comprimento passa a ser 80 cm. Determine a relação entre a massa e a deformação da mola e qual será a deformação se a massa for de 600 g.



Resposta: 0,075 cm/g; 95 cm

Aplicação

- O gráfico mostra a capacidade C e a demanda D de um aeroporto. Determine quando a demanda será igual à capacidade e qual será o fluxo de passageiros nesse momento:



R.: 2013, 7 milhões

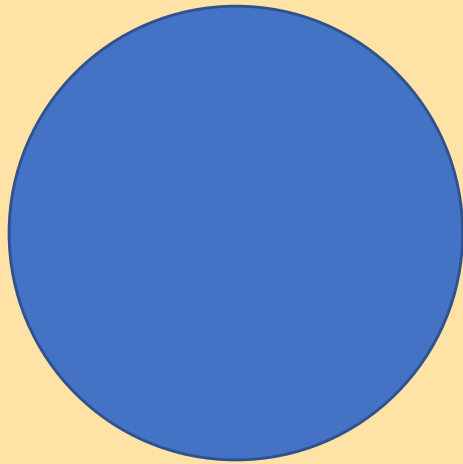
Aplicação



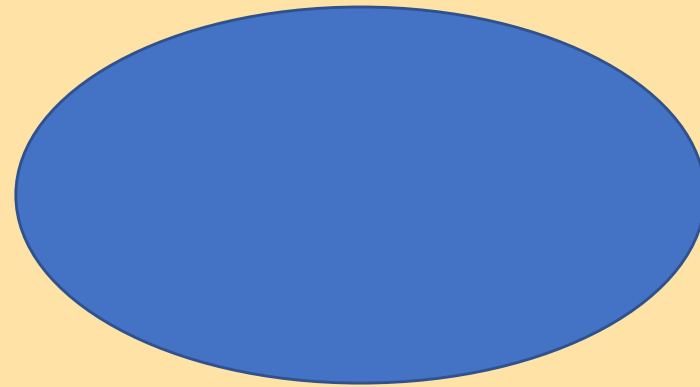
McDonald's

Função quadrática

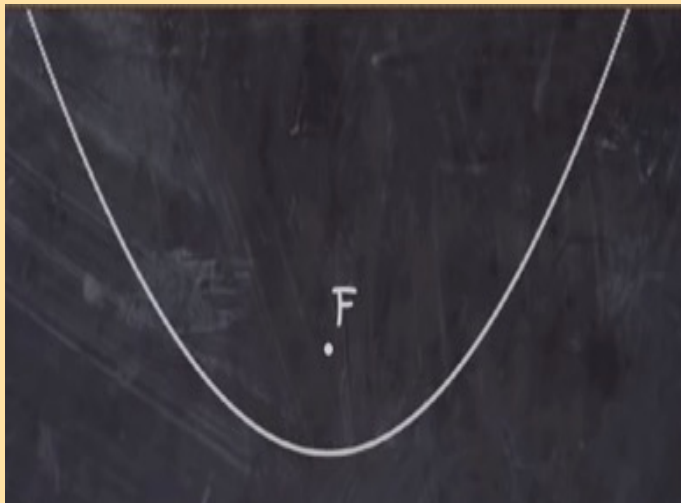
Cônicas: qual o nome dessas curvas???



