



Princípios de Estatística aplicada à medição

Parte I – Medidas estatísticas

UC Medição e Representação Gráfica

Prof. Simões

Objetivos dessa aula

- Entender o propósito da estatística e sua importância na medição
- Organizar dados na forma de uma tabela de frequência
- Representar graficamente essa distribuição
- Calcular a média aritmética simples de dados isolados e agrupados
- Saber quando usar a média ponderada e como calculá-la
- Entender o significado do desvio padrão
- Calcular o desvio padrão manualmente
- Calcular o desvio padrão com a calculadora

Problema típico

- Um engenheiro está estudando a quantidade de material dispensado por uma máquina de empacotar, e levanta os dados abaixo, que indica a massa em gramas. Calcule a média e o desvio padrão desses valores, organize essa informação em uma tabela de frequências, e faça um histograma para analisar o comportamento da máquina.

6009	6009	6019	6031	6037	6042	6042	6042	6043	6044
6045	6049	6051	6054	6058	6059	6061	6067	6070	6071
6073	6073	6073	6079	6079	6081	6081	6081	6081	6085
6085	6096	6096	6098	6101	6107	6109	6111	6115	6116
6119	6127	6139	6154	6160	6160	6167	6172	6177	6178
6179	6188	6193	6193	6195					

O que é estatística

- “Estatística é a *ciência* que corresponde a coletar, analisar, apresentar e interpretar dados, bem como tomar decisões com base nessas análises”. Prem S. Mann

Medidas Realizadas			
50,005mm	50,025mm	50,016mm	50,018mm
50,016mm	50,008mm	50,025mm	50,016mm
50,008mm	50,022mm	50,018mm	50,005mm
50,016mm	50,022mm	50,008mm	50,025mm
50,008mm	50,016mm	50,009mm	50,016mm

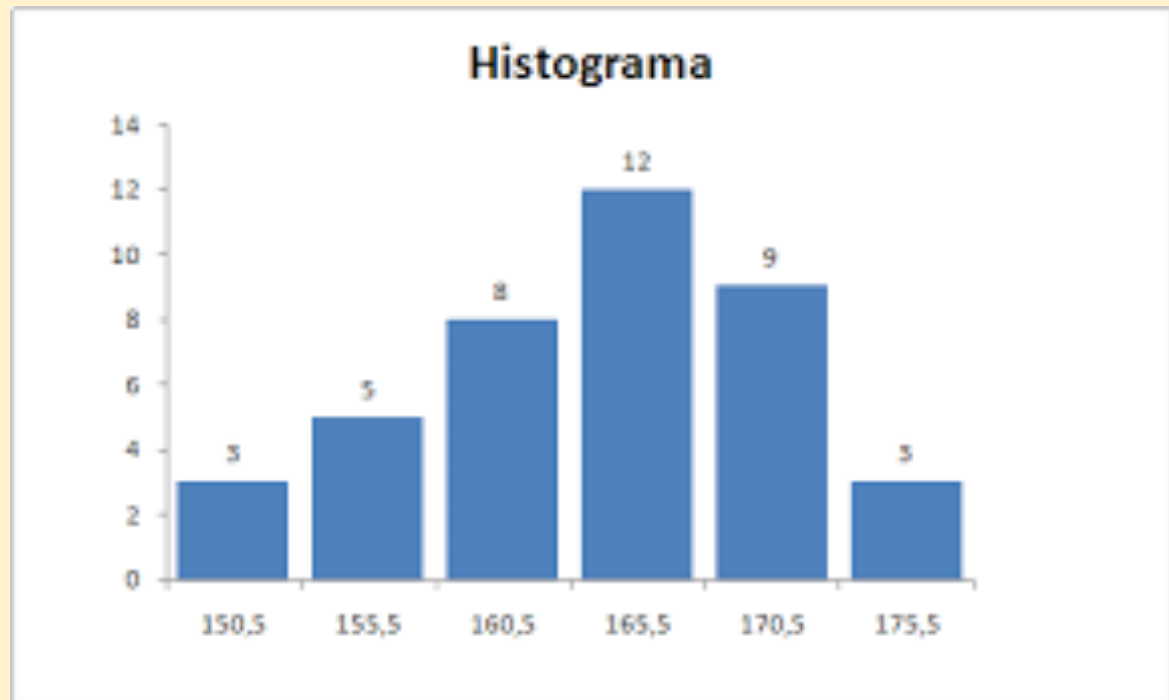
50mm +0,06
Variação (50,005mm ----- 50,025mm)
0,02mm de campo de tolerância

Tabela e gráfico de frequência

- É um agrupamento sistemático que permite uma visualização precisa de um grande grupo de elementos.

