Veremos aqui uma breve revisão de conceitos de álgebra necessários para o estudo do Cálculo. É bom lembrar que você não pode aprender Cálculo sem esses pré-requisitos, principalmente a álgebra, que podemos considerar como a linguagem do Cálculo.

Frações

Abra qualquer livro de Cálculo e, provavelmente, irá deparar-se com uma fração – não tem como fugir delas. Mas, para trabalhar com elas é necessário que você conheça algumas regras que iremos apresentar a seguir.

Regra nº 1

A primeira regra é simples, mas muito importante, pois aparece o tempo todo no estudo do Cálculo:

"O denominador de uma fração NUNCA pode ser igual a zero."

Por exemplo,

$$\frac{0}{5}=0 \quad \text{mas } \frac{5}{0} \text{ é indefinido.}$$

Regra nº 2:

"O recíproco de um número ou expressão é seu inverso multiplicativo – isso significa que o produto de alguma coisa com seu recíproco é igual a 1."

Por exemplo,

- o recíproco de $\frac{5}{4}$ é $\frac{4}{5}$

- o recíproco de 7 é $\frac{1}{7}$

- o recíproco de $x-1$ é $\frac{1}{x-1}$

Regra nº 3: Multiplicação de Frações

A adição de números reais é bem mais fácil do que a multiplicação, mas no caso de frações a multiplicação é que é mais fácil. Assim, para multiplicar duas frações, basta multiplicar os numeradores e, em seguida, os denominadores.

Por exemplo,

$$\frac{2}{3}\cdot\frac{5}{4}=\frac{2\cdot 5}{3\cdot 4}=\frac{10}{12}=\frac{5}{6} \quad \text{e} \quad \frac{a}{c}\cdot\frac{b}{d}=\frac{ab}{cd}$$

Regra nº 4: Divisão de Frações

Aprendemos que para dividir uma fração pela outra, é necessário inverter a segunda fração e, em seguida, fazer a multiplicação.

Por exemplo,

$$\frac{10}{3}\div\frac{5}{4}=\frac{10}{3}\cdot\frac{4}{5}=\frac{40}{15} \quad \text{(simplificar a expressão)}$$
$$=\frac{8}{3}$$

Observe que a simplificação poderia ter sido feita antes de multiplicar.

$$\frac{10}{3}\div\frac{5}{4}=\frac{{}_{2}\cancel{10}}{3}\cdot\frac{4}{\cancel{5}_{1}}=\frac{8}{3}$$

Regra nº 5: Adição e Subtração de Frações

Aprendemos que para adicionar duas frações, com o mesmo denominador, basta manter o denominador e somar os valores dos numeradores.

Por exemplo,

$$\frac{2}{3}\pm\frac{5}{3}=\frac{2\pm 5}{3}=\frac{7}{3}$$

Agora, para trabalhar com variáveis, o procedimento é o mesmo, como podemos ver no exemplo abaixo:

$$\frac{a}{c}\pm\frac{b}{c}=\frac{a\pm b}{c}$$

Lembre-se... As variáveis comportam-se exatamente como números na adição e subtração de frações.

Assim, quando tiver que trabalhar com variáveis em um problema qualquer, pergunte-se como você o resolveria se, ao invés de variáveis, existissem números no problema. Então, resolva o problema com variáveis da mesma maneira.

Como exemplo, suponha que você precise resolver o seguinte problema:

$$\frac{a}{c} \pm \frac{b}{d} \qquad (c \neq 0 \text{ e } d \neq 0)$$

Nesse caso, não seria possível resolver o problema, como no exemplo anterior, pois o denominador das frações não é o mesmo. Pense então, como resolver o problema com números ao invés de variáveis, ou seja, como calcular a soma $\frac{2}{3} \pm \frac{4}{5}$?

Para fazer isso, primeiramente é necessário encontrar **o menor denominador comum (mínimo múltiplo comum) e converter as frações** para, em seguida, efetuar a soma como visto anteriormente.

