....

....

$f)\ v_2 = v_1 + a \cdot \Delta t$

....

....

....

....

Teorema de Bridgman

Com esse teorema, é possível determinar qual a fórmula que rege um fenômeno a partir das variáveis que o afetam. Ele diz que se, experimentalmente for constatado que uma determinada grandeza física X depende das grandezas $A, B, C, etc,$ independentes entre si, então a grandeza X pode ser expressa da seguinte forma:

$$X = K \cdot A^a \cdot B^b \cdot C^c \ldots.$$

onde K é um fator numérico, cujo valor é determinado mediante experiências.

Exemplo 3: Numa experiência, verifica-se que o período T de oscilação de um sistema massa-mola depende somente da massa m do corpo e da constante elástica K_{el} da mola. Então, pelo Teorema de Bridgman:

$$X = K \cdot A^a \cdot B^b \cdot C^c \ldots. \Rightarrow T = K \cdot m^a \cdot k_{el}^b$$

Deseja-se calculara o valor de a e b. Para isso, aplica-se a homogeneidade dimensional na fórmula obtida pelo Teorema de Bridgman. Como T é o período de oscilação, trata-se de tempo. Portanto:

$[T] = T, ou\ [T] = M^0L^0T^1$

Do outro lado da igualdade temos:

$$[K \cdot m^a \cdot k_{el}^b] = 1 \cdot M^a \cdot \left[\frac{\left(M \cdot \frac{L}{T^2}\right)}{L}\right]^b = M^a \cdot \left[M \cdot \frac{L}{T^2} \cdot \frac{1}{L}\right]^b = M^a \cdot M^b \cdot T^{-2b}$$

$$[K \cdot m^a \cdot k_{el}^b] = M^{a+b} \cdot T^{-2b}$$

Como os dois lados devem ser iguais, faremos:

$M^0 \cdot L^0 \cdot T^1 = M^{a+b} \cdot L^0 \cdot T^{-2b}$

Igualando os expoentes, podemos determinar a e b:

$$\begin{cases} a + b = 0 \\ -2b = 1 \end{cases}$$

Resolvendo esse sistema, temos que:

$$b = -\frac{1}{2} \; e \; a = \frac{1}{2}$$

Substituindo em $T = K \cdot m^a \cdot k_{el}^b$, teremos:

$$T = K \cdot m^{\frac{1}{2}} \cdot K_{el}^{-\frac{1}{2}} \Rightarrow T = K \cdot \sqrt{\frac{m}{k_{el}}}$$

Com as experiências, verifica-se que $K = 2\pi$. Assim, a fórmula final fica:

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k_{el}}}$$

Exercícios de Aplicação

1. A força centrípeta F_{cp} depende da massa m da velocidade escalar v do objeto e do raio r da órbita do movimento. Determinar a equação da força centrípeta.

$[F_{cp}] = M L T^{-2}$

$[k . m^a . v^b . r^c] = M^a . \left(\frac{L}{T}\right)^b . L^c = M^a L^{b+c} T^{-b}$

$M L T^{-2} = M^a L^{b+c} T^{-b} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b+c = 1 \\ -b = -2 \end{cases} \quad \begin{matrix} a = 1 \\ b = 2 \\ c = -1 \end{matrix}$ $\therefore F_{cp} = \frac{m v^2}{r}$

2. Determine os valores de x, y e z para que a equação: (força)^x (massa)^y = (volume) (energia)^z seja dimensionalmente correta.

$(M L T^{-2})^x . M^y = L^3 . (M L^2 T^{-2})^z$

$M^x L^x T^{-2x} . M^y = L^3 . M^z L^{2z} T^{-2z}$

$M^{x+y} L^{x} T^{-2x} = M^{z} L^{2z+3} T^{-2z}$

$\begin{cases} x+y=z \\ 2z+3=x \\ -2x=-2z \Rightarrow x=z \end{cases}$ $\quad -3+y=-3 \Rightarrow y=0 \quad \therefore x=-3$

$2x-x=-3 \Rightarrow x=-3 \quad y=0$

$z=-3$

3. Na equação dimensional homogênea $x = a \cdot t^2 - b \cdot t^3$, em que x tem a dimensão de comprimento L e t tem T, as dimensões a e b são, respectivamente iguais a?

