Estatística Aplicada
Prof. Simões
Distribuição Normal de Probabilidades

Exercícios (Estatística Aplicada à Administração, W. J. Stevenson, pg. 150)

1. Trace uma curva normal e sombreie a área desejada, obtendo então a informação.
a. área à direita de z = 1 ,0
b. área à esquerda de z = 1 ,0
c. área à direita de z = -0,34
d. área entre z = 0 e z = 1,5
e. área entre z = 0 e z = -2,88
f. área entre z = -0,56 e z = -0,20
g. área entre z = -0,49 e z = 0,49
h. área entre z = 2,5 e z = 2,8

2. Faça o mesmo para:
a. área à esquerda de z = -0,2
b. área à direita de z = -0,2
c. área entre z = - 0,2 e z = 0
d. área entre z = -0,2 e z = 0,4

3. Determine os valores de z que correspondem às seguintes áreas:
a. área à esquerda de z = 0,0505
b. área à esquerda de z = 0,0228
c. área à direita de z = 0,0228
d. área entre 0 e z = 0,4772
e. área entre z e -z = 0,0240
f. área abaixo de -z ou acima de z = 0,9760

4. Determine os valores de z que correspondem às seguintes probabilidades:
a. área à direita de z = 0,0505
b. área à direita de z = 0,5000
c. área à esquerda de z = 0,0107
d. área à esquerda de z = 0,3520
e. área à esquerda de z = 0,8051
f. área entre z e -z = 0,9544
g. área entre z e -z = 0,6826

5. Dado que uma população com média 25 e desvio padrão 2 tem distribuição normal, determine os valores de z para os seguintes valores da população:
a. 23,0; b. 23,5; c. 24,0; d. 25,2; e. 25,5

6. Uma população normal tem média 40 e desvio padrão 3. Determine os valores correspondentes aos seguintes valores de z:
a. 0,10; b. 2,00; c. 0,75; d. -2,53; e. -3,00; f. -3,20

7. Uma distribuição normal tem média 50 e desvio padrão 5. Que percentagem da população está em cada um dos intervalos seguintes:
a. de 40 a 50; b. de 49 a 50; c. de 40 a 45; d. de 56 a 60; e. de 40 a 65; f. de 45 a 55

8. Após 28 dias de curagem, o cimento Portland comum tem uma resistência compressiva média de 4000 psi. Suponha que essa resistência tenha distribuição normal com desvio padrão de 120 psi. Determine as probabilidades seguintes para uma resistência compressiva de 28 dias:
a. < 3900; b. < 3850; c. > 3850; d. > 3880

9. Suponha que a renda média de uma grande comunidade possa ser razoavelmente aproximada por uma distribuição normal com média de $ 15.000 e desvio padrão de $3.000.
a. Que percentagem da população terá renda superior a $ 18.600?
b. Numa amostra de 50 assalariados, quantos podemos esperar que tenham menos de $10.500 de renda?

10. Um fornecedor de ferro alega que seu produto apresenta resistência à tensão aproximadamente normal com média de 50.000 psi e variância de 810.000 psi. Supondo verdadeira a hipótese, que percentagem de mensurações dará resultado:
a. superior a 50.000 psi
b. inferior a 49.550 psi
c. a mais de ± 1.350 psi a contar de 50.000 psi

11. Um avaliador do governo calcula que sua capacidade de estimar custos de projetos tem distribuição normal em torno do custo verdadeiro, com desvio padrão de S 10.000. Em tal caso, em que percentagem das vezes sua estimativa estará:
a. dentro de $ 15.000 do verdadeiro custo
b. dentro de $20.000
c. dentro de $27.000

12. Um processo industrial produz canos com diâmetro médio de 2,00” e desvio padrão de 0,01”. Os canos com diâmetros que variem de mais de 0,0277” a contar da média são considerados defeituosos. Suponha normalidade.
a. Qual a percentagem de canos defeituosos?
b. Qual a probabilidade de encontrar duas peças defeituosas em sequência?
c. Qual a probabilidade de encontrar duas peças perfeitas em sequência?