O mínimo múltiplo comum entre 3 e 5 é 15 e, portanto, temos que:

$$\frac{2}{3} \pm \frac{4}{5} = \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{5} \pm \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{3} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 5} + \frac{4 \cdot 3}{5 \cdot 3} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 5} \pm \frac{4 \cdot 3}{3 \cdot 5} = \frac{2 \cdot 5 \pm 4 \cdot 3}{3 \cdot 5}$$

Agora, você já está pronto para resolver o problema inicial $\frac{a}{c} \pm \frac{b}{d}$. Nesse problema, você tem um *a* no lugar do 2, um *c* no lugar do 3, um *b* no lugar do 4 e um *d* no lugar do 5. Assim, repetindo os mesmos passos seguidos para calcular a soma $\frac{2}{3} \pm \frac{4}{5}$ você terá a solução para o problema inicial, ou seja, calcular a soma $\frac{a}{c} \pm \frac{b}{d}$.

Assim, temos que:

$$\frac{a}{c} \pm \frac{b}{d} = \frac{ad \pm bc}{cd}$$

Observe que:

$$\frac{a}{c} \pm \frac{b}{d} = \frac{ad \pm bc}{cd}$$

Regra nº 6: Simplificação de Frações

Para finalizar alguns problemas de Cálculo, as vezes é necessário alguns processos algébricos dentre os quais destaca-se o "*cancelamento*". Nesse caso, tenha a certeza de que você sabe **como** *cancelar* e **quando** é que pode fazer isso.

Como Cancelar?

Por exemplo, na fração

$$\frac{x^4y^3}{x^2z^2} \quad (x \neq 0)$$

existem ***x***s que podem ser *cancelados* do numerador e denominador (*desde que o valor de **x** seja diferente de zero*), resultando na fração simplificada

$$\frac{x^2y^3}{z^2}.$$

Se você escrever por extenso os ***x***s ao invés de usar expoentes, poderá ver claramente como isso funciona:

$$\frac{x^4y^3}{x^2z^2} = \frac{x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot y \cdot y \cdot y}{x \cdot x \cdot z \cdot z}$$

Agora basta cancelar dois ***x***s do numerador e denominador:

$$\frac{\cancel{x} \cdot \cancel{x} \cdot x \cdot x \cdot y \cdot y \cdot y}{\cancel{x} \cdot \cancel{x} \cdot z \cdot z}$$

o que deixa você com $\dfrac{x \cdot x \cdot y \cdot y \cdot y}{z \cdot z}$ ou $\dfrac{x^2y^3}{z^2}$.

(você também poderia ter utilizado a regra da potenciação numa divisão: *conserve a base e subtraia os expoentes*)

Uma *expressão* é alguma coisa do tipo

$$a^3v^2\sqrt{w} - 3 \quad \text{ou} \quad xy$$

ou seja, não possui o sinal de igual (*se tiver um sinal de igual, então é uma **equação***).

As expressões comportam-se exatamente iguais as variáveis. Por exemplo, na expressão $\dfrac{x^4y^3}{x^2z^2}$ se cada *x* é substituído por $(xy - p)$ teríamos

$$\frac{(xy-p)^4\,y^3}{(xy-p)^2\,z^2}.$$

Nesse caso, da mesma maneira que anteriormente, poderíamos cancelar duas das expressões $(xy-p)$ do numerador e do denominador obtendo como resultado:

$$\frac{(xy-p)^2y^3}{z^2}.$$

Quando Cancelar?

Agora que sabe ***como*** cancelar, é igualmente importante saber ***quando*** você pode cancelar em uma fração. Por exemplo, o cancelamento é permitido em uma fração do tipo:

$$\frac{a^2b^3(xy-p)^2y^3(c+d)}{ab^4z^2(xy-p)}$$

em que o numerador e o denominador é formado por números, variáveis e expressões unidos pela multiplicação (*observe que os sinais de adição e subtração estão dentro de parênteses na multiplicação*).