Tabela de frequências

Dimensão	Quantidade
148 – 153	3
153 – 158	5
158 – 163	8
163 – 168	12
168 – 173	9
173 – 178	3



Organização de tabelas de frequências

- Organizar um estoque que apresenta componentes com as seguintes dimensões em mm:

39	43	45	50	50	53	54	55	58	59
61	61	63	63	63	64	66	68	68	68
68	68	70	71	72	72	73	73	73	74
75	75	75	75	75	76	77	77	78	78
78	79	80	81	81	82	82	82	83	84
84	84	86	88	90	91	95	96	99	106

Organização de tabelas de frequências

- Passo 1: determinar o número de classes

$$k = \sqrt{n}$$

$$k = \sqrt{60} = 7,7 = 8 \text{ classes}$$

- Passo 2: determinar o intervalo de cada classe

$$i = \frac{\text{Amplitude dos dados}}{k} = \frac{106 - 39}{8} = \frac{67}{8} = 8,4 = 9 \text{ mm}$$

Organização de tabelas de frequências

- Passo 3: distribuir o excesso

$$\text{Amplitude dos intervalos} = 8 \cdot 9 = 72 \text{ mm}$$

$$\text{Amplitude dos dados} = 67 \text{ mm}$$

$$\text{Excesso} = 72 - 67 = 5 \text{ mm}$$

Distribuição: o primeiro valor será 2 unidades abaixo do menor valor da lista ($39 - 2 = 37$) e o último será 3 unidades acima do maior valor da lista ($106 + 3 = 109$)