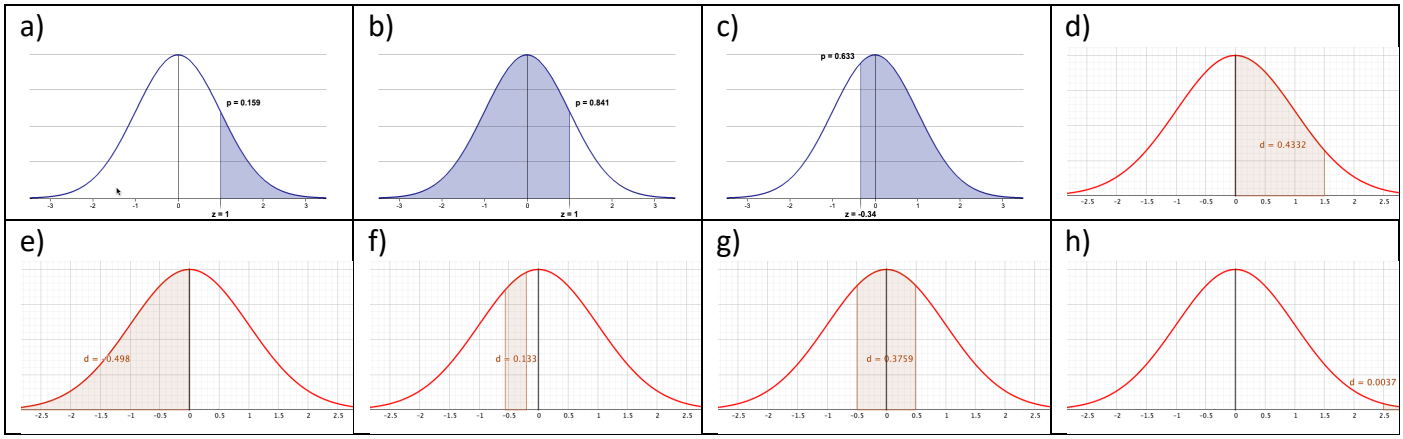
13. Os peixes pescados por uma traineira têm peso médio de 4,5 lb e desvio padrão de 0,5 lb.
a. Qual é a percentagem de peixes que pesam menos de 4,0 lb?
b. Qual é a percentagem de peixes cujo peso está a 1 lb do peso médio?
c. Escolhidos ao acaso dois peixes, qual a probabilidade de um pesar mais e o outro menos que a média?
d. Qual é a probabilidade de dois peixes pesarem ambos menos que a média?

Respostas:

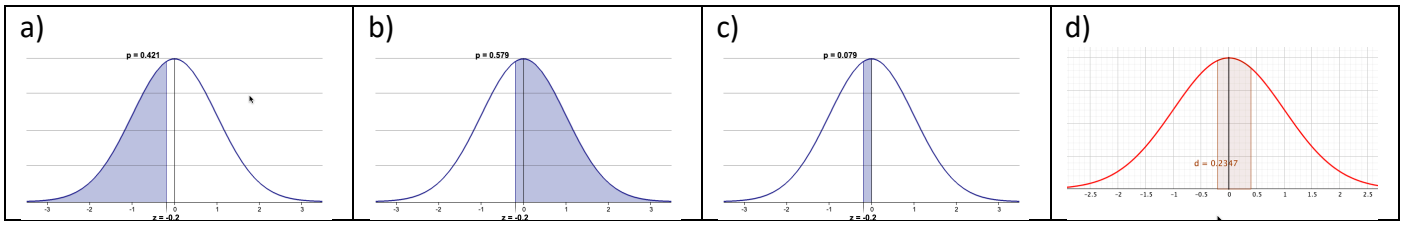
1. a. 0,1587	b. 0,8413	c. 0,6331	d. 0,4332	e. 0,4980	f. 0,1330
g. 0,3758	h. 0,0036				
2. a. 0,4207	b. 0,5793	c. 0,0793	d. 0,2347		
3. a. -1,64	b. -2,0	c. +2,0	d. +2,0	e. ±0,03	f. ±0,03
4. a. +1,64	b. $z = 0$	c. -2,3	d. -0,38	e. +0,86	f. +2,0
g. +1,0					
5. a. -1,0	b. -0,75	c. -0,50	d. +0,1	e. +0,25	
6. a. 40,3	b. 46	c. 42,25	d. 32,41	e. 31	f. 30,40
7. a. 0,4772	b. 0,0793	c. 0,1359	d. 0,0923	e. 0,9758	f. 0,6826
8. a. 0,2033	b. 0,1056	c. 0,8944	d. 0,8413		
9. a. 0,1151	b. 3,34	10. a. 50%	b. 0,3085	c. 0,1336	
11. a. 0,8664	b. 0,9544	c. 0,9930			
12. a. 0,0028	b. $0{,}0028^2$	c. $(1 - 0{,}0028)^2$			
13. a. 0,1587	b. 0,9544	c. 0,50	d. 0,25		