Nesse caso, você pode *cancelar* um *a*, três *b*s, e uma expressão $(xy-p)$ obtendo o resultado:

$$\frac{a(xy-p)y^3(c+d)}{bz^2}$$

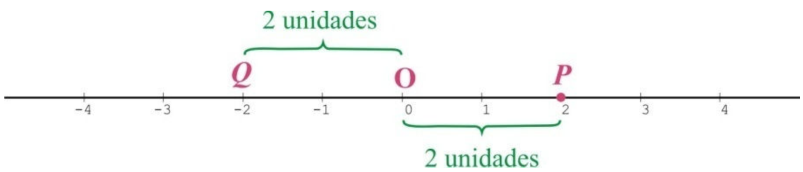
Agora, no caso da fração

$$\frac{a^2b^3(xy-p)^2y^3(c+d)+x}{ab^4z^2(xy-p)}$$

não é permitido o cancelamento, pois o sinal de adição na frente do *x* quebra a sequência da multiplicação no numerador.

Módulo ou Valor Absoluto

Apenas para motivar a definição de módulo, vamos considerar o número 2 e sua representação na reta, ou seja, ***P*** é o ponto de coordenada 2.



Vamos indicar a distância de ***P*** à origem **O** por $|2|$. Então, temos que $|2|=2$. Considere agora o ponto ***Q*** que representa o número -2 na reta, ou seja, ***Q*** é o ponto de coordenada -2. Observe que sua distância à origem **O** também é 2 e é indicada por $|-2|$. Então, temos que $|-2|=2$.

De maneira geral, se ***u*** é um número real, a ***distância*** do ponto que o representa até a origem será indicado por $|u|$ e denominado de **módulo** ou **valor absoluto** de ***u***. Assim, $|5| = 5,\ |-5| = 5,\ |0| = 0.$

Resumindo:

$$|u| = \begin{cases} u & \text{se } u \geq 0 \\ -u & \text{se } u < 0 \end{cases}$$

Atenção!!! Um erro bastante comum, que se comete quando trabalhamos com o módulo de uma expressão, é o seguinte:

$$|x-2| = \begin{cases} x-2 & \text{se } x \geq 0 \\ -x+2 & \text{se } x < 0 \end{cases} \quad \text{(que está incorreto)}$$

esquecendo-se que na definição de módulo de ***u*** tem-se:

$$|u| = \begin{cases} u & \text{se } u \geq 0 \\ -u & \text{se } u < 0 \end{cases}$$

ou seja, se $u = x - 2$ então

$$|x-2| = \begin{cases} x-2 & \text{se } \overset{x \geq 2}{x-2 \geq 0} \\ -(x-2) & \text{se } \underset{x<2}{x-2 < 0} \end{cases}$$

Potência

Para você trabalhar com o Cálculo, é necessário que conheça algumas regras de potenciação.

- ✓ $a^0 = 1$ para todo $a \neq 0$
- ✓ $a^{-2} = \dfrac{1}{a^2} \quad \text{e} \quad a^{-x} = \dfrac{1}{a^x}$
- ✓ $a^{\frac{2}{5}} = \left(\sqrt[5]{a}\right)^2 = \sqrt[5]{a^2} \quad e \quad a^{\frac{x}{y}} = \left(\sqrt[y]{a}\right)^x = \sqrt[y]{a^x}$

  (Você pode utilizar essa regra para converter um problema, que envolve raiz, em um problema mais fácil envolvendo potência)
- ✓ $a^2 \cdot a^3 = a^{2+3} = a^5 \quad \text{e} \quad a^x \cdot a^y = a^{x+y}$

Atenção!!!

Não podemos somar a^2 com a^3 porque a variável não tem a mesma potência. Você pode somar ou subtrair termos apenas quando a parte variável de cada termo é a mesma.
Por exemplo,

$$2x^2yz^3 + 5x^2yz^3 = 7x^2yz^3$$

- ✓ $\dfrac{a^7}{a^5} = a^{7-5} = a^2$; $\dfrac{a^5}{a^7} = a^{5-7} = a^{-2}$; $\dfrac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$ (aqui você subtrai as potências)
- ✓ $\left(a^2\right)^5 = a^{2\cdot 5} = a^{10}$ e $\left(a^x\right)^y = a^{x\cdot y}$ (aqui você multiplica as potências)
- ✓ $(abc)^3 = a^3b^3c^3$ e $(abc)^x = a^xb^xc^x$ (aqui você distribui as potências para cada uma das variáveis)
- ✓ $\left(\dfrac{a}{b}\right)^3 = \dfrac{a^3}{b^3}$ e $\left(\dfrac{a}{b}\right)^x = \dfrac{a^x}{b^x}$ (aqui você distribui as potências para cada uma das variáveis)

Atenção!!!