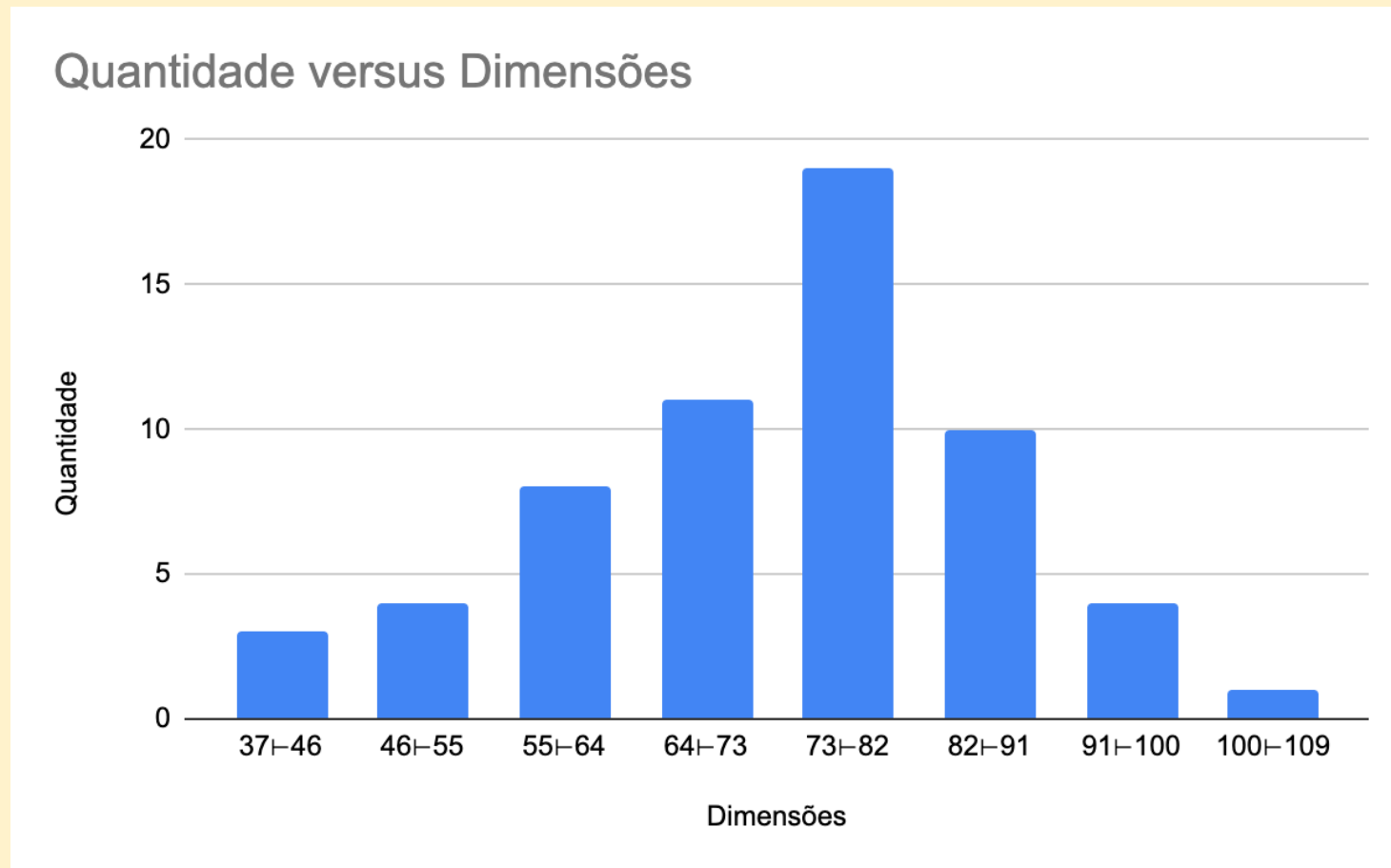
Organização de tabelas de frequências

- Passo 4: construir a tabela de frequências

Dimensões (mm)	Quantidade
37 ┆ 46	3
46 ┆ 55	4
55 ┆ 64	8
64 ┆ 73	11
73 ┆ 82	19
82 ┆ 91	10
91 ┆ 100	4
100 ┆ 109	1

Organização de tabelas de frequências

- Passo 5: elaborar o histograma



Exemplo usando o Excel ou Google Spreadsheet

Exercício proposto

- Um engenheiro de produção levantou o consumo de 70 unidades de fabricação, obtendo os valores abaixo em kW. Organize-os em uma tabela de frequência e em um histograma:

40	44	47	48	50	53	53	56	58	59
61	61	63	63	63	64	64	65	66	67
68	69	69	71	71	71	71	71	72	72
73	73	74	74	74	74	74	75	75	75
76	77	77	77	77	77	78	78	80	81
82	86	87	88	90	94	95	95	96	96
97	100	105	106	110	114	115	115	120	124

Exercício proposto, resolução

- Passo 1: determinar o número de classes

$$k = \sqrt{n}$$

$$k = \sqrt{70} = 8,4 = 9 \text{ classes}$$

- Passo 2: determinar o intervalo de cada classe

$$i = \frac{\text{Amplitude dos dados}}{k} = \frac{124 - 40}{9} = \frac{84}{9} = 9,3 = 10 \text{ kW}$$

Exercício proposto, resolução

- Passo 3: distribuir o excesso

$$\text{Amplitude dos intervalos} = 9 \cdot 10 = 90 \text{ kW}$$

$$\text{Amplitude dos dados} = 84 \text{ kW}$$

$$\text{Excesso} = 90 - 84 = 6 \text{ kW}$$

Distribuição: o primeiro valor será 3 unidades abaixo do menor valor da lista ($40 - 3 = 37$) e o último será 3 unidades acima do maior valor da lista ($124 + 3 = 127$)

