1. (UFPB) Se **x** é um número real não-nulo, $a = 2^x + 2^{-x}$, $b = 2^x - 2^{-x}$ e $c = 4^x - 4^{-x}$, então o valor da expressão $\frac{2ab}{c}$ é igual a:

a) 4^x.
b) -2^x.
c) -2.
d) 2.
e) 4.

2. (Unit-SE) Se **x** é um número real estritamente positivo, a expressão $\sqrt{x^2 + x^{-2} + 2} - 2$ é equivalente a:

a) $x^2 - 1$.
b) $\frac{(x-1)^2}{x}$.
c) $\frac{x^2 - 1}{x}$.
d) $\frac{(x+1)^2}{x}$.
e) $(x-1)^2 - \sqrt{2}$.

3. (Unifor-CE) Se **a** e **b** são números reais, tais que $|a| \neq |b|$ e $ab = \frac{1}{2}$, o valor da expressão $\frac{a^3 + b^3}{a + b} - \frac{a^3 - b^3}{a - b}$ é:

a) 2.
b) 1.
c) 0.
d) -1.
e) -2.

4. (Uece) Considerando os números $a = \frac{5 + \sqrt{3}}{2}$ e $b = \frac{5 - \sqrt{3}}{2}$, o valor de $a^2 - b^2$ é:

a) $5\sqrt{3}$.
b) $2\sqrt{3}$.
c) $\frac{3}{2}$.
d) $\frac{3}{4}$.

5. (UFMG) Sejam **x** e **y** números reais não-nulos tais que $\frac{x}{y^2} + \frac{y^2}{x} = -2$. Então, é correto afirmar que:

a) $x^2 - y = 0$.
b) $x + y^2 = 0$.
c) $x^2 + y = 0$.
d) $x - y^2 = 0$.

6. (UFF-RJ) Calcule o valor numérico de $\frac{1}{M}$ sendo

$$M = -2 + \sqrt{\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2} + 2},\ a = 0{,}998 \text{ e } b = 1.$$

7. (Unicamp-SP) Sejam **a** e **b** números inteiros e seja N(a, b) a soma do quadrado da diferença entre **a** e **b** com o dobro do produto de **a** por **b**.

a) Calcule N(3, 9).
b) Calcule N(a, 3a) e diga qual é o algarismo final de N(a, 3a) para qualquer $a \in \mathbb{Z}$.

8. (PUC-MG) Se **a** e **b** são números reais inteiros positivos tais que $a - b = 7$ e $a^2b - ab^2 = 210$, o valor de ab é:

a) 7.
b) 10.
c) 30.
d) 37.

9. (Uerj-adaptado) Alguns cálculos matemáticos ficam mais simples quando usamos identidades, tais como:

$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$
$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$
$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$

Considerando essas identidades, calcule o valor numérico racional mais simples da expressão $(57{,}62)^2 - (42{,}38)^2$.

10. (PUC-RJ) O produto $(x + 1)(x^2 - x + 1)$ é igual a:

a) $x^3 - 1$.
b) $x^3 + 3x^2 - 3x + 1$.
c) $x^3 + 1$.
d) $x^3 - 3x^2 + 3x - 1$.
e) $x^2 + 2$.

11. (Fatec-SP) O valor da expressão $y = \frac{x^3 - 8}{x^2 + 2x + 4}$, para $x = \sqrt{2}$, é:

a) $\sqrt{2} - 2$.
b) $\sqrt{2} + 2$.
c) 2.
d) $-0{,}75$.
e) $-\frac{4}{3}$.

12. (UFRGS) Se $a = \frac{x + y}{2}$, $b = \frac{x - y}{2}$ e $c = \sqrt{xy}$, onde **x** e **y** são números reais tais que $xy > 0$, então uma relação entre $\mathbf{a^2}$, $\mathbf{b^2}$ e $\mathbf{c^2}$ é:

a) $a^2 + b^2 - c^2 = 0$.
b) $a^2 - b^2 - c^2 = 0$.
c) $a^2 + b^2 + c^2 = 0$.
d) $a^2 - b^2 + c^2 = 0$.
e) $a^2 = b^2 = c^2$.

13. (ESPM-SP) O valor da expressão algébrica $\frac{x^{-2} - y^{-2}}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}}$ para $x = 1{,}6$ e $y = 6{,}25$ é:

a) 0,0654.
b) 0,465.
c) 4,56.
d) 54,6.
e) 456.

14. (UFC-CE) O valor exato de $\sqrt{32 + 10\sqrt{7}} + \sqrt{32 - 10\sqrt{7}}$ é:

a) 12.
b) 11.
c) 10.
d) 9.
e) 8.