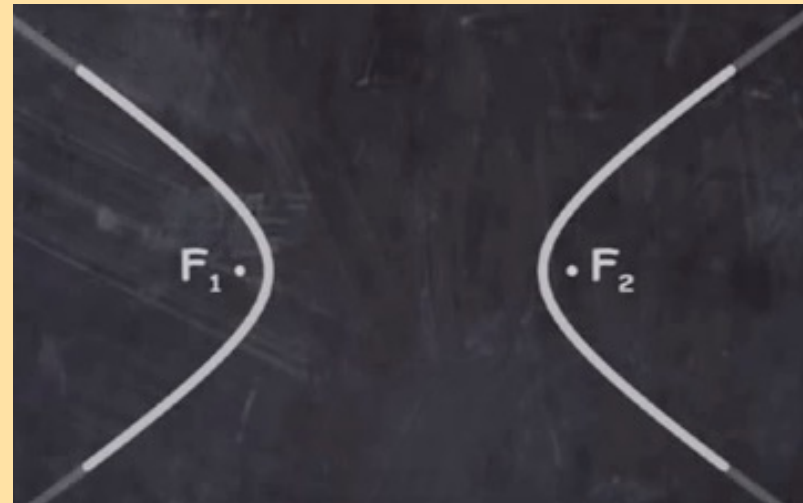
Círculo



Elipse

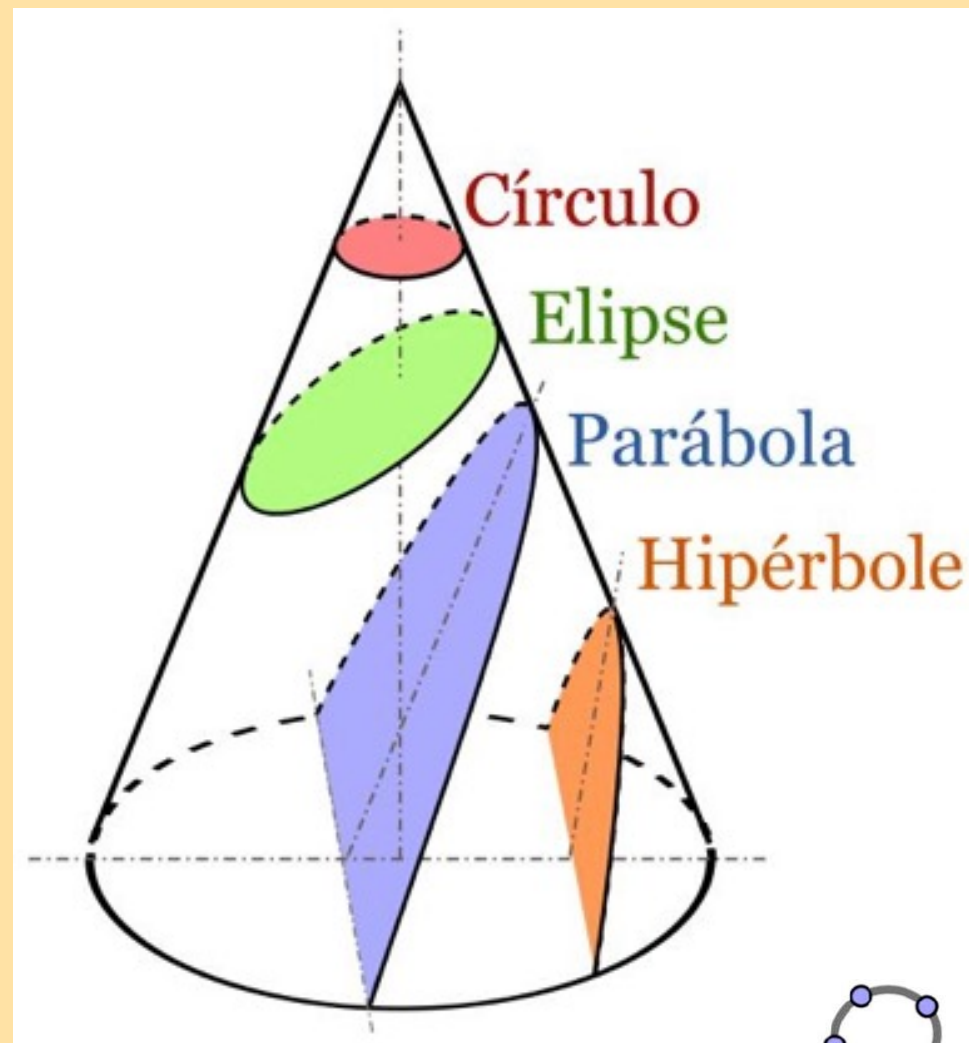


Parábola



Hipérbole

Mas por que se chamam cônicas???

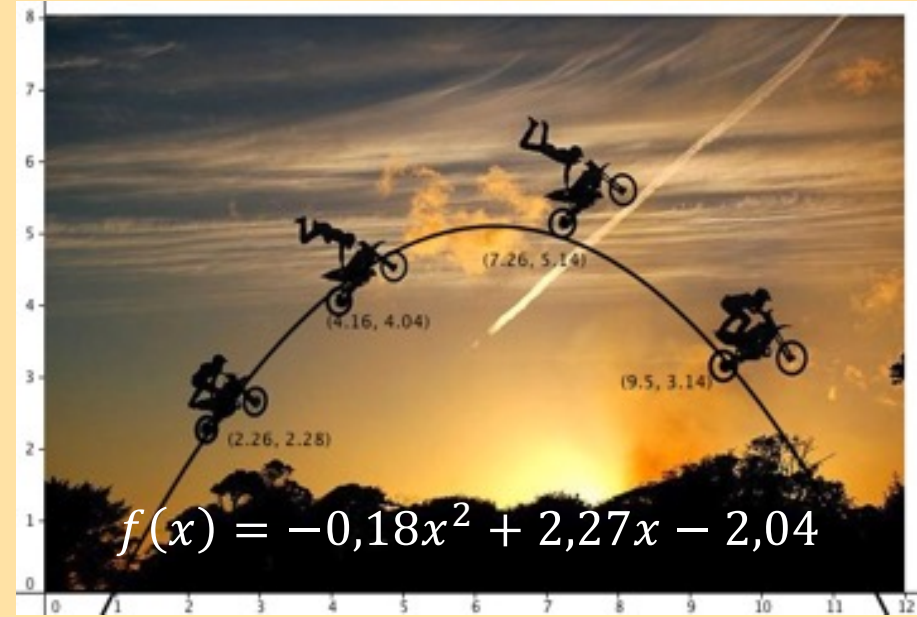


A que vamos estudar agora é a....