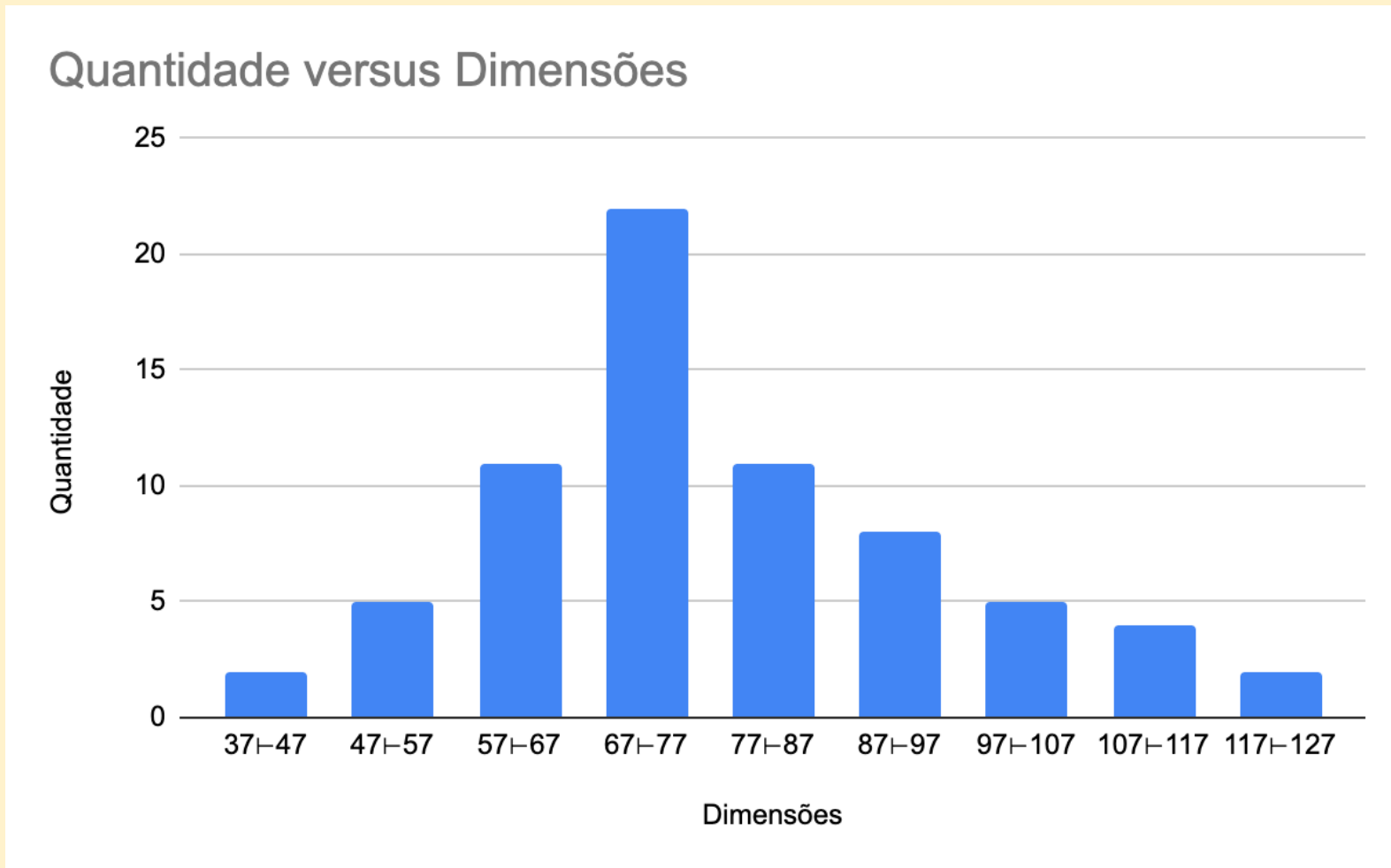
Exercício proposto, resolução

- Passo 4: construir a tabela de frequências

Dimensões (kW)	Quantidade
37 ┆ 47	2
47 ┆ 57	5
57 ┆ 67	11
67 ┆ 77	22
77 ┆ 87	11
87 ┆ 97	8
97 ┆ 107	5
107 ┆ 117	4
117 ┆ 127	2