$(a+b)^2 \neq a^2 + b^2$

Neste caso você não deve distribuir a potência. Ao invés, faça o seguinte:

$$(a+b)^2 = (a+b)(a+b) = a^2 + ab + ba + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Observe o que acontece se você, erroneamente, utilizar a igualdade $(a+b)^2 = a^2 + b^2$ com números:

$$(4+3)^2 = 7^2 = 49$$
$$4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25$$

Radiciação

Raízes, em especial as **raízes quadradas**, aparecem o tempo todo no **Cálculo**. Então, saber como elas trabalham e conhecer a relação entre raízes e potências é fundamental.

Qualquer raiz pode ser convertida em uma potência, como por exemplo,

$$\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}} \ , \ \sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{3}} \ , \ \sqrt[5]{x^2} = x^{\frac{2}{5}} .$$

Propriedades

- ✓ $\sqrt{4} = 2$ pois $2^2 = 4$ e $\sqrt{16} = 4$ pois $4^2 = 16$

Lembre-se...

Apesar de existirem dois números cujos quadrados valem 16 (4 e -4) apenas o número positivo é que recebe o nome de "*raiz quadrada de 16*". Ou seja, "*4 é a raiz quadrada de 16*".

- ✓ $\sqrt{x^2} = |x|$, $\sqrt[4]{x^4} = |x|$, $\sqrt[6]{x^6} = |x|$ ... e assim por diante

Atenção!!!

Considere os seguinte problemas:

a) Determine um número cujo quadrado é igual a 36.

b) Determine a raiz quadrada de 36.

Espero que esteja claro que se trata de dois problemas distintos, com soluções distintas. Enquanto o conjunto-solução do problema a) é {-6,6}, o conjunto-solução do problema b) é {6}.

- ✓ $\sqrt[3]{x^3} = x$, $\sqrt[5]{x^5} = x$ ... e assim por diante
- ✓ $\sqrt{0} = 0$ e $\sqrt{1} = 1$ *(mas isso você já sabia, certo?)*

Lembre-se...

Você não pode ter um número negativo sobre uma raiz quadrada ou qualquer outra raiz cujo índice é um número par – pelo menos não no conjunto dos reais.

- ✓ $\sqrt{x} \cdot \sqrt{y} = \sqrt{x \cdot y}$, $\sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[3]{y} = \sqrt[3]{x \cdot y}$, $\sqrt[n]{x} \cdot \sqrt[n]{y} = \sqrt[n]{x \cdot y}$
- ✓ $\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}} = \sqrt{\dfrac{x}{y}}$, $\dfrac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{y}} = \sqrt[3]{\dfrac{x}{y}}$, $\dfrac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{y}} = \sqrt[n]{\dfrac{x}{y}}$ $(y \neq 0)$
- ✓ $\sqrt[3]{\sqrt[5]{x}} = \sqrt[3\cdot 5]{x} = \sqrt[15]{x}$ e $\sqrt[m]{\sqrt[n]{x}} = \sqrt[m\cdot n]{x}$
- ✓ $\left(\sqrt[n]{x}\right)^m = \sqrt[n]{x^m}$

Atenção!!!

É muito comum utilizar a igualdade $\sqrt{x^2 + y^2} = x + y$ como se ela fosse verdadeira. Mas **CUIDADO** porque isso é **FALSO**, ou seja,
$\sqrt{x^2 + y^2} \neq x + y$.