$[x]=L$

$[a \cdot t^2] = [a] \cdot T^2 = L \therefore [a] = L T^{-2}$

$[b \cdot t^3] = [b] \cdot T^3 = L \therefore [b] = L T^{-3}$

Exercícios Propostos

1. O quociente da unidade de força dividida pela unidade de velocidade pode ser utilizado para medir:

a) potência
b) trabalho
c) vazão volumétrica de gás
d) vazão volumétrica de líquidos
e) vazão de massas

2. A intensidade F da força que age em uma partícula é dada em função do tempo t conforme a expressão $F = A + Bt$ onde A e B são parâmetros constantes e não nulos. Adotando como fundamentais as grandezas massa M comprimento L e tempo T, obtenha as equações dimensionais dos parâmetros A e B.

3. Na expressão $F = Ax^2$, F representa força e x um comprimento. Se MLT^{-2} é a fórmula dimensional da força, a fórmula dimensional de A é igual a?

a) $ML^{-1}T^{-2}$

b) $ML^{3}T^{-2}$

c) L^2

d) MT^{-2}

e) M

4 . Um físico apresentou uma teoria reformulando alguns conceitos nas leis de Mecânica Newtoniana. Um jornal, pretendendo reproduzir essa teoria, apresentou como expressão da intensidade da força gravitacional F entre duas partículas de massas m_1 e m_2, separadas por uma distância r, a relação:

$$F = \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \cdot (1 + v^2 + r \cdot a)$$

onde v é a intensidade da velocidade relativa e a é a intensidade da aceleração relativa entre os corpos. A respeito desta expressão assinale a opção correta:

a) A expressão pode estar correta apenas quando $v = 0$ e $a = 0$.

b) A expressão é dimensionalmente correta.

c) A expressão é dimensionalmente absurda, pois só podemos somar parcelas que tenham a mesma equação dimensional, além disso, mesmo no caso em que $v = 0$ e $a = 0$, o segundo membro não tem equação dimensional de força.

d) A expressão estaria dimensionalmente correta se o conteúdo dos parênteses fosse:

$$1 + \frac{v^2}{r \cdot a}$$

e) A expressão está correta.

5. Um estudante de física resolvendo certo problema chegou à expressão final:

$$F = 2 \cdot (m_1 + m_2) \cdot v \cdot t^2$$

onde F representa uma força, m_1 e m_2 representam massas, v é uma velocidade linear, t é tempo. Outro estudante resolvendo o mesmo problema chegou à expressão:

$$F = 2 \cdot (m_1 + m_2) \cdot \frac{v}{t}$$

Mesmo sem conhecer os detalhes do problema você deve ser capaz de verificar qual das respostas acima obviamente deve estar errada. Explique qual delas é certamente errada.

6. Na expressão seguinte, x representa uma distância, v uma velocidade, a uma aceleração, e k representa uma constante adimensional. Qual deve ser o valor do expoente n para que a expressão seja fisicamente correta?

$$x = k \cdot \frac{v^n}{a}$$

7. Na análise de determinados movimentos, é bastante razoável supor que a força de atrito seja proporcional ao quadrado da velocidade da partícula que se move, isto é $F_{at} = K \cdot v^2$. A unidade da constante de proporcionalidade K no S. I. é:

$a)\ \dfrac{kg \cdot m^2}{s^2}$

$b)\ \dfrac{kg \cdot s^2}{m^2}$

$c)\ \dfrac{kg \cdot m}{s}$

$d)\ \dfrac{kg}{m}$

$e)\ \dfrac{kg}{s}$

8. Num movimento oscilatório, a abscissa x da partícula é dada em função do tempo t por $x = A + B\ cos\ (Ct)$, onde A, B e C são parâmetros constantes não nulos. Adotando como fundamentais as dimensões M (massa), L (comprimento) e T (tempo), obtenha as fórmulas dimensionais de A, B e C.

