Aula Teórica: Potenciação e Potência de dez

Objetivo

Familiarizá-lo com a utilização de expoentes e potências de dez, que são de uso frequente nas práticas de laboratório e também nos trabalhos e atividades técnicas.

1. POTENCIAÇÃO

É uma operação matemática de elevar um número ou expressão a uma dada potência.

$3^3 = 3 \,.\, 3 \,.\, 3 = 27$

Definições:

$a^1 = a$	$2^1 = 2$	$10^1 = 10$
$a^0 = 1$, $a \neq 0$	$2^0 = 1$	$10^0 = 1$

Propriedades

a) Multiplicação de potências de bases iguais: mantenha a base e some os expoentes:

$a^n \,.\, a^m = a^{n+m}$	$10^3 \,.\, 10^4 = 10^{3+4} = 10^7 = 10.000.000$

b) Divisão de potências de bases iguais: mantenha a base e subtraia os expoentes:

$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$, $a \neq 0$	$\frac{10^4}{10^2} = 10^{4-2} = 10^2 = 100$

c) Potência de potência: mantenha a base e multiplique os expoentes:

$(a^m)^n = a^{m \times n}$	$(10^3)^2 = 10^{3x2} = 10^6 = 1.000.000$

d) Potência de uma multiplicação

$(a \,.\, b)^n = a^n \,.\, b^n$	$(10 \,.\, 3)^2 = 10^2 \,.\, 3^2 = 100 \times 9 = 900$

e) Potência de uma fração

$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^m}$, $b \neq 0$	$\left(\frac{2}{10}\right)^3 = \frac{2^3}{10^3} = \frac{8}{1000}$

f) Potência de um número negativo

$(-a)^n = b$	$(-3)^2 = 9$

2. POTÊNCIA DE BASE 10

São potências cuja base é o número 10.

Definições:

a) Expoente positivo: As potências de base 10 são formadas pelo algarismo que multiplica a potência seguido de zeros da quantidade do número do expoente.

$10^0 = 1$	
$10^1 = 10$	$7 \times 10^1 = 7 \times 10 = 70$
$10^2 = 100$	$2{,}7 \times 10^2 = 2{,}7 \times 100 = 270$
$10^3 = 1000$	$253 \times 10^3 = 253 \times 1.000 = 253.000$
$10^4 = 10000$	

b) Expoente negativo: Se tivermos o expoente negativo, basta que coloquemos esse resultado no denominador de uma potência cujo numerador é o algarismo que multiplica a potência. Podemos ainda escrevê-lo na forma decimal, sendo que o número do expoente indica a quantidade de dígitos após a vírgula.

$10^{-1} = \frac{1}{10} = 0{,}1$	$5{,}0 \times 10^{-1} = \frac{5{,}0}{10} = 0{,}5$
$10^{-2} = \frac{1}{100} = 0{,}01$	$72{,}0 \times 10^{-2} = \frac{72{,}0}{100} = 0{,}72$
$10^{-3} = \frac{1}{1000} = 0{,}001$	$5 \times 10^{-3} = \frac{5}{1000} = 0{,}005$
	$0{,}3 \times 10^{-3} = \frac{0{,}3}{1000} = 0{,}0003 = 3{,}0 \times 10^{-4}$

Para escrever um número qualquer na potência de base 10, desloque a vírgula do número até que fique apenas um algarismo diferente de zero antes da vírgula. Conte o número de casas em que a vírgula se deslocou e este será o número (positivo ou negativo) do expoente da base 10, que fica multiplicando o número indicado.

> Se a vírgula for *para a esquerda*, o expoente *será positivo*.
>
> Se vier for *para a direita*, o expoente será *negativo*.

Exemplos

$60000 = 6 \times 10^4$	$0{,}0005 = 5 \times 10^{-4}$
$159400 = 1{,}594 \times 10^5$	$0{,}00265 = 2{,}65 \times 10^{-3}$

Para alterar o valor da potência de base 10, usamos um processo semelhante. Desloque a vírgula para a posição desejada. Conte o número de casas em que a vírgula se deslocou e este será o número a ser acrescentado ou subtraído do expoente da potência de 10.

Se deslocamos a vírgula *para a esquerda*, o expoente *será aumentado.* Se vier for *para a direita*, o expoente será *diminuído*.

$634,3 \times 10^{2} = 6,343 \times 10^{4}$	$1,4325 \times 10^{7} = 143,25 \times 10^{5}$
$15,94 \times 10^{6} = 1,594 \times 10^{7}$	$5,345 \times 10^{-3} = 53,45 \times 10^{-4}$

Propriedades

a) Adição e subtração: A adição ou subtração com potências só pode ser realizada quando se tem expoentes iguais. Conserva-se a potência indicada e adiciona-se (ou subtrai-se) os valores que antecedem a potência.

$9 \times 10^{7} - 3 \times 10^{7} = (9-3) \times 10^{7} = 6 \times 10^{7}$
$2,3 \times 10^{-4} + 1,4 \times 10^{-4} = (2,3+1,4) \times 10^{-4} = 3,7 \times 10^{-4}$

Caso a adição (ou subtração) se apresente entre valores que não tem mesmo expoente, é necessário deixá-los com as potências iguais.

