

$$Y = (X + 5)(X + 3)$$

Equation is currently in Factored Form

$$Y = (X + 5)(X + 3)$$

Expand the equation by multiplying each number within the parenthesis

$$Y = X^2 + 3X + 5X + 15$$

Combine like terms, and *voila!*

$$Y = X^2 + 8X + 15$$

Equation is now in Expanded form

Função quadrática –
forma fatorada (pg. 93)

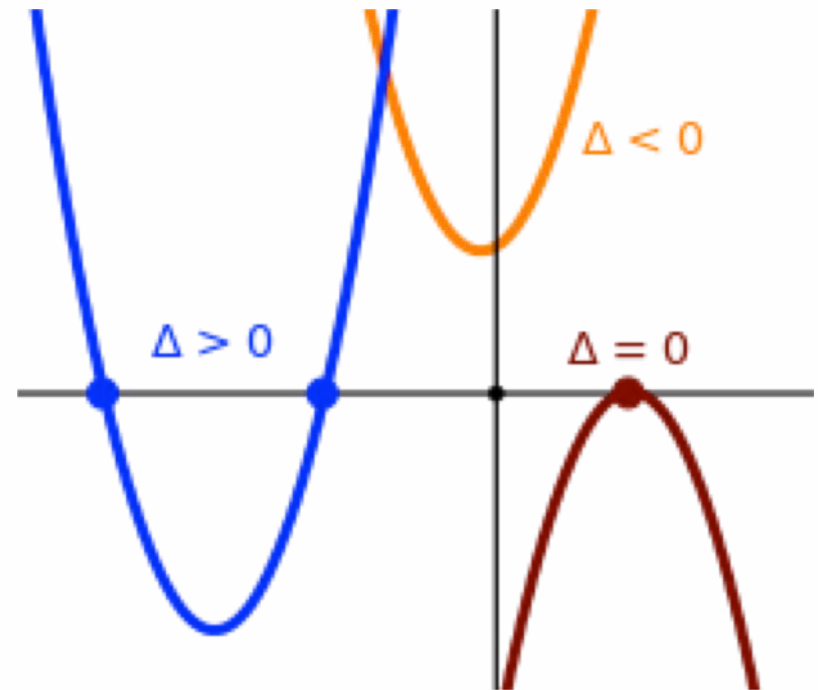
Até aqui vimos que...

- Forma geral da função quadrática

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$



Até aqui vimos que...

- Forma canônica da função quadrática

$$f(x) = a(x - m)^2 + k$$

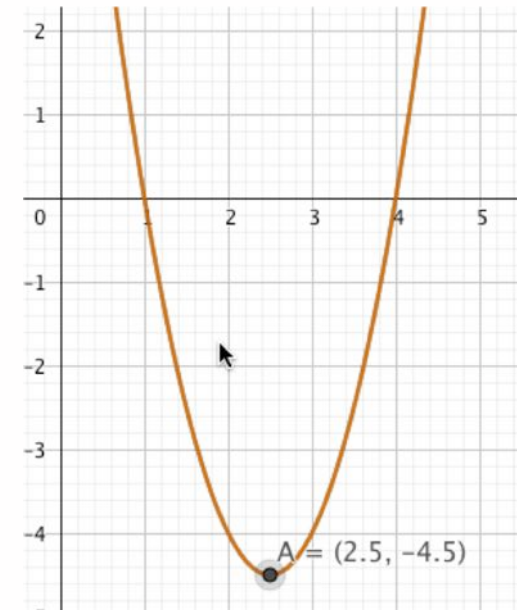
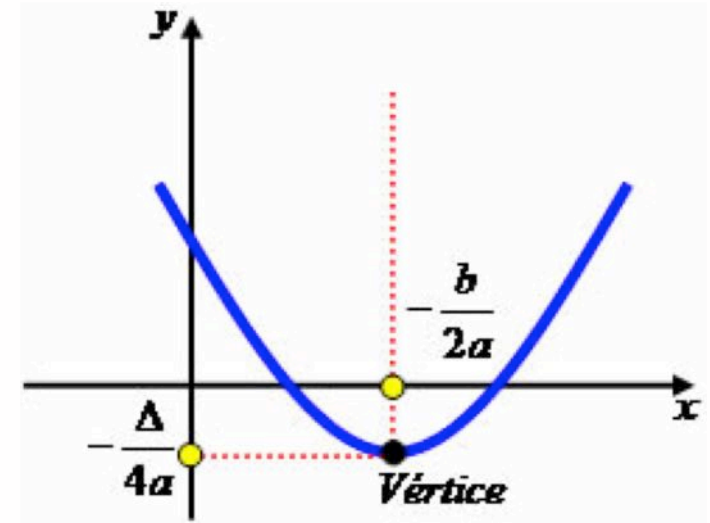
$$x_v = m = -\frac{b}{2a}$$