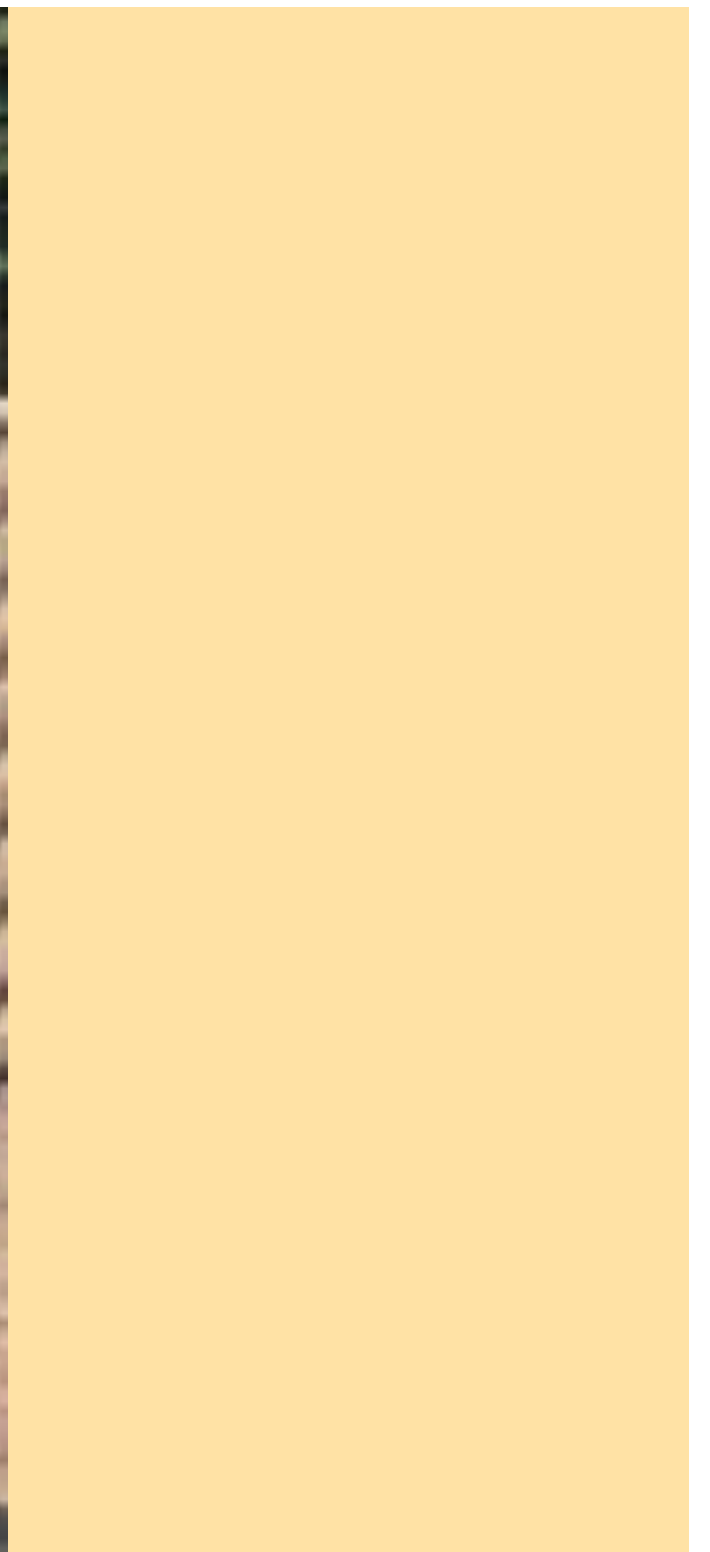
Parábola

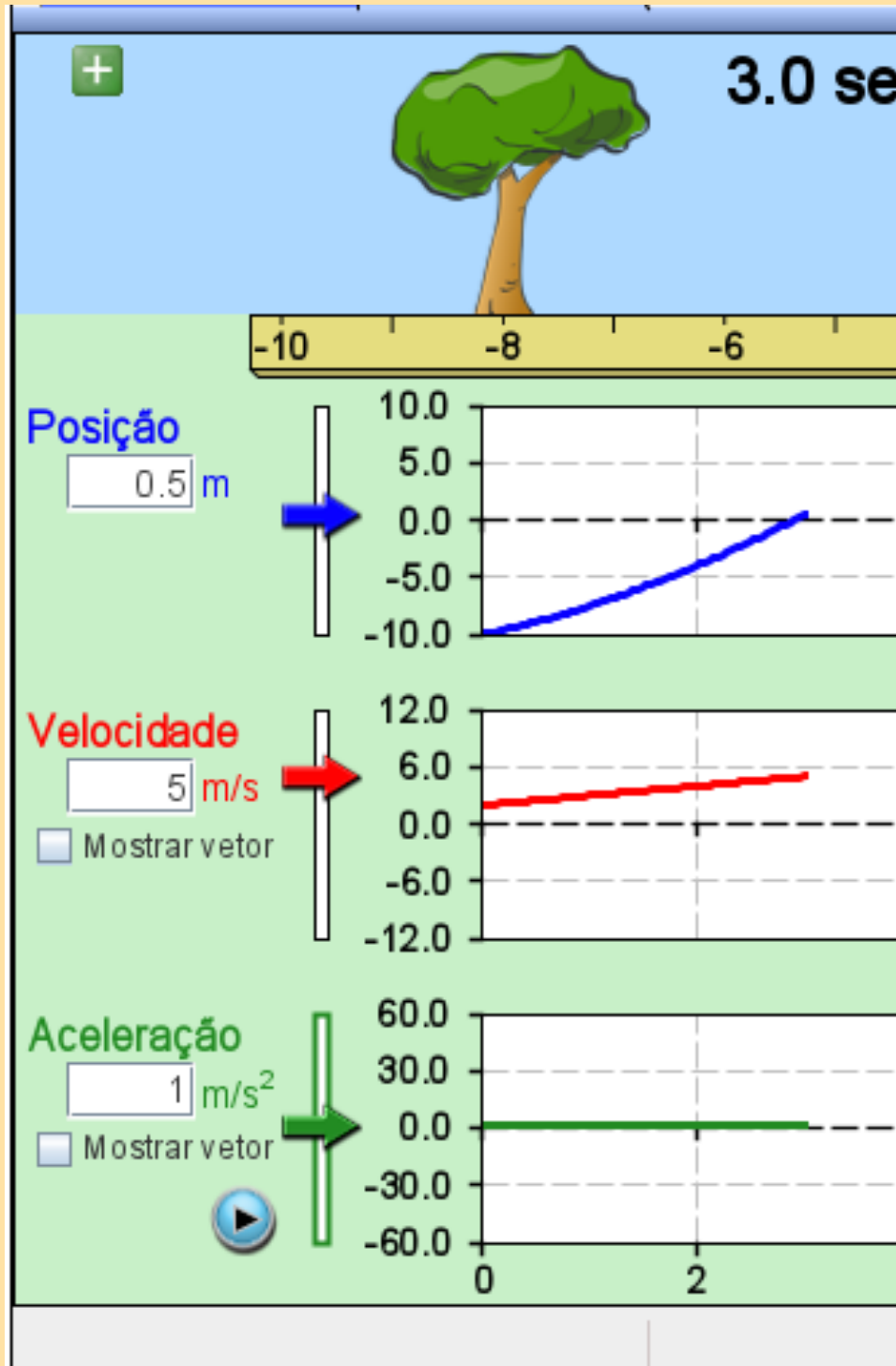
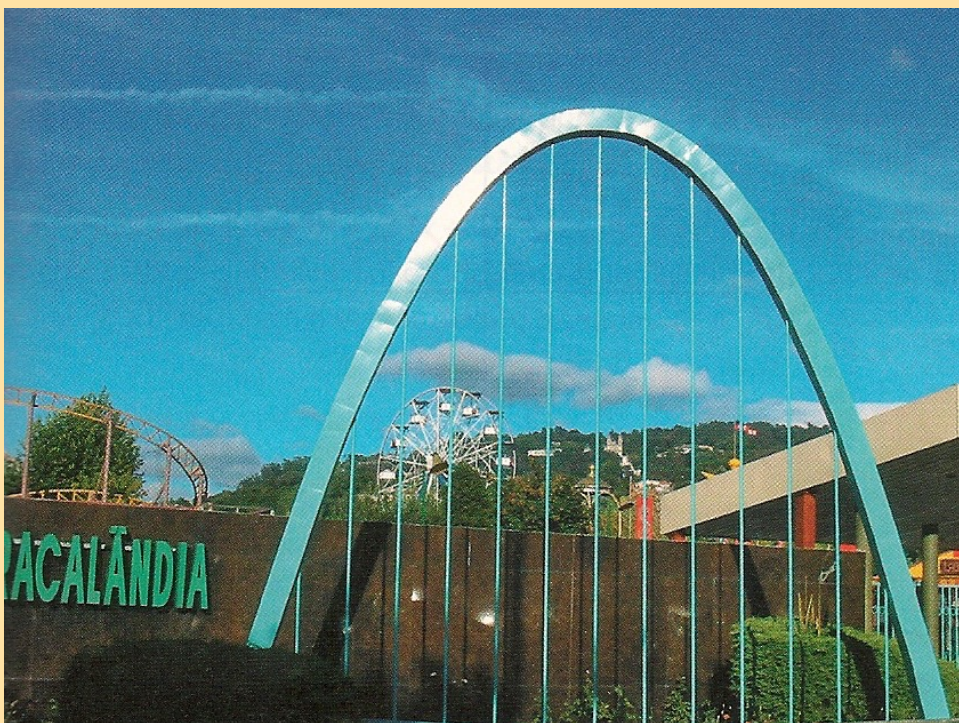