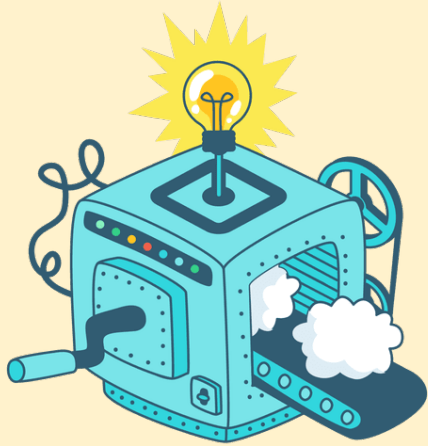
Exercício proposto, resolução

- Passo 5: elaborar o histograma

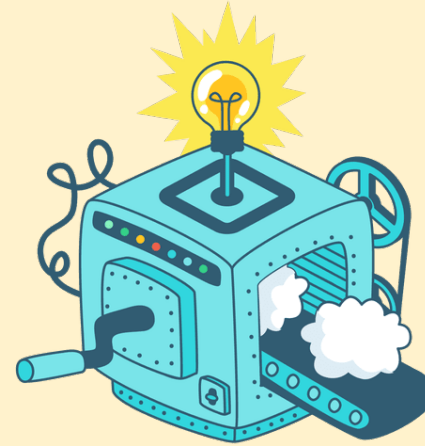


Medidas estatísticas

- Para a descrição de um grupo de valores, duas das medidas importantes na estatística são:
- **Medidas de tendência central:** servem para dar uma ideia da posição geral do grupo. Por exemplo: **média**.



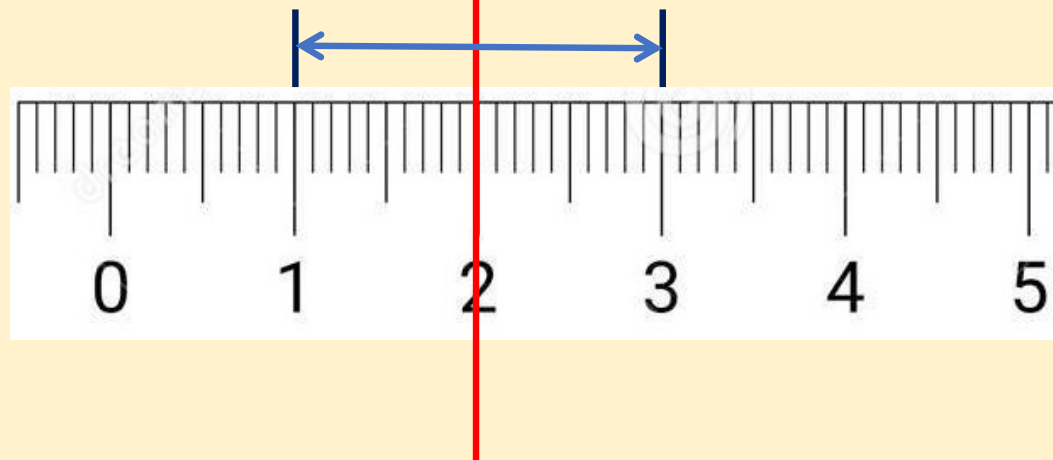
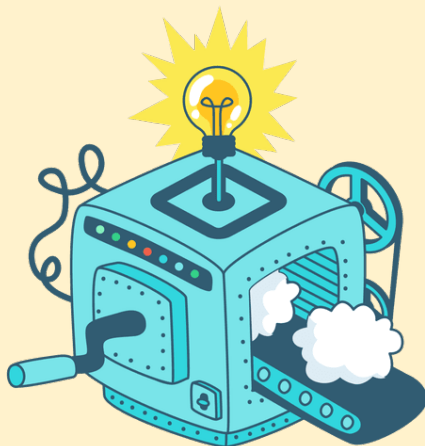
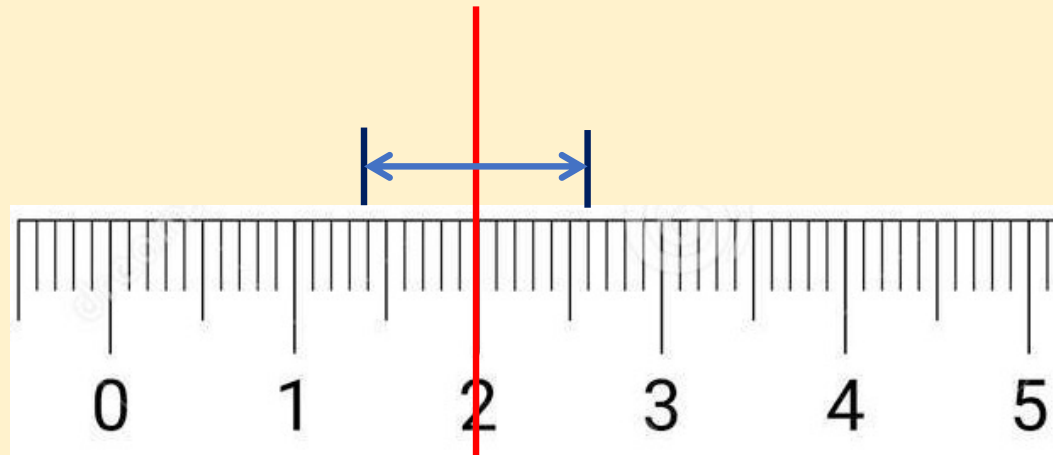
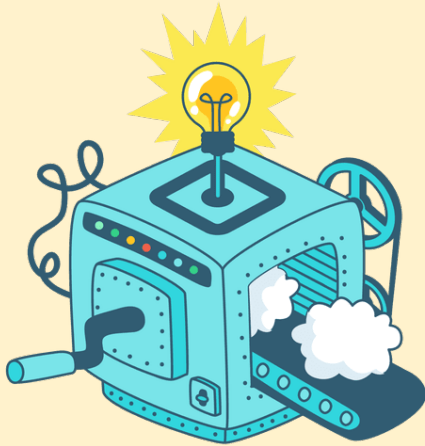
Máquina 1: produz, em média,
15 peças rejeitadas por mês.



