

Data:
/11/2018

 Professor:
SIMÕES

Aluno:

Núm.:

 Classe:
1ª
Instruções:

1. Esta folha
-
- deve ser devolvida
-
- não deve ser devolvida
-
2. Nesta prova, você
-
- pode usar calculadora
-
- não pode usar calculadora

Nota:

Instruções: Os cálculos podem ser a lápis e as respostas devem ser a caneta no local indicado. A curva pode ser a lápis. Valor da prova: 10 pontos. Valor das questões: indicado. Todas as respostas devem ser demonstradas.

 1. (2,0 pontos) (FUVEST) Considere as funções $f(x) = 2 \log_2(x - 1)$ e $g(x) = \log_2\left(1 - \frac{x}{4}\right)$.

 Determine o valor de x para o qual $f(x) = g(x)$, e faça os gráficos das duas funções usando as tabelas fornecidas.

$$f(x) = g(x)$$

$$2 \log_2(x-1) = \log_2\left(1 - \frac{x}{4}\right)$$

$$\log_2(x-1)^2 = \log_2\left(1 - \frac{x}{4}\right)$$

$$(x-1)^2 = 1 - \frac{x}{4}$$

$$x^2 - 2x + 1 = 1 - \frac{x}{4}$$

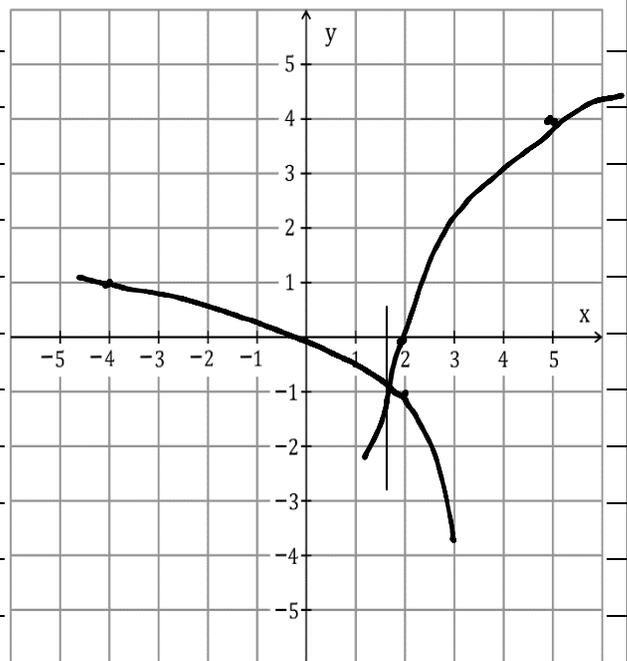
$$x^2 - 2x + \frac{x}{4} + 1 - 1 = 0$$

$$x^2 + \frac{-8x + x}{4} = 0 \Rightarrow x^2 - \frac{7x}{4} = 0$$

$$x(x - \frac{7}{4}) = 0 \begin{cases} x' = 0 \rightarrow \text{não passa na CE.} \\ x'' = \frac{7}{4} = 1,75 \end{cases}$$

$$f(2) = 2 \log_2(2-1) = 0$$

$$f(5) = 2 \cdot \log_2(5-1) = 4$$



| x | $f(x)$ |
|-----|--------|
| 2 | 0 |
| 5 | 4 |

| x | $g(x)$ |
|-----|--------|
| -4 | 1 |
| 0 | 0 |
| 2 | -1 |

$$g(-4) = \log_2\left(1 - \frac{-4}{4}\right) = 1$$

$$g(0) = \log_2\left(1 - \frac{0}{4}\right) = 0$$

$$g(2) = \log_2\left(1 - \frac{2}{4}\right) = -1$$

Resposta:

2. a) (1,0 ponto) (UESB) Considerando-se $f(x) = \log_2 x$ e $g(x) = \log_5 x$, qual o valor de

$$\frac{f\left(\frac{1}{128}\right) - g(125)}{2} ?$$

$$f\left(\frac{1}{128}\right) = \log_2 \frac{1}{128} = \log_2 2^{-7} = -7$$

$$g(125) = \log_5 125 = \log_5 5^3 = 3$$

$$\frac{f\left(\frac{1}{128}\right) - g(125)}{2} = \frac{-7 - 3}{2} = \frac{-10}{2} = -5$$

Resposta: $S = \{-5\}$

2. b) (1,0 ponto) (UERJ) O número, em centenas de indivíduos, de um determinado grupo de animais, x dias após a liberação de um predador no seu ambiente, é expresso pela seguinte função: $f(x) = \log_{(5 \cdot \sqrt[3]{5})} x^4$. Após cinco dias da liberação do predador, qual o número de indivíduos desse grupo presentes no ambiente?

$$f(5) = \log_{(5 \cdot \sqrt[3]{5})} 5^4 = 1 \Rightarrow (5 \cdot \sqrt[3]{5})^n = 5^4$$

$$(5 \cdot 5^{\frac{1}{3}})^n = 5^4 \Rightarrow 5^{\frac{4}{3} \cdot n} = 5^4 \Rightarrow \frac{4n}{3} = 4 \Rightarrow n = 3$$

Resposta: $S = \{3\}$

3. (1,5 ponto) (FATEC SP) Seja a função definida por $f(x) = \log_{10} x - \log_{10} \left(\frac{x^3}{10^4}\right)$. Determine o valor de x do ponto de intersecção do gráfico de $f(x)$ com a reta de equação $y - 2 = 0$.