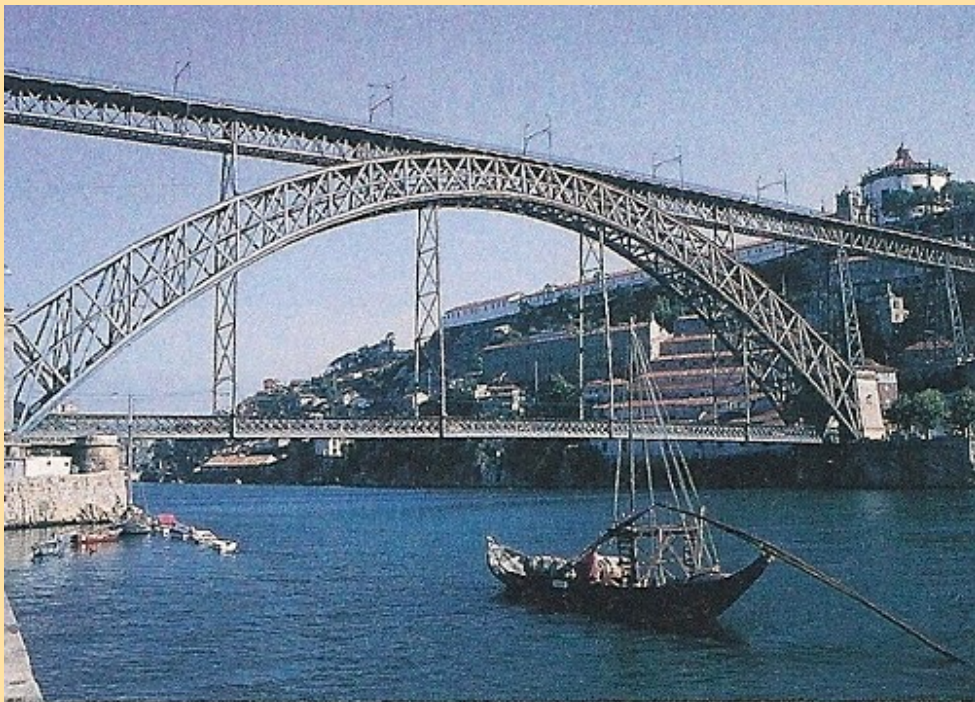












Definição algébrica

- A função que gera uma parábola é chamada **função quadrática**, e é definida por:

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

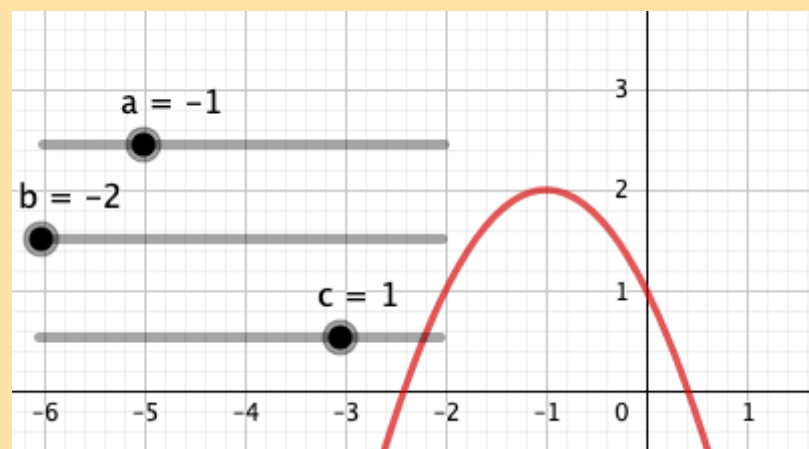
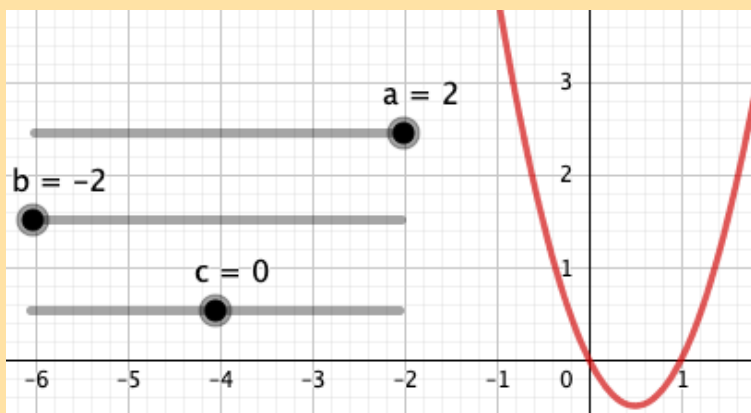
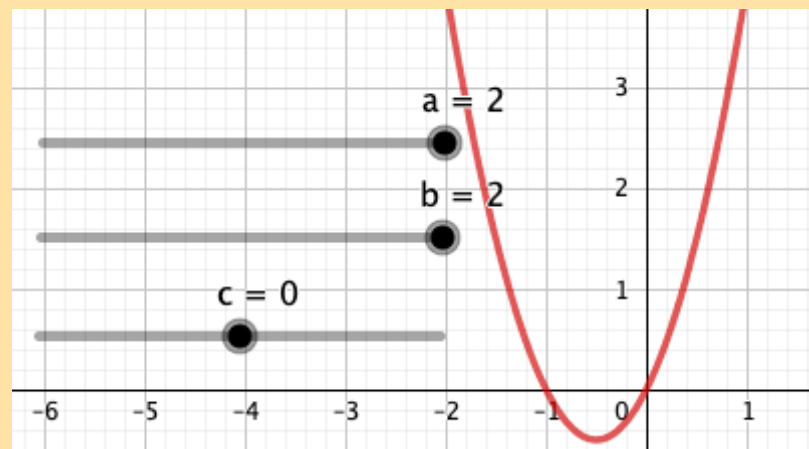
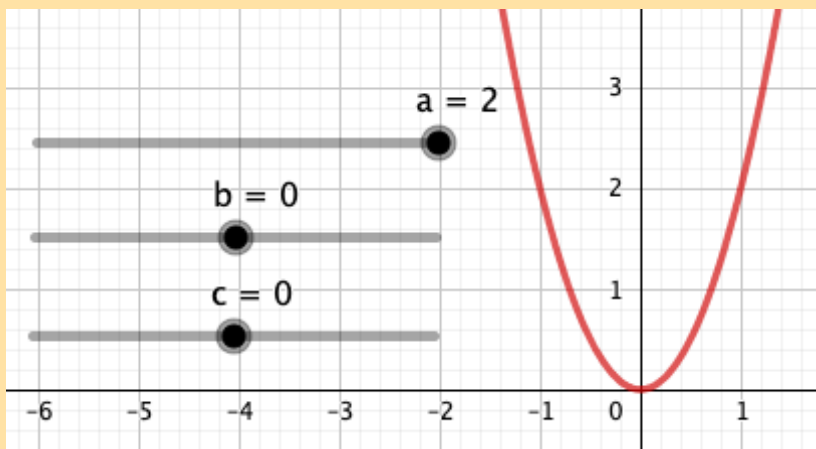
- Exemplos -> indique os valores de a, b e c
 - $f(x) = 3x^2 + 2x - 1$
 - $f(x) = -2x^2 + x$
 - $f(x) = x^2 - 4$
 - $f(x) = 5x^2$
 - $f(x) = x - 4x^2 + 1$
 - $f(x) = 3 - x + 5x^2$

