

Data:
17/08/2018

 Professor:
SIMÕES

Aluno:

Núm.:

 Classe:
1ª
Instruções:

1. Esta folha
-
- deve ser devolvida
-
- não deve ser devolvida
-
2. Nesta prova, você
-
- pode usar calculadora
-
- não pode usar calculadora

Nota:

Instruções: Faça os cálculos abaixo das questões, com os cálculos a lápis e respostas a caneta. Os gráficos devem ser feitos na página quadriculada, utilizando os eixos x e y já indicados para ambos. A curva pode ser a lápis e os pontos devem ser a caneta, com as coordenadas indicadas também a caneta. **ATENÇÃO:** a questão 2 está na última página.

1) Determine as raízes, o eixo, o vértice, o foco e a diretriz das funções abaixo, e trace o gráfico de ambas, indicando todos os pontos.

a) (2,5 pontos) $f(x) = \frac{1}{2}(x-1)^2$ Exercício 400, pag 97

$$\underline{\text{Raízes}} \Rightarrow f(x) = \frac{1}{2}(x-1)^2 = \frac{1}{2}(x^2 - 2x + 1) = \frac{1}{2}x^2 - x + \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2}x^2 - x + \frac{1}{2} = 0 \quad \Delta = 1 - 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow \Delta = 0$$

$$x = \frac{1 \pm 0}{2 \cdot \frac{1}{2}} = \frac{1}{1} \Rightarrow \boxed{x' = x'' = 1}$$

$$\underline{\text{Eixo}} \Rightarrow x_e = m \quad m = -\frac{b}{2a} \Rightarrow m = -\frac{-1}{2 \cdot \frac{1}{2}} = 1 \quad \boxed{x_e = 1}$$

$$\underline{\text{Vértice}} \Rightarrow x_v = m \quad y_v = k = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{0}{4 \cdot \frac{1}{2}} = 0$$

$$x_v = 1$$

$$\underline{\text{Foco}} \Rightarrow x_F = m \quad x_F = 1 \quad ; \quad p = \frac{1}{4ca} \Rightarrow p = \frac{1}{4 \cdot \frac{1}{2}} \Rightarrow p = \frac{1}{2}$$

$$y_F = k + p \Rightarrow y_F = 0 + \frac{1}{2} \Rightarrow y_F = \frac{1}{2}$$

$$\boxed{F = \left(1, \frac{1}{2}\right)}$$

$$\underline{\text{Diretriz}} \Rightarrow y_D = k - p$$

$$y_D = 0 - \frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{y_D = -\frac{1}{2}}$$

b) (2,5 pontos) $f(x) = 3x^2 - 9x + 6$ Exercício 1 do slide

Raízes $\Rightarrow 3x^2 - 9x + 6 = 0$

$$\Delta = 81 - 4 \cdot 3 \cdot 6 \Rightarrow \Delta = 9$$

$$x = \frac{9 \pm 3}{2 \cdot 3} \Rightarrow x' = \frac{12}{6} = 2; \quad x'' = \frac{6}{6} = 1$$

$$\boxed{x' = 2; \quad x'' = 1}$$

Eixo $\Rightarrow x_e = M; \quad M = \frac{-b}{2a} \Rightarrow M = \frac{-(-9)}{2 \cdot 3} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$

$$\boxed{x_e = \frac{3}{2}}$$

Vértice $\Rightarrow x_v = M; \quad y_v = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{9}{4 \cdot 3} = -\frac{9}{12} = -\frac{3}{4}$

$$V = \left(\frac{3}{2}, -\frac{3}{4} \right)$$

Foco $\Rightarrow x_F = M; \quad p = \frac{1}{4a} \Rightarrow p = \frac{1}{4 \cdot 3} \Rightarrow p = \frac{1}{12}$

$$y_F = k + p \Rightarrow y_F = -\frac{3}{4} + \frac{1}{12} = \frac{-9 + 1}{12} = -\frac{8}{12} = -\frac{2}{3}$$