$$y_v = k = f(m) \text{ ou } k = -\frac{\Delta}{4a}$$

- Exemplo: passe para a forma canônica:

$$f(x) = 2x^2 - 10x + 8$$

$$f(x) = 2\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{9}{2}$$



Regra da soma e produto das raízes

- Se

$$x^2 + bx + c = 0$$

- Então

$$x' + x'' = -b$$

$$x' \cdot x'' = c$$

- Por exemplo:

$$x^2 - 7x + 10 = 0$$

$$x' + x'' = -(-7) = 7$$

$$x' \cdot x'' = 10$$

$$x' = 2 \quad x'' = 5$$

Também é verdade que...

- Se

$$ax^2 + bx + c = 0$$

- Então

$$x' + x'' = -\frac{b}{a}$$

$$x' \cdot x'' = \frac{c}{a}$$

- Por exemplo

$$2x^2 - 8x + 6 = 0$$

$$x' + x'' = -\frac{(-8)}{2} = 4$$

$$x' \cdot x'' = \frac{6}{2} = 3$$

$$x' = 1 \quad x'' = 3$$

Exemplo de aplicação

- Determine o valor de k positivo na função abaixo, de modo que uma raiz seja o dobro da outra:

$$x^2 + 3kx + (k + 1) = 0$$

$$x' = 2x''$$

$$x' + x'' = -\frac{b}{a} = -3k$$

$$2x'' + x'' = -3k$$

$$3x'' = -3k \Rightarrow x'' = -k$$

$$x' - k = -3k \Rightarrow x' = -2k$$

$$x' \cdot x'' = \frac{c}{a} = k + 1$$

$$-2k \cdot (-k) = k + 1$$

$$2k^2 = k + 1$$

$$2k^2 - k - 1 = 0$$

Por Bháskara

$$k' = -\frac{1}{2} ; k'' = 1 \text{ (resposta)}$$

Forma fatorada

- A forma fatorada é uma aplicação da regra da soma e produto. Vamos demonstrar que:

$$f(x) = ax^2 + bx + c = a(x - x')(x - x'')$$

- Demonstração

$$f(x) = a \left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} \right)$$

$$f(x) = a(x^2 - (x' + x'')x + x'x'')$$

$$f(x) = a(x^2 - x'x - x''x + x'x'')$$

$$f(x) = a(x(x - x') - x''(x - x'))$$

$$f(x) = a(x - x')(x - x'')$$

Como chegar na forma fatorada?

- Procedimento:
 - Calcular as raízes
 - Escrever na forma
 - $f(x) = a(x - x')(x - x'')$
- Exemplo: escreva a função abaixo na forma fatorada:

$$f(x) = 2x^2 - 10x + 8$$

$$f(x) = 2(x - 4)(x - 1)$$

Exercícios

- Escreva as funções abaixo na forma fatorada e na forma canônica

1. $f(x) = 3x^2 - 9x + 6$

2. $f(x) = 2x^2 - 2$

3. $f(x) = x^2 + x - 6$

4. $f(x) = 2x^2 - 6x$

5. $f(x) = -2x^2 + 12x - 10$

Respostas

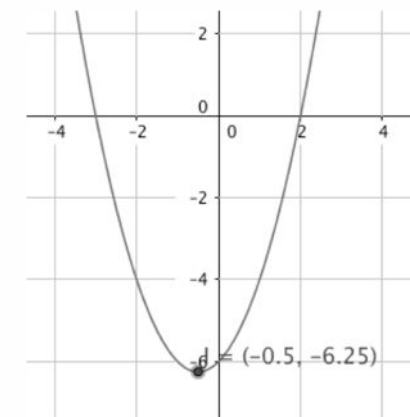
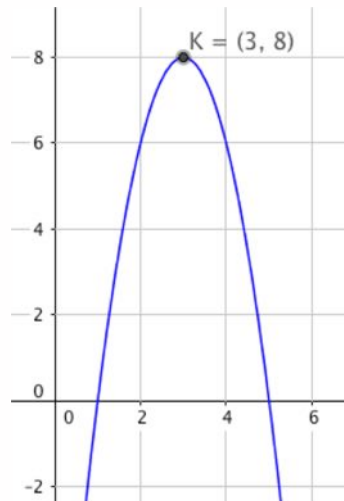
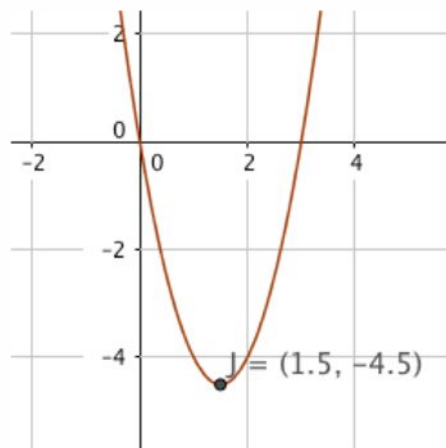
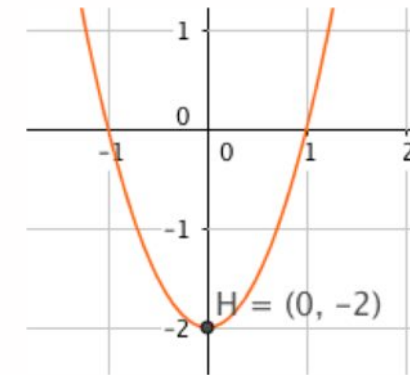
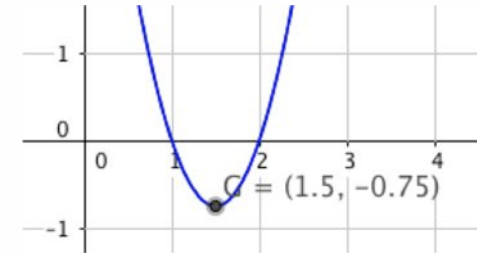
$$1. f(x) = 3(x - 2)(x - 1); f(x) = 3\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{3}{4}$$

$$2. f(x) = 2(x - 1)(x + 1); f(x) = 2x^2 - 2$$

$$3. f(x) = (x - 2)(x + 3); f(x) = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{25}{4}$$

$$4. f(x) = 2x(x - 3); f(x) = 2\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{9}{2}$$

$$5. f(x) = -2(x - 1)(x - 5) \Rightarrow f(x) = -2(x - 3)^2 + 8$$



Exemplos de aplicação (pg. 94)

1. Determine, se existirem, os zeros da função quadrática $f(x) = 2x^2 - 3x + 5$.
2. Para que valores de k a função $f(x) = x^2 - 2x + k$ tem zeros reais e diferentes?
3. Determine o valor de k positivo para que a equação $x^2 - 2kx + (k + 1) = 0$ tenha uma raiz igual ao triplo da outra.
4. Escreva na forma fatorada as seguintes funções:
 - a) $f(x) = x^2 - 5x + 6$
 - b) $g(x) = 5x^2 + 10x + 5$