Gráfico da função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$

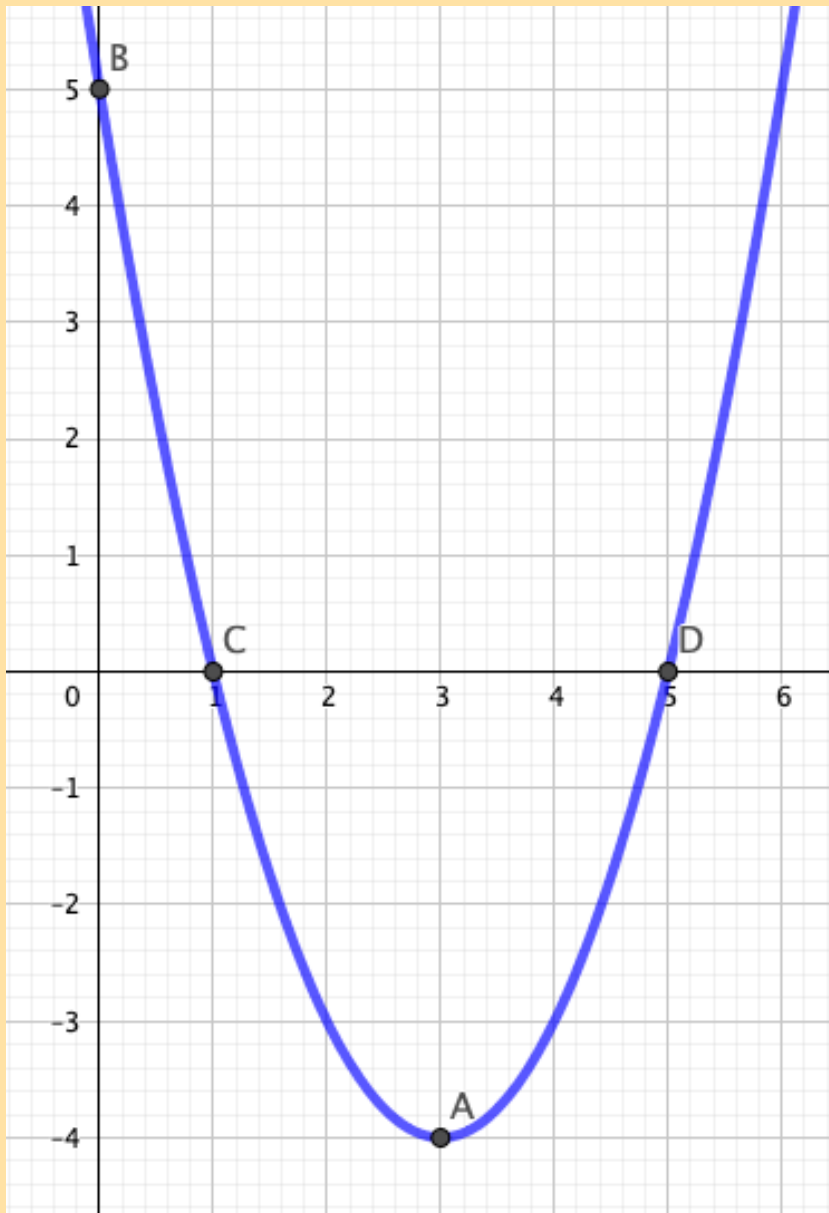
$a \Rightarrow$ direção da concavidade

$b \Rightarrow$ posição horizontal do vértice

$c \Rightarrow$ intersecção com y



Pontos importantes da parábola



$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

C e D: raízes

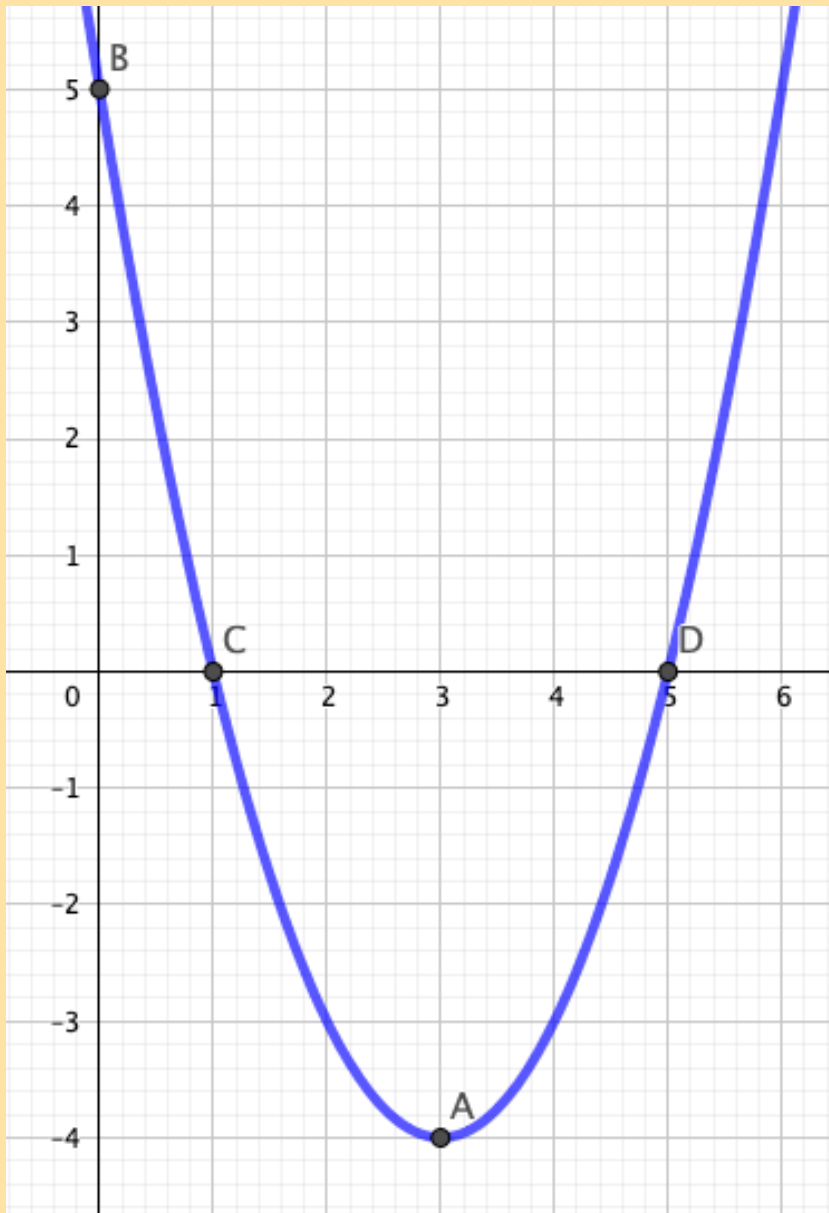
$$\Delta = b^2 - 4ac; x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x' + x'' = -\frac{b}{a}$$