$7 \times 10^{5} + 3 \times 10^{7} = 0,07 \times 10^{7} + 3 \times 10^{7} = 3,07 \times 10^{7}$
$9 \times 10^{5} + 5 \times 10^{7} = 9 \times 10^{5} + 500 \times 10^{5} = 509 \times 10^{5} = 5,09 \times 10^{7}$

b) Multiplicação: Efetua-se a multiplicação entre os números que antecedem a potência e também multiplicam-se as potências da base 10: conserva-se a base e adiciona-se, algebricamente, os expoentes.

$8 \times 10^{7} \times 3 \times 10^{3} = (8 \times 3) \times (10^{7} \times 10^{3}) = 24 \times 10^{7+3} = 24 \times 10^{10} = 2,4 \times 10^{11}$
$4 \times 10^{-7} \times 7 \times 10^{3} = (4 \times 7) \times (10^{-7} \times 10^{3}) = 28 \times 10^{-7+3} = 28 \times 10^{-4} = 2,8 \times 10^{-3}$

c) Divisão: Efetua-se a divisão entre os números que antecedem a potência e também divide-se as potências da base 10, pelo método simplificado: conserva-se a base e subtraem-se os expoentes.

$\frac{8 \times 10^{7}}{4 \times 10^{5}} = \frac{8}{4} \times \frac{10^{7}}{10^{5}} = 2 \times 10^{7-5} = 2 \times 10^{2} = 200$
$\frac{8 \times 10^{-2}}{4 \times 10^{3}} = \frac{8}{4} \times \frac{10^{-2}}{10^{3}} = 2 \times 10^{-2-3} = 2 \times 10^{-5} = 0,00002$

d) Potenciação: Efetua-se a potência entre os números que antecedem a potência de base 10 e também faz-se a potência da potência de base 10: conserva-se a base e multiplicam-se os expoentes.

$(9 \times 10^{7})^{2} = 9^{2} \times 10^{(7 \times 2)} = 81 \times 10^{14} = 8,1 \times 10^{15}$
$(3 \times 10^{-4})^{3} = 3^{3} \times 10^{(-4 \times 3)} = 27 \times 10^{-12} = 2,7 \times 10^{-11}$

e) Radiciação: Extrai-se a raiz do número que antecede a potência de base 10 e também faz-se o mesmo com a potência de base 10: conserva-se a base e divide-se o expoente do radicando com o índice do radical.

$\sqrt{16\times10^2} = \sqrt{2^4\times10^2} = 2^2\times\sqrt{10^2} = 4\times10 = 40$
$\sqrt[3]{8\times10^6} = \sqrt[3]{2^3\times10^6} = 2\times\sqrt{10^6} = 2\times10^2 = 200$

ATIVIDADES

1. Transforme em potência de dez:
    a. 576.890
    b. 9800700
    c. 200000
    d. 0,0087
    e. 0,00009
    f. 0,08
2. Desenvolva (ex. $2,54\text{x}10^3 = 2540$)
    a. $5,7\text{x}10^{-3}$
    b. $0,4\text{x}10^{-2}$
    c. $150\text{x}10^{2}$
    d. $12\text{x}10^{3}$
3. Calcule
    a. $89\text{x}10^{-3} + 61\text{x}10^{-3}$
    b. $8,7\text{x}10^{-3} + 0,61\text{x}10^{-2}$
    c. $167\text{x}10^{2} + 12\text{x}10^{3}$
    d. $18\text{x}10^{-2} - 7,5\text{x}10^{-2}$
    e. $1,89\text{x}10^{-2} - 7,5\text{x}10^{-3}$

f. $5x10^{1} - 78x10^{-2}$

4. Em um circuito elétrico, a tensão V [Volts] pode ser calculada através do produto entre a resistência R [Ω] e a corrente elétrica i [Amperes], de acordo com a equação a seguir:

$$V = R.i$$

A partir dos dados, complete a tabela com potências de 10, usando sempre um único algarismo diferente de zero antes da vírgula:

	V [V]	R [Ω]	I[A]
a)		$1\ x10^{5}$	$3,5x10^{-3}$
b)	$22\ x10^{1}$	$6,7x10^{3}$	
c)	$0,12\ x10^{2}$		$30x10^{-3}$
d)	$1,27x10^{2}$	$4,5x10^{3}$	
e)		$40\ x10^{3}$	$0,54\ x10^{-2}$

5. É possível calcular a força de atração F [newton] entre duas cargas q1 [coulomb] e q2 [coulomb] que estão separadas por uma distância r [m] considerando a constante k, que depende do meio onde as cargas são encontradas a partir da seguinte relação:

$$F = k\frac{|q_1 . q_2|}{r^2}$$

O valor mais usual de k é considerado quando esta interação acontece no vácuo:

$$k = 9\times10^9 \left[\frac{N\cdot m^2}{C^2}\right]$$

A partir desse dado, preencha a tabela, indicando as respostas em potência de 10, sempre com um único dígito diferente de zero antes da vírgula:

	F[N]	$Q_1[C]$	$Q_2[C]$	r
a)		$3\ x10^{-5}$	$5\ x10^{-6}$	15 cm
b)	200	$2\ x10^{-2}$	$2,98\ x10^{-2}$	
c)	$32,4\ x10^{-2}$	$3\ x10^{-6}$		50cm