Estatística Aplicada, Distribuição Normal, Prof. Simões
Resolução

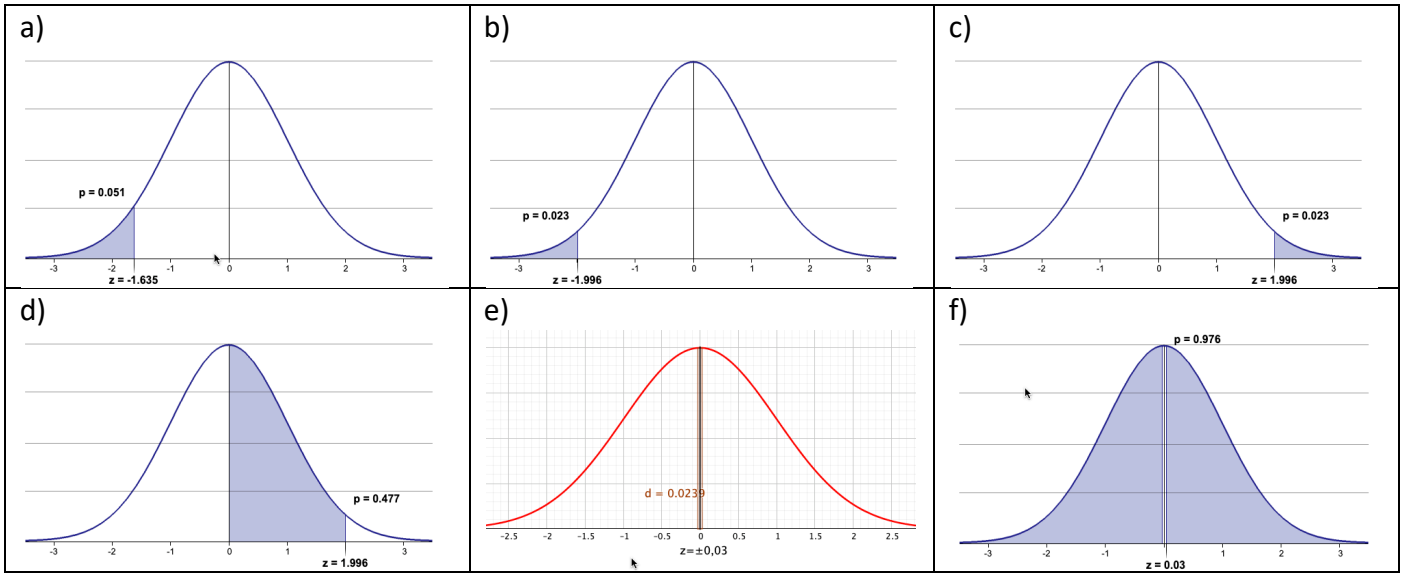
1.