$$x' \cdot x'' = \frac{c}{a}$$

$$f(x) = a(x - x')(x - x'')$$

Pontos importantes da parábola



A: vértice

$$x_v = -\frac{b}{2a}$$

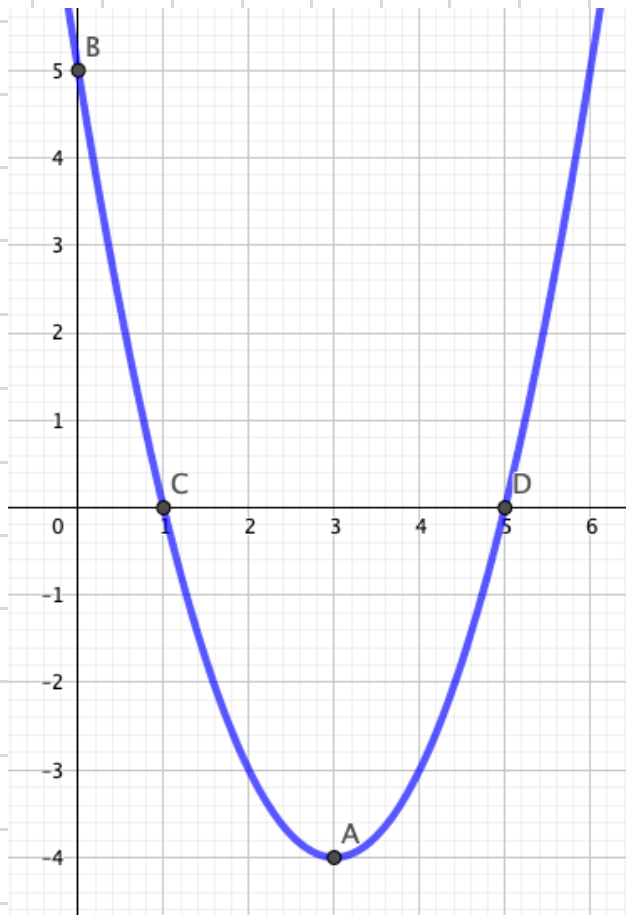
$$y_v = -\frac{\Delta}{4a}$$

B: intersecção com y

$$f(0) = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = c$$

Pontos importantes da parábola - exemplo

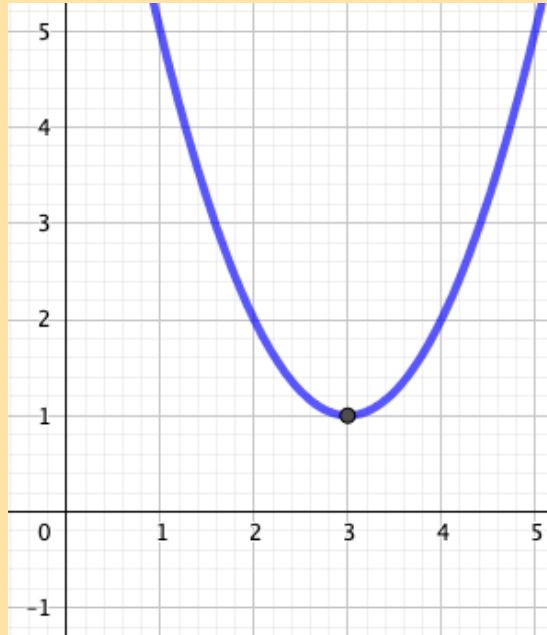
Calcular as raízes, vértice e intersecção com y da função, e escrevê-la na forma fatorada:



$$f(x) = x^2 - 6x + 5$$

Valor mínimo e máximo

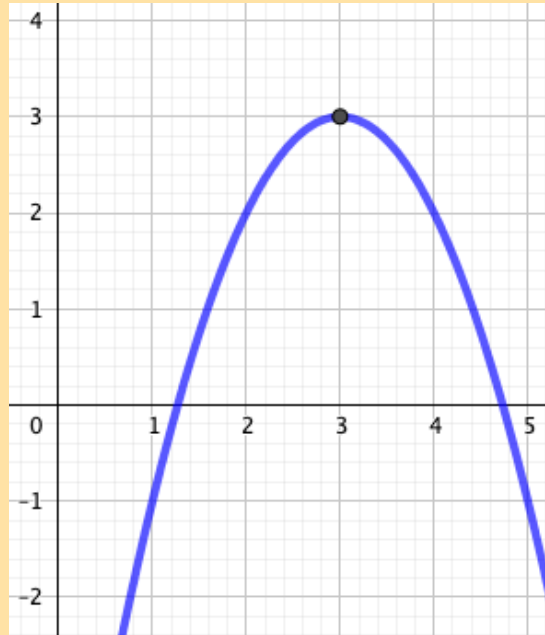
- O vértice da parábola representa seu valor mínimo ou máximo



$$a > 0$$

Vértice

\Rightarrow *valor mínimo*



$$a < 0$$

Vértice

\Rightarrow *valor máximo*

Coordenadas:

$y_V \Rightarrow$ qual o valor máximo ou mínimo

$x_V \Rightarrow$ quando o valor máximo ou mínimo ocorrem

Exemplo

- Uma bola é chutada e, supondo que sua altura em função do tempo seja descrita por $h(x) = -t^2 + 6t$, determine:



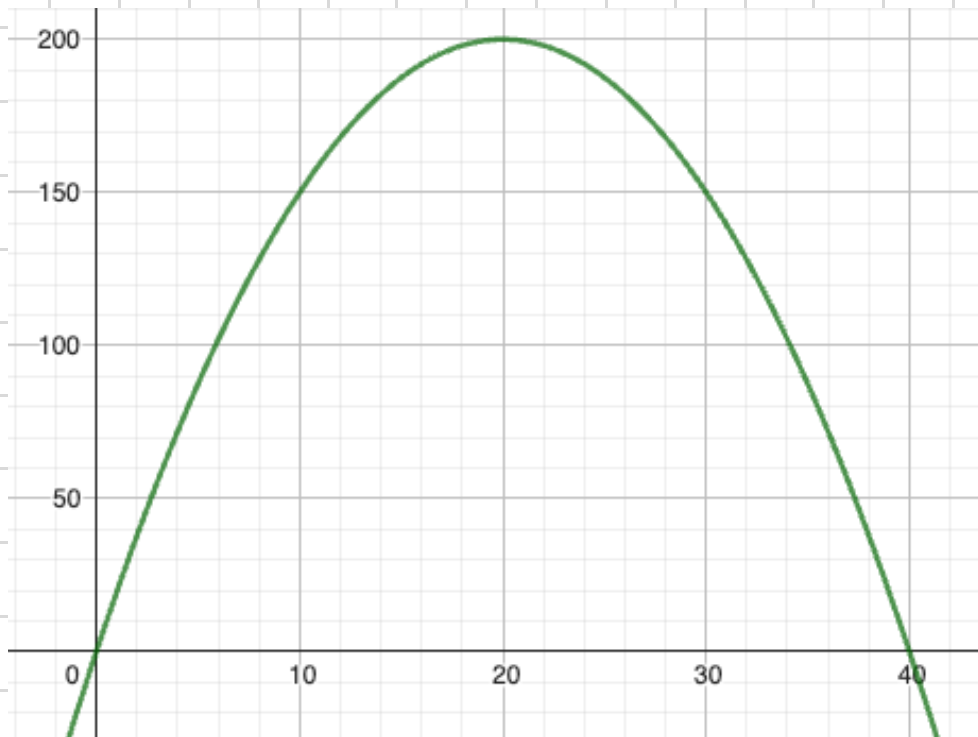
- A) Sua altura máxima
- B) Quanto tempo ela levou para atingir a altura máxima
- C) Em quanto tempo ela retornou ao solo