$$y - 2 = 0 \Rightarrow y = 2$$

$$2 = \log_{10} \frac{x}{\frac{x^3}{10^4}} \Rightarrow 2 = \log_{10} \frac{x \cdot 10^4}{x^3} \Rightarrow 2 = \log_{10} x^{-2} + \log_{10} 10^4$$

$$2 = -2 \log_{10} x + 4 \Rightarrow 2 \log_{10} x = 4 - 2 \Rightarrow \log_{10} x = \frac{2}{2} \Rightarrow \log_{10} x = 1$$

$$x = 10 \Rightarrow x = 10$$

Resposta: $S = \{(10, 2)\}$

4. (1,5 ponto) (UFRN) A escala decibel de som é definida pela seguinte expressão: $B = 10 \log \left(\frac{I}{I_0} \right)$ Nessa expressão, B é o nível do som, em decibéis (dB), de um som de intensidade física I , e I_0 é a intensidade de referência associada ao som mais fraco percebido pelo ouvido humano igual a 10^{-12} W/m^2 . Em um ambiente, um aparelho registrou uma intensidade $I = 10^{-3} \text{ W/m}^2$. Demonstre a qual nível de som em dB essa intensidade corresponde, de acordo com a tabela ao lado.

| Som | Nível do som em dB |
|--------------------|--------------------|
| Som mínimo | 0 |
| Raspagem de folhas | 10 |
| Sussurro | 20 |
| Conversação normal | 60 |
| Banda de rock | 80 |
| Orquestra | 90 |
| Máximo suportável | 120 |

$$B = 10 \cdot \log \left(\frac{I}{I_0} \right) \Rightarrow B = 10 \cdot \log \frac{10^{-3}}{10^{-12}}$$

$$B = 10 \cdot \log (10^{-3} \cdot 10^{12}) \Rightarrow B = 10 \cdot \log 10^9$$

$$B = 10 \cdot 9 \cdot \log 10 \Rightarrow B = 90 \text{ dB}$$

Resposta: Orquestra (90 dB)

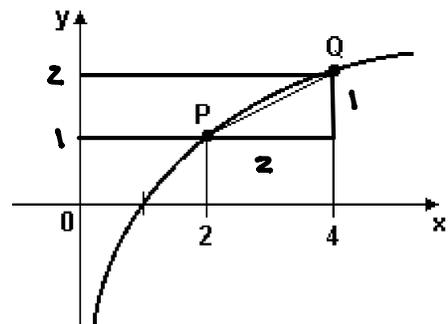
5. (1,5 ponto) (UFF) A figura representa a função $f(x) = \log_2 x$. Qual a medida do segmento PQ?

$$f(2) = \log_2 2 = 1$$

$$f(4) = \log_2 4 = 2$$

$$\overline{PQ}^2 = 2^2 + 2^2$$

$$\overline{PQ} = \sqrt{4+4} \Rightarrow \overline{PQ} = \sqrt{8}$$



Resposta: $\overline{PQ} = \sqrt{8}$

6) (1,5 ponto) (CEFET PR) Determine o domínio da função $f(x) = \log_{(4-x)}(x^2 - 4x - 21)$.

$$4-x > 0 \Rightarrow 4 > x \Rightarrow x < 4$$

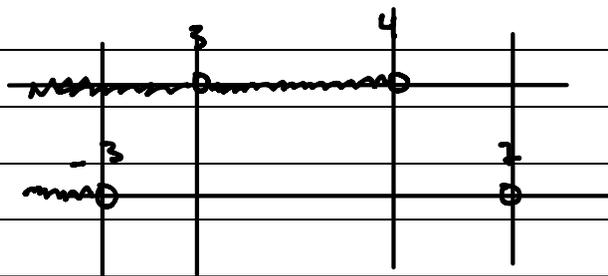
$$4-x \neq 1 \Rightarrow 4-1 \neq x \Rightarrow x \neq 3$$

$$x^2 - 4x - 21 > 0$$

$$x^2 - 4x - 21 = 0$$

$$\Delta = 16 + 84 = 100$$

$$x = \frac{4 \pm 10}{2} \begin{cases} x' = 7 \\ x'' = -3 \end{cases}$$



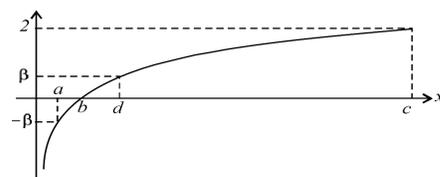
$$x < -3$$



Resposta:

$$D = \{x \in \mathbb{R} \mid x < -3\}$$

7. (Desafio-bônus, 2,0 pontos) (UFRJ) Seja a função $f(x) = \log_3 x$, com o gráfico representado. Calcule o valor de $b + c + ad$.



$$f(c) = 2 \Rightarrow \log_3 c = 2 \Rightarrow c = 9$$

$$f(b) = 0 \Rightarrow \log_3 b = 0 \Rightarrow b = 1$$

$$f(a) = -\beta \Rightarrow \log_3 a = -\beta \quad \left. \begin{array}{l} \log_3 a = -\beta \\ \log_3 d = \beta \end{array} \right\} \log_3 a = -\log_3 d$$

$$f(d) = \beta \Rightarrow \log_3 d = \beta \quad \left. \begin{array}{l} \log_3 a = -\log_3 d \\ \log_3 d = \beta \end{array} \right\} \log_3 a + \log_3 d = 0 \Rightarrow \log_3 ad = 0$$

$$ad = 3^0 \Rightarrow ad = 1 \quad \therefore b + c + ad = 1 + 9 + 1 = 11$$

Resposta: (a)

$$S = \{11\}$$