Simplificando Raízes

As duas últimas coisas que iremos falar sobre raízes é:

1ª) Como simplificar raízes do tipo $\sqrt{400}\ ou\ \sqrt{12600}$?

$$\sqrt{500} = \sqrt{100 \cdot 5} = \sqrt{100} \cdot \sqrt{5} = 10\sqrt{5}$$

$$\sqrt{12600} = \sqrt{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7}$$ *escreva 12.600 como um produto de fatores primos*

$$= \sqrt{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7}$$ *circule cada par de números*

$$= 2 \cdot 3 \cdot 5\sqrt{2 \cdot 7}$$ *para cada par circulado, coloque um número para fora da raiz*

$$= 30\sqrt{14}$$ *simplifique*

2ª) Por convenção, não deixamos uma raiz no denominador de uma fração. Por exemplo, no caso da fração $\frac{5}{\sqrt{2}}$ fazemos o seguinte:

$$\frac{5}{\sqrt{2}} = \frac{5}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

Logarítmos

Um ***logaritmo*** é apenas uma maneira diferente de expressar uma relação exponencial entre números. Por exemplo,

$$3^2 = 9 \quad \Leftrightarrow \quad \log_3 9 = 2$$ (lê-se "*log na base 3 de 9 é igual a 2*")

Essas duas equações dizem exatamente a mesma coisa, apenas estão escritas de maneira diferente.

Lembre-se...

1) A base *a* de um logaritmo $\log_a b$ pode ser qualquer número maior do que zero e diferente de 1 $(a > 0 \text{ e } a \neq 1)$. **Você consegue explicar o por que?**

2) Por convenção, se a base de um logarítmo for igual a 10, então você não precisa escrevê-la, ou seja,
$\log 100 = 2$ significa que $\log_{10} 100 = 2$.

3) O logaritmo de um número na base *e* (*e* ≈ 2,72 conhecida como *constante de Euler*) é escrito *ln* ao invés de $\log_e$, ou seja,
$\ln 5$ significa $\log_e 5$.

Propriedades

- ✓ $\log_a 1 = 0$
- ✓ $\log_a a = 1$
- ✓ $\log_a (b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$
- ✓ $\log_a \dfrac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$
- ✓ $\log_a b^c = c \cdot \log_a b$

Atenção!!! É muito comum confundir $\log_a b^c$ com $(\log_a b)^c$. Lembre-se que a propriedade anterior só é válida no caso de $\log_a b^c$. Ou seja,

$$\log_5 5^3 = \log_5 125 = 3 = 3 \cdot (\log_5 5) \quad \text{mas} \quad (\log_5 5)^3 = (1)^3 = 1 \neq 3 \cdot (\log_5 5) = 3$$

- $\log_a b = \dfrac{\log_c b}{\log_c a}$

  (essa propriedade é bastante útil quando tiver que calcular o logaritmo de um número qualquer, utilizando uma calculadora)

- $a^{\log_a b} = b$

Fatoração

Fatorar uma expressão algébrica significa escrevê-la na forma de um produto de expressões mais simples. No Cálculo, não são raras as vezes em que você precisará ser capaz de fatorar expressões algébricas do tipo:

$5xy + 10yz$ ou $\mathrm{ax} + \mathrm{ay} + \mathrm{bx} + \mathrm{by}$

A seguir veremos alguns casos de fatoração, que dará a você condições de fatorar grande parte das expressões algébricas com que se deparar no estudo do Cálculo.

Casos de Fatoração

1) Fator Comum

A expressão algébrica $5x^3y^4 + 10x^2y^5 + 15x^4y^3z$ contém o fator comum $5x^2y^3$ e, portanto, ele pode ser colocado em evidência, ou seja, podemos escrever:

$5x^2y^3\left(xy + 2y^2 + 3x^2z\right)$

que é a forma fatorada da expressão dada.