Máquina 2: produz, em média,
28 peças rejeitadas por mês.

Medidas estatísticas

- **Medidas de dispersão:** servem para indicar a variabilidade dos valores em um conjunto de dados. Exemplo: **desvio padrão**.



Medidas de tendência central

- Média aritmética simples
 - Calcular a dimensão média das peças do estoque do exemplo

$$m = \frac{\sum x}{n} = \frac{39 + 43 + 45 + \dots + 99 + 106}{60} = \frac{4327}{60} = 72,6 \text{ mm}$$

- Média aritmética ponderada
 - Calcular a média salarial da seguinte empresa

SALÁRIO (em reais)	Número de funcionários
800,00	10
1.200,00	11
1.500,00	6
2.000,00	6
4.500,00	9

$$m = \frac{\sum x}{n} = \frac{800 \cdot 10 + 1200 \cdot 11 + 1500 \cdot 6 + 2000 \cdot 6 + 4500 \cdot 9}{10 + 11 + 6 + 6 + 9} = 1969,05$$

Medidas de tendência central

- Média para dados agrupados

Dimensões (mm)	Quantidade (f)	Ponto médio (x)	$f \cdot x$
37 ┆ 46	3	$\frac{37 + 46}{2} = 41,5$	$3 \cdot 41,5 = 124,5$
46 ┆ 55	4	50,5	202,0
55 ┆ 64	8	59,5	476,0
64 ┆ 73	11	68,5	753,5
73 ┆ 82	19	77,5	1472,5
82 ┆ 91	10	86,5	865,0
91 ┆ 100	4	95,9	382,0
100 ┆ 109	1	104,5	104,5
Σ	60		4380,0

$$M = \frac{\Sigma(f \cdot x)}{N} = \frac{4380,0}{60} = 73,0 \text{ mm}$$

Exercício proposto

- Um engenheiro anotou as quantidades de peças produzidas pelos operários em um setor, obtendo os dados abaixo. Calcule a quantidade de peças produzidas por operário em **média**.

Operários	Peças	
5	21	
2	22	
7	25	
2	28	
4	30	

Exercício proposto - resolução

Operários	Peças	
5	21	
2	22	
7	25	
2	28	
4	30	

$$M = \frac{21 \cdot 5 + 22 \cdot 2 + 25 \cdot 7 + 28 \cdot 2 + 30 \cdot 4}{5 + 2 + 7 + 2 + 4} = 25 \text{ peças por operário}$$

Exercício proposto

- Em um estudo sobre o tempo de cura de um produto com um aditivo, foram observados os seguintes tempos de cura (dias) e quantidade de amostras. Calcule o tempo **médio** de cura.