Exercício proposto

- Dada a função quadrática $f(x) = 3x^2 - 10x + 3$, determine:
 - Direção da concavidade
 - O ponto de intersecção com o eixo y
 - As raízes da função
 - O vértice da função, indicando se é máximo ou mínimo
 - A forma fatorada da função
 - Faça um esboço da função

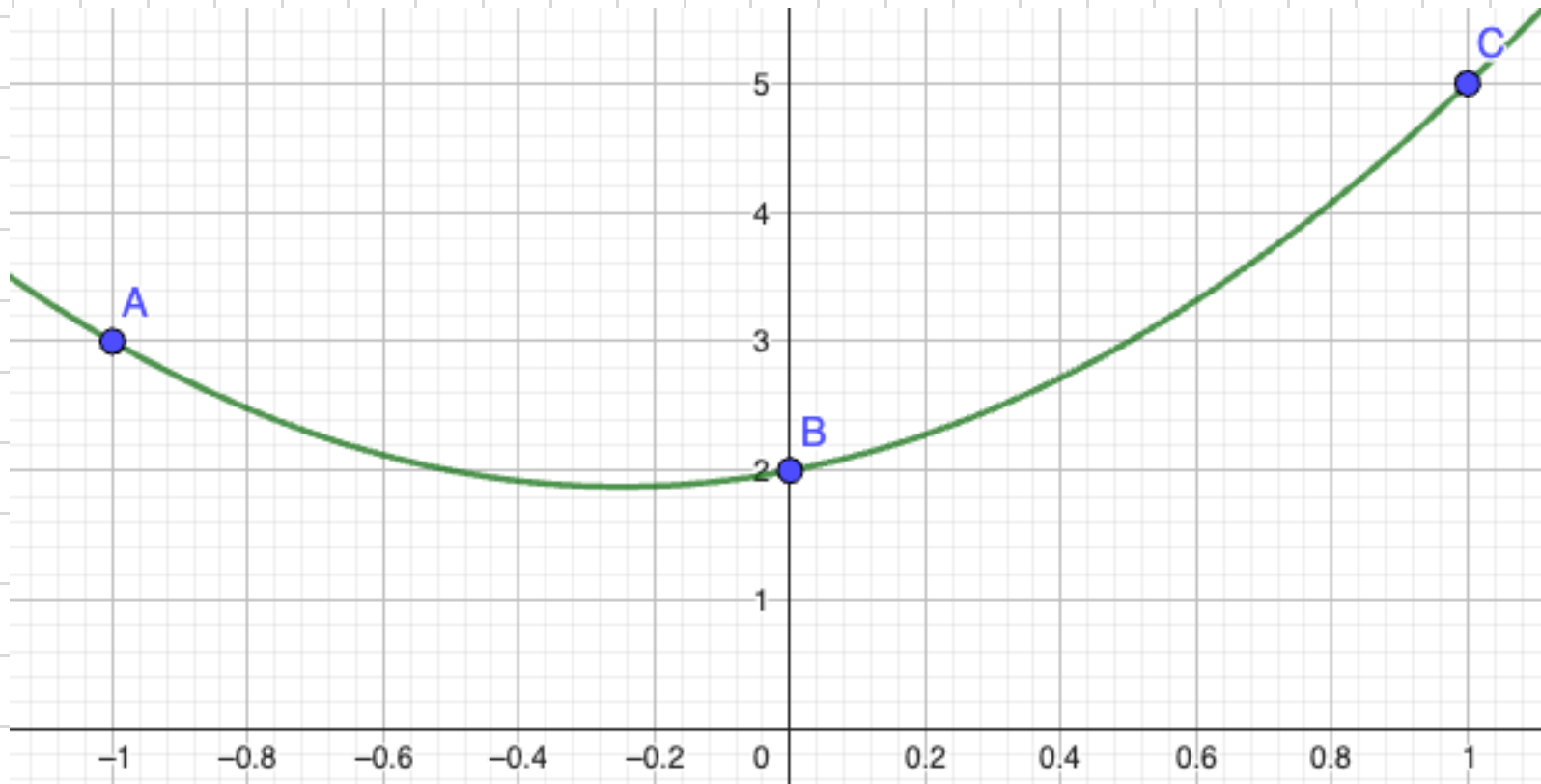
Exercício proposto

- Em um experimento, os alunos constroem um projétil que é lançado do solo, descreve uma trajetória parabólica de altura máxima 200 m, e retorna ao solo a 40 metros do ponto de lançamento. Determine a equação da parábola descrita pelo projétil.



Exercício proposto

- O perfil de um tubo precisa passar pelos pontos $(-1, 3)$, $(0, 2)$ e $(1, 5)$ em um sistema de coordenadas. Ele pode ter um formato de arco de parábola. Determine a equação dessa parábola.



Exercício proposto

(Vunesp) Suponha que um grilo, ao saltar do solo, tenha sua posição no espaço descrita em função do tempo (em segundos) pela expressão $h(t) = 3t - 3t^2$, em que h é a altura atingida em metros.

Calcule:

- Qual a altura máxima alcançada
- Quanto tempo ele leva para alcançá-la
- Em quanto tempo ele retorna ao solo



Ao final dessa aula, você deve ser capaz de:

Compreender o que é uma função

Identificar uma função afim

Entender a influência de seus elementos

Aplicar a função afim na resolução de problemas

Identificar uma função quadrática

Entender a influência de seus elementos

Aplicar a função quadrática na resolução de problemas