Análise dimensional - Exercícios Propostos

① $\frac{[F]}{[v]} = \frac{M \cancel{L} T^{-2}}{\cancel{L} T^{-1}} = M \cdot T^{-1}$

$[Vazão] = \left[\frac{m}{t}\right] = M T^{-1}$ ∴ Vazão

② $F = A + Bt$

$[F] = M L T^{-2}$

$[A] = M L T^{-2}$

$[Bt] = [B] . T = M L T^{-2}$

$[B] = \frac{M L T^{-2}}{T} \Rightarrow [B] = M L T^{-3}$

③ $F = A x^2$

$[F] = M L T^{-2}$

$[A x^2] = [A] . L^2 = M L T^{-2}$

$[A] = \frac{M L T^{-2}}{L^2} = M L^{-1} T^{-2}$

(4) $F = \frac{m_1 m_2}{r^2} \cdot (1 + v^2 + r \cdot a)$

$[F] = M L T^{-2}$

$\left[\frac{m_1 m_2}{r^2}\right] = \frac{M^2}{L^2} = M^2 L^{-2}$

$\left[\frac{m_1 m_2}{r^2} \cdot v^2\right] = \frac{M^2}{\cancel{L^2}} \cdot \frac{\cancel{L^2}}{T^2} = M^2 T^{-2}$

$\left[\frac{m_1 m_2}{r^2} \cdot r a\right] = \frac{M^2}{\cancel{L^2}} \cdot \cancel{L} \cdot \frac{\cancel{L}}{T^2} = M^2 T^{-2}$

$\left[\frac{m_1 m_2}{r^2} \cdot \frac{v^2}{ra}\right] = \frac{M^2}{L^2} \cdot \frac{(L T^{-1})^2}{L \cdot L T^{-2}} = \frac{M^2 \cancel{L^2} T^{-2}}{\cancel{L^2} L^2 T^{-2}}$

$= M^2 L^{-2}$

$\therefore$ Letra "c"

(3) $F = 2 (m_1 + m_2) \cdot v \cdot t^2$; $F = (m_1 + m_2) \cdot \frac{v}{t}$

$[F] = M . L . T^{-2}$

$[2 (m_1 + m_2) v . t^2] = M . \frac{L}{T} . T^2 = M L T \Rightarrow \neq$

$\left[2 (m_1 + m_2) . \frac{v}{t}\right] = M . \frac{L}{T} . \frac{1}{T} = M L T^{-2} \Rightarrow OK$

(6) $x = k \dfrac{v^n}{a}$

$[x] = L$

$\left[k \dfrac{v^n}{a} \right] = \dfrac{(L\,T^{-1})^n}{L\,T^{-2}} = \cancel{L^n}\, T^{-n} \cdot \cancel{L^{-1}}\, T^2 =$

$= L^{n-1}\, T^{2-n}$

$\cancel{M^0} \cdot L^1\, T^0 = \cancel{M^0}\, L^{n-1}\, T^{2-n}$

$n - 1 = 1 \Rightarrow n = 2$

$2 - n = 0 \Rightarrow n = 2$

(7) $Fat = k \cdot v^2$

$[Fat] = M \cdot L \cdot T^{-2}$

$[k \cdot v^2] = [k] \cdot (L\,T^{-1})^2 = M \cdot L \cdot T^{-2}$

$[k] = \dfrac{M \cdot L \cdot \cancel{T^{-2}}}{L^2\, \cancel{T^{-2}}}$

$[k] = M \cdot L^{-1} \Rightarrow \dfrac{kg}{m}$

letra (d)

8 $x = A + B\cos(c.t)$

$[x] = L$

$[A] = L$

$[B.\cos(c.t)] = [B].\cos([c].T) = L$

$[c].T = 1 \Rightarrow [c] = T^{-1}$

$[B].1 = L \Rightarrow [B] = L$