Tempo de cura	Amostras
145 — 155	6
155 — 165	11
165 — 175	36
175 — 185	30
185 — 195	19
195 — 205	4

Exercício proposto, resolução

Tempo de cura		Amostras (f)	Ponto médio (x)	f*x
De	A			
145	155	6	150	900
155	165	11	160	1760
165	175	36	170	6120
175	185	30	180	5400
185	195	19	190	3610
195	205	4	200	800
		106		18590

$$M = \frac{\sum(f \cdot x)}{N} = \frac{18590}{106} = 175,4 \text{ dias}$$

Medidas de Dispersão

- Amplitude

$$A_t = \text{Maior valor} - \text{Menor valor}$$

- Desvio padrão

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}}$$

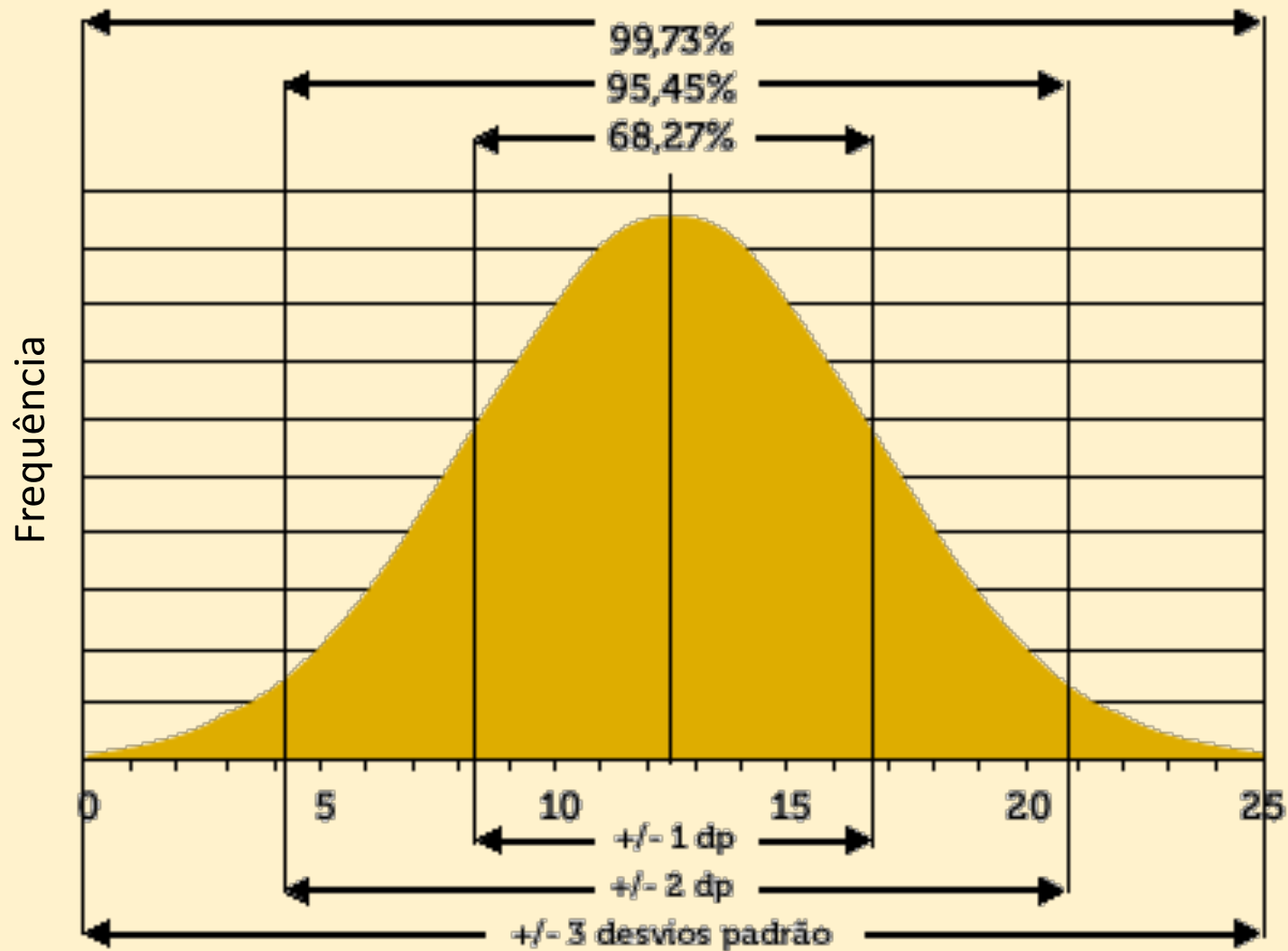
População

$$s = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}}$$

Amostra

Significado do desvio padrão

Distribuição Normal



Medidas de Dispersão

- Desvio padrão: dados simples

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n}}$$

População

$$s = \sqrt{\frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n - 1}}$$

Amostra

0,9	1,0	1,8	2,9	3,2	5,3
-----	-----	-----	-----	-----	-----

xi	xi-xm	(xi-xm)^2
0,9	-1,62	2,61
1,0	-1,52	2,30
1,8	-0,72	0,51
2,9	0,38	0,15
3,2	0,68	0,47
5,3	2,78	7,75
Média=	Somatória	13,8
2,52	Variância	2,3
	Desv. Padrão	1,5

Cálculo com Excel =>

Cálculo da media e desvio-padrão com calculadora

Determinar a média aritmética e o desvio padrão amostral das seguintes idades de um grupo de 6 funcionários: 29, 28, 39, 56, 44 e 53



CASIO fx82MS (ou similar)
DIGITAR:
Mode
2 (SD)
29
M+
28
M+
39
M+
56
M+
44
M+
53
M+

Para calcular a MÉDIA:	Shift
	2 (S-VAR)
	1 (\bar{x})
	=
No visor:	41,5

Para achar o Desvio- -padrão (amostral)	Shift
	2 (S-VAR)
	3 ($x\sigma n - 1$)
	=
No visor:	11,777096...

Exercícios propostos