15. (Unifor-CE) Sejam **a**, **b** e **X** números reais, tais que

$X = \frac{(a^{-1} - b^{-1})^{-1} \cdot (a^2 - b^2)}{a^2 + ab}$. Se $b > 1$, então:

a) $X < -1$.
b) $\frac{1}{2} < X < 1$.
c) $\frac{1}{2} < X < 2$.
d) $X > 1$.
e) $X = -\frac{1}{2}$.

Pg 12 - Dante

① $a = 2^x + 2^{-x}$; $b = 2^x - 2^{-x}$ e $c = 4^x - 4^{-x}$

$$\frac{2ab}{c} = \frac{2(2^x + 2^{-x})(2^x - 2^{-x})}{4^x - 4^{-x}} =$$

$$= \frac{2.\left[(2^x)^2 - (2^{-x})^2\right]}{4^x - 4^{-x}} = \frac{2\left[2^{2x} - 2^{-2x}\right]}{4^x - 4^{-x}} =$$

$$= \frac{2\left[\cancel{2^{2x} - 2^{-2x}}\right]}{\cancel{2^{2x} - 2^{-2x}}} = 2$$ letra d

② $$\sqrt{x^2 + x^{-2} + 2} - 2 = \sqrt{x^2 + \frac{1}{x^2} + 2} - 2$$

$$\sqrt{\frac{x^4 + 1 + 2x^2}{x^2}} - 2 = \sqrt{\frac{(x^2+1)^2}{x^2}} - 2 =$$

$$= \frac{x^2+1}{x} - 2 = \frac{x^2 + 1 - 2x}{x} = \frac{(x-1)^2}{x}$$ ∴ letra b

③ $$\frac{a^3 + b^3}{a+b} - \frac{a^3 - b^3}{a-b}$$; $ab = \frac{1}{2}$

$$= \frac{\cancel{(a+b)}(a^2 - ab + b^2)}{\cancel{(a+b)}} - \frac{\cancel{(a-b)}(a^2 + ab + b^2)}{\cancel{(a-b)}} =$$

$$\cancel{a^2} - ab + \cancel{b^2} - \cancel{a^2} - ab - \cancel{b^2} = -2ab \Rightarrow -2 \cdot \frac{1}{2} = -1$$

∴ letra d

Sendo

(4) $a = \dfrac{5+\sqrt{3}}{2}$ e $b = \dfrac{5-\sqrt{3}}{2}$, calcular a^2-b^2

Modo (1)

$a^2-b^2 = \left(\dfrac{5+\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\dfrac{5-\sqrt{3}}{2}\right)^2 =$

$= \dfrac{25+10\sqrt{3}+3}{4} - \dfrac{25-10\sqrt{3}+3}{4} =$

$= \dfrac{\cancel{25}+10\sqrt{3}+\cancel{3}-\cancel{25}+10\sqrt{3}-\cancel{3}}{4}$

$= \dfrac{20\sqrt{3}}{4} = 5\sqrt{3}$ //

Modo (2)

$a^2-b^2 = (a+b)(a-b) =$

$= \left(\dfrac{5+\sqrt{3}}{2} + \dfrac{5-\sqrt{3}}{2}\right) \cdot \left(\dfrac{5+\sqrt{3}}{2} - \dfrac{5-\sqrt{3}}{2}\right) =$

$= \dfrac{5+\cancel{\sqrt{3}}+5-\cancel{\sqrt{3}}}{2} \cdot \dfrac{\cancel{5}+\sqrt{3}-\cancel{5}+\sqrt{3}}{2} =$

$= \dfrac{\overset{5}{\cancel{10}}}{\cancel{2}} \cdot \dfrac{\cancel{2}\sqrt{3}}{\cancel{2}} = 5\sqrt{3}$ //

(5) $\dfrac{x}{y^2} + \dfrac{y^2}{x} = -2$

$\dfrac{x^2+y^4}{xy^2} = -2 \Rightarrow x^2+y^4 = -2xy^2$

$x^2+y^4+2xy^2 = 0 \Rightarrow (x+y^2)^2 = 0$

$x+y^2 = 0$ ∴ letra (b)

(6) $M = -2 + \sqrt{\dfrac{a^2}{b^2} + \dfrac{b^2}{a^2} + 2}$; $a = 0,998$; $b = 1$

$M = -2 + \sqrt{\dfrac{a^4+b^4+2a^2b^2}{a^2b^2}} = -2 + \sqrt{\dfrac{(a^2+b^2)^2}{(ab)^2}} =$

⑥ cont.