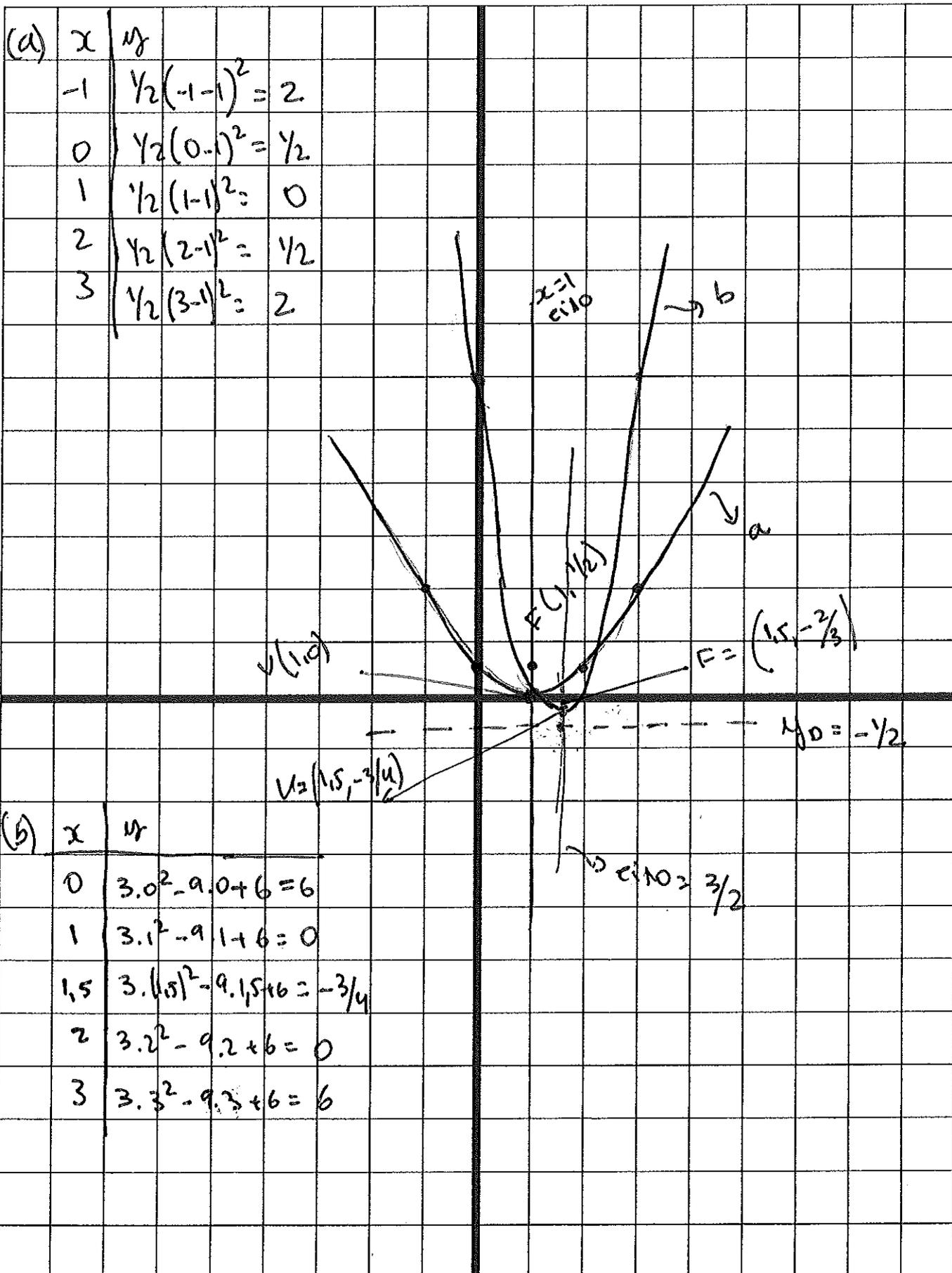
$$F = \left(\frac{3}{2}, -\frac{2}{3} \right)$$

Dirchiz $\Rightarrow y_0 = k - p$

$$y_0 = -\frac{3}{4} - \frac{1}{12} = \frac{-9 - 1}{12} = -\frac{10}{12} = -\frac{5}{6}$$

$$\boxed{y_0 = -\frac{5}{6}}$$

(2,5 pontos) Gráficos:



2) (2,5 pontos) Determine o valor de k positivo para que a equação abaixo tenha uma raiz igual ao triplo da outra.

$$x^2 - 2kx + (k+1) = 0 \quad (\text{Exemplo 3, pag 94})$$

$$x' = 3x''$$

$$x' + x'' = -\frac{b}{a} = -\frac{-2k}{1} = 2k$$

$$x' + x'' = 2k$$

$$3x'' + x'' = 2k$$

$$4x'' = 2k$$

$$x'' = \frac{2k}{4}$$

$$x'' = \frac{k}{2} \Rightarrow x' = 3x'' \Rightarrow x' = \frac{3k}{2}$$

$$x' \cdot x'' = \frac{c}{a} = \frac{k+1}{1} \Rightarrow x' \cdot x'' = k+1$$
$$\frac{3k}{2} \cdot \frac{k}{2} = k+1$$

$$\frac{3k^2}{4} = k+1$$

$$3k^2 = 4(k+1)$$

$$3k^2 = 4k + 4$$

$$3k^2 - 4k - 4 = 0$$

$$\Delta = 16 - 4 \cdot 3 \cdot (-4) \Rightarrow \Delta = 64$$

$$k = \frac{4 \pm 8}{2 \cdot 3} \Rightarrow k' = \frac{12}{6} = 2 > 0$$

$$k'' = \frac{-4}{6} = -\frac{2}{3} \bar{n} \text{ convém}$$

$$\boxed{k = 2}$$