- Numa região de grande variação de energia elétrica, foram tomadas 9 medidas aleatoriamente escolhidas, obtendo-se os seguintes valores, em Volts: 126, 104, 118, 97, 133, 122, 89, 127 e 112. Calcule a média aritmética simples e o desvio padrão amostral dos valores encontrados.
- Dados os seguintes comprimentos, em cm, de 17 peças, aleatoriamente escolhidas, produzidas por certa máquina: 19,3; 19,0; 19,2; 18,4; 18,8; 18,9; 19,7; 18,3; 19,2; 19,4; 18,8; 19,0; 19,6; 18,9; 19,1; 19,5 e 18,9, calcule a média aritmética simples e o desvio padrão amostral dessas medidas

Exercício proposto

- Um engenheiro está estudando a quantidade de material dispensado por uma máquina de empacotar, e levanta os dados abaixo, que indica a massa em gramas. Calcule a média e o desvio padrão desses valores, organize essa informação em uma tabela de frequências, e faça um histograma para analisar o comportamento da máquina.

6009	6009	6019	6031	6037	6042	6042	6042	6043	6044
6045	6049	6051	6054	6058	6059	6061	6067	6070	6071
6073	6073	6073	6079	6079	6081	6081	6081	6081	6085
6085	6096	6096	6098	6101	6107	6109	6111	6115	6116
6119	6127	6139	6154	6160	6160	6167	6172	6177	6178
6179	6188	6193	6193	6195					

Ao final dessa aula, você deve ser capaz de

- Entender o propósito da estatística e sua importância na medição
 - Organizar dados na forma de uma tabela de frequência
 - Representar graficamente essa distribuição
 - Calcular a média aritmética simples de dados isolados e agrupados
 - Saber quando usar a média ponderada e como calculá-la
 - Entender o significado do desvio padrão
 - Calcular o desvio padrão manualmente
 - Calcular o desvio padrão com a calculadora
- 