$$M = -2 + \frac{(a^2+b^2)}{ab} = \frac{-2ab+a^2+b^2}{ab}$$

$$M = \frac{(a-b)^2}{ab} \Rightarrow M = \frac{(0{,}998-1)^2}{0{,}998}$$

$$M = \frac{(-0{,}002)^2}{0{,}998} \Rightarrow M = \frac{0{,}000004}{0{,}998} \Rightarrow \frac{1}{M} = \frac{1}{\frac{0{,}000004}{0{,}998}}$$

$$\frac{1}{M} = \frac{0{,}998}{0{,}000004} = \frac{998000}{4} = \frac{499000}{2}$$

$$\frac{1}{M} = 249.500.$$

⑦ $(a-b)^2 + 2ab \Rightarrow$

a) $(3-9)^2 + 2.3.9 = 36 + 54 = 90$

b) $(a-3a)^2 + 2 \times a \times 3a = 4a^2 + 6a^2 = 10a^2$

$\therefore$ algarismo final será sempre "0"

⑧ $a - b = 7 \qquad a^2b - ab^2 = 210$

$ab(a-b) = 210 \Rightarrow 7ab = 210 \Rightarrow ab = 30$

$\therefore$ letra ⓒ

(9) $(57,62)^2 - (42,38)^2 =$

$$\left(\frac{5762}{100}\right)^2 - \left(\frac{4238}{100}\right)^2 = \left(\frac{2881}{50}\right)^2 - \left(\frac{2119}{50}\right)^2 =$$

$$= \frac{2881+2119}{50} \cdot \frac{2881-2119}{50} = \frac{\cancel{5000}^{\,100}}{\cancel{50}} \cdot \frac{762}{50} =$$

$$= \frac{7620\cancel{0}}{5\cancel{0}} = 1524$$

(10) $(x+1)(x^2-x+1) = x^3+1$

(11) $y = \dfrac{x^3-8}{x^2+2x+4}$. p/ $x = \sqrt{2}$

$$y = \frac{(x-2)\cancel{(x^2+2x+4)}}{\cancel{(x^2+2x+4)}} = (x-2)$$

$y = \sqrt{2} - 2$ letra (a)

(12) $a = \dfrac{x+y}{2}$; $b = \dfrac{x-y}{2}$; $c = \sqrt{xy}$

$a^2 = \dfrac{(x+y)^2}{4}$; $b^2 = \dfrac{(x-y)^2}{4}$; $c^2 = xy$

$a^2 = \dfrac{x^2+2xy+y^2}{4}$; $b^2 = \dfrac{x^2-2xy+y^2}{4}$

$$a^2 - b^2 - c^2 \Rightarrow \frac{\cancel{x^2}+2xy+\cancel{y^2}-\cancel{x^2}+2xy-\cancel{y^2}}{4} - xy =$$

$$= \frac{\cancel{4}xy}{\cancel{4}} - xy = 0 \quad \therefore \text{ letra (b)}$$

(13) $$\frac{x^{-2}-y^{-2}}{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}} = \frac{\frac{1}{x^2}-\frac{1}{y^2}}{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}} =$$

$$\frac{\frac{y^2-x^2}{x^2y^2}}{\frac{y+x}{xy}} = \frac{\cancel{(x+y)}(x-y)}{x^2y^2}\cdot\frac{xy}{\cancel{(x+y)}} =$$

$$\frac{(x-y)}{xy} \Rightarrow \frac{6,25-1,6}{6,25\times 1,6} = 0,465 \therefore b$$

$$\frac{4,65}{10}$$

(14) $$\sqrt{32+10\sqrt{7}} + \sqrt{32-10\sqrt{7}} = k$$

$$k^2 = 32+\cancel{10\sqrt{7}} + 32 - \cancel{10\sqrt{7}} + 2\sqrt{32+10\sqrt{7}}\,\sqrt{32-10\sqrt{7}}$$

$$k^2 = 64+2\sqrt{32^2-100.7} \Rightarrow k^2 = 64+2\sqrt{32^2-700}$$

$$k^2 = 64+2\sqrt{1024-700} \Rightarrow k^2 = 64+2\sqrt{324}$$

$$k^2 = 64+2\sqrt{2^2.3^4} \Rightarrow k^2 = 64+2.18$$

$$k^2 = 64+36 \Rightarrow k^2 = 100 \Rightarrow k = 10 \therefore c$$

(15) $$x = \frac{(a^{-1}-b^{-1})^{-1}.(a^2-b^2)}{a^2+ab} \Rightarrow \quad b>1 \therefore -b<1$$

$$x = \frac{\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)^{-1}.(a+b)(a-b)}{a(a+b)} = \frac{\cancel{a}b}{b-a}\cdot\frac{\cancel{(a+b)}(a-b)}{\cancel{a}\cancel{(a+b)}}$$

$$x = -\frac{b\cancel{(b-a)}}{\cancel{(b-a)}} \Rightarrow x=-b \quad \therefore x<-1 \quad \text{letra } a$$

$$-x = b \qquad -x>1$$