2) Agrupamento

A expressão algébrica $(\mathrm{a}x+\mathrm{a}y+\mathrm{b}x+\mathrm{b}y)$ pode ser escrita na forma de um produto de expressões mais simples fazendo o seguinte:

$(\mathrm{a}x+\mathrm{a}y)+(\mathrm{b}x+\mathrm{b}y)$	*Agrupar os termos de modo que em cada grupo haja um fator comum.*
$\mathrm{a}(x+y)+\mathrm{b}(x+y)$	*Colocar em evidência o fator comum de cada grupo.*
$(x+y)\cdot(\mathrm{a}+\mathrm{b})$	*Colocar o fator comum (x + y) em evidência.*

obtendo assim, a forma fatorada da expressão dada.

3) Diferença de Quadrados

Saber como **fatorar** a *diferença de quadrados* é essencial:

$$\left(\mathrm{a}^2-\mathrm{b}^2\right)=(\mathrm{a}+\mathrm{b})(\mathrm{a}-\mathrm{b}) \qquad (*)$$

Sempre que puder reescrever uma expressão algébrica na forma

$$[\ ]^2-[\ ]^2$$

você pode utilizar a equação (*) para obter a sua forma fatorada. Por exemplo,

$$9x^2-16=(3x)^2-(4)^2$$

Portanto, considerando $\mathrm{a}=3x$ e $\mathrm{b}=4$ na equação (*), obtemos a forma fatorada da expressão dada, ou seja,

$$9x^2-16=(3x)^2-(4)^2=(3x+4)(3x-4)$$

Atenção!!!

Uma *diferença* de quadrados, $\left(\mathrm{a}^2-\mathrm{b}^2\right)$, pode ser fatorada, mas uma *soma* de quadrados, $\left(\mathrm{a}^2+\mathrm{b}^2\right)$, **NÃO** pode ser fatorada.

4) Trinômio Quadrado Perfeito

$$\mathrm{a}^2 \pm 2\mathrm{ab}+\mathrm{b}^2$$

Um trinômio é *quadrado perfeito* quando:

- dois de seus termos são quadrados perfeitos $\left(\mathrm{a}^2 \ \text{e}\ \mathrm{b}^2\right)$.
- o outro termo é igual ao dobro do produto das raízes dos quadrados perfeitos $(2\mathrm{ab})$.

Por exemplo,

$$x^2 + 6x + 9 = (x)^2 + 2 \cdot x \cdot 3 + (3)^2 = (x+3)^2$$

$$4x^2 - 4x + 1 = (2x)^2 - 2 \cdot 2x \cdot 1 + (1)^2 = (2x-1)^2$$

5) Trinômio do segundo grau

$$\mathrm{x}^2 + \mathrm{S}x + \mathrm{P}$$

Devemos procurar dois números a e b que tenham soma S = $\mathrm{a}+\mathrm{b}$ e produto P = $\mathrm{a} \cdot \mathrm{b}$ de maneira que:

$$\mathrm{x}^2 + \mathrm{S}x + \mathrm{P} = (x+\mathrm{a})(x+\mathrm{b})$$

Por exemplo,

$$\mathrm{x}^2 + 5x + 6 = (x+2)(x+3)$$

$$\mathrm{x}^2 + 2x - 8 = (x+4)(x-2)$$

6) Soma e Diferença de cubos

$$\left(\mathrm{a}^3 + \mathrm{b}^3\right) = (\mathrm{a}+\mathrm{b})\left(\mathrm{a}^2 - \mathrm{ab} + \mathrm{b}^2\right)$$

$$\left(\mathrm{a}^3 \text{-} \mathrm{b}^3\right) = (\mathrm{a}\text{-}\mathrm{b})\left(\mathrm{a}^2 + \mathrm{ab} + \mathrm{b}^2\right)$$

Trabalhando com Equações Quadráticas

Uma *equação quadrática* é uma equação na incógnita *x*, que pode ser colocada na forma $\mathrm{a}x^2 + \mathrm{b}x + \mathrm{c} = 0$, onde *a*, *b* e *c* são números reais, com $\mathrm{a} \neq 0$.

Você pode resolver *equações quadráticas* de três modos diferentes:

Modo 1: Fatoração

Para resolver a equação $x^2 - 5x = 6$ fazemos o seguinte:

$x^2 - 5x - 6 = 0$ *passamos todos os termos para o lado esquerdo deixando um dos lados igual a zero*

$(x-6)(x+1) = 0$ *fatoramos o primeiro membro da equação*

$(x-6) = 0$ e $(x+1) = 0$ *igualamos cada fator a zero e resolvemos*

Então, essa equação apresenta duas soluções: $x = 6$ e $x = -1$.

Modo 2: A fórmula quadrática

Nesse caso, a solução ou soluções de uma equação quadrática, $\mathrm{a}x^2 + \mathrm{b}x + \mathrm{c} = 0$, são dadas pela *fórmula quadrática*:

$$x = \frac{-\mathrm{b} \pm \sqrt{\mathrm{b}^2 - 4\mathrm{ac}}}{2\mathrm{a}}$$

Modo 3: Completando o quadrado

Completar o quadrado envolve criar um trinômio quadrado perfeito que você poderá usar para resolver uma equação quadrática.

Por exemplo, para resolver a equação $3x^2 = 24x + 27$, utilizando o método de completar quadrados, procedemos da seguinte maneira:

$3x^2 - 24x = 27$ — *coloque os termos que contém x^2 e x de um lado e a constante do outro*

$x^2 - 8x = 9$ — *divida ambos os lados pelo coeficiente de x^2*

$x^2 - 8x + 16 = 9 + 16$ — *"pegue" a metade do coeficiente de x, eleve ao quadrado e adicione o resultado nos dois lados da igualdade (metade de -8 é -4 e $(-4)^2 = 16$)*

$(x-4)^2 = 25$ — *fatore o lado esquerdo (observe que o fator sempre contém o número encontrado no passo 3 [-4 neste exemplo])*

$$\sqrt{(x-4)^2} = \sqrt{25}$$
$$x - 4 = \pm 5$$
extraia a raiz quadrada de ambos os lados, lembrando de colocar o sinal de ± no lado direito da igualdade.

$$x = 4 \pm 5$$
$$\Rightarrow x = 9 \text{ ou } x = -1$$
Resolva

Não cometa os seguintes erros!

1. Confundir $-|-x|$ com $-(-x)$

Por exemplo,

$$-|-5| = -5 \quad \text{mas} \quad -(-5) = 5$$

2. Confundir $(-x)^2$ com $-x^2$

Por exemplo,

$$(-3)^2 = 9 \quad \text{mas} \quad -3^2 = -9$$

3. Escrever $-(a+b)$ como $-a+b$

Por exemplo,

$$(2x+1)-(x+2) \neq 2x+1-x+2$$

4. Concluir que se $x < a$ então $cx < ca$

Nesse caso, devemos tomar bastante cuidado, pois a conclusão acima só é válida se c > 0.

5. Escrever $(x+a)^2$ como x^2+a^2

6. Confundir a^{b^c} com $(a^b)^c$

Por exemplo,

$$5^{2^4} = 5^{16} \quad \text{mas} \quad (5^2)^4 = 5^{2\cdot 4} = 5^8$$

7. Escrever coisas como "1 > *x* > 3", como sendo equivalente a "*x* < 1 ou *x* > 3"

Por exemplo, resolvendo a desigualdade $|x-1| > 2$, obtemos como solução:

$$x-1 < -1 \quad \text{ou} \quad x-1 > 1 \quad \Leftrightarrow \quad x < 0 \quad \text{ou} \quad x > 2$$

Aí, alguém resolve dar uma resposta curta, e escreve $0 > x > 2$.

8. Cancelar uma parcela do numerador com uma do denominador, em uma fração.

Por exemplo, as simplificações a seguir **ESTÃO INCORRETAS**:

$$\frac{5x+2}{x}=\frac{5\cancel{x}+2}{\cancel{x}}=5+2$$

$$\frac{x^2+5x+2}{x^2+x+1}=\frac{\cancel{x}^2+5x+2}{\cancel{x}^2+x+1}=\frac{5x+2}{x+1}$$

Ou seja, para cancelar alguma coisa do numerador com alguma coisa do denominador, eles devem aparecer como fatores, e não como parcelas.