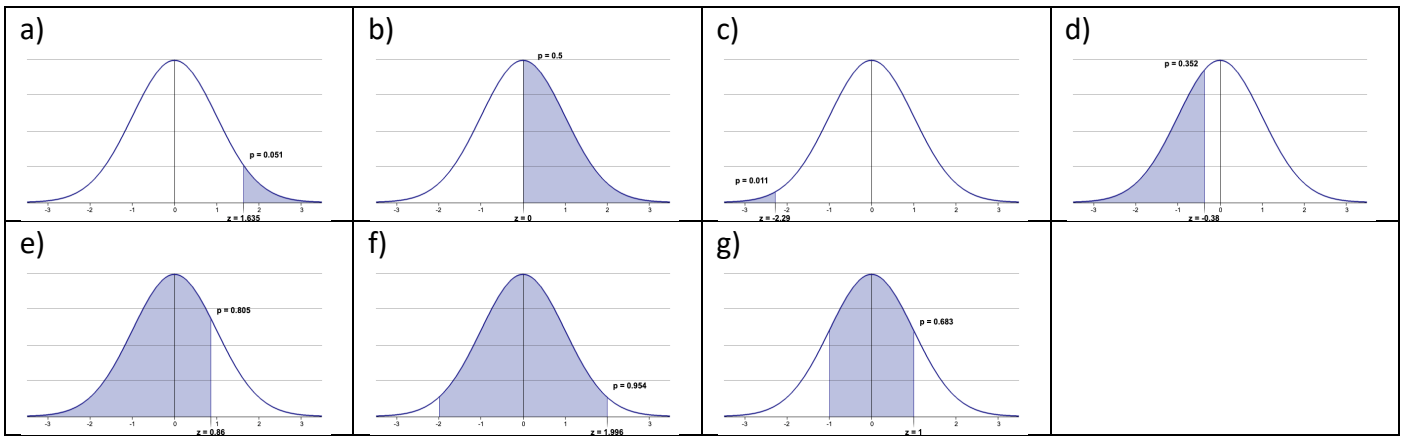
2.



3.



4.



(5) $\mu = 25 \quad \sigma = 2$

a) $x = 23 \Rightarrow z = \frac{x-\mu}{\sigma} \Rightarrow z = \frac{23-25}{2} \Rightarrow z = -1{,}0$

b) $x = 23{,}5 \Rightarrow z = \frac{23{,}5-25}{2} \Rightarrow z = -0{,}75$

c) $x = 24 \Rightarrow z = \frac{24-25}{2} \Rightarrow z = -0{,}5$

d) $x = 25{,}2 \Rightarrow z = \frac{25{,}2-25}{2} \Rightarrow z = 0{,}1$

e) $x = 25{,}5 \Rightarrow z = \frac{25{,}5-25}{2} \Rightarrow z = 0{,}25$

— // —

(6) $\mu = 40 \quad \sigma = 3$

a) $z = 0{,}10 \Rightarrow 0{,}10 = \frac{x-40}{3} \Rightarrow x = 40{,}3$

b) $z = 2{,}0 \Rightarrow 2{,}0 = \frac{x-40}{3} \Rightarrow x = 46$

c) $z = 0{,}75 \Rightarrow 0{,}75 = \frac{x-40}{3} \Rightarrow x = 42{,}25$

d) $z = -2{,}53 \Rightarrow -2{,}53 = \frac{x-40}{3} \Rightarrow x = 32{,}41$

e) $z = -3{,}0 \Rightarrow -3{,}0 = \frac{x-40}{3} \Rightarrow x = 31{,}0$

f) $z = -3{,}2 \Rightarrow -3{,}2 = \frac{x-40}{3} \Rightarrow x = 30{,}4$

— // —

(7) $\mu = 50 \quad \sigma = 5$

a) 40 a 50 $\quad z(40) = \frac{40-50}{5} = -2 \quad z(50) = 0$

Tabela $\Rightarrow 0{,}4772$

7 cont.

b) 49 a 50 $\quad z_{49} = \frac{49-50}{5} \Rightarrow z_{49} = -0{,}2$

$z_{50} = 0 \Rightarrow$ Tabela $\Rightarrow P = 0{,}0793$

c) 40 a 45 $\quad z_{40} = \frac{40-50}{5} \Rightarrow z_{40} = -2$

$z_{45} = \frac{45-50}{5} \Rightarrow z_{45} = -1$

$P_{40a45} = P_{45} - P_{40} = 0{,}4772 - 0{,}3413$

$P_{40a45} = 0{,}1359$

d) 56 a 60 $\quad z_{56} = \frac{56-50}{5} \Rightarrow z_{56} = 1{,}2$

$z_{60} = \frac{60-50}{5} \Rightarrow z_{60} = 2$

$P_{56a60} = P_{60} - P_{56} = 0{,}4772 - 0{,}3849$

P_{60}

$P_{56a60} = 0{,}0923$

e) 40 a 65 $\quad z_{40} = \frac{40-50}{5} \Rightarrow z_{40} = -2$

$z_{65} = \frac{65-50}{2} \Rightarrow z_{65} = 7{,}5$

$P_{40a65} = P_{40} + P_{65} = 0{,}4772 + 0{,}5$

$P_{40a65} = 0{,}9772$

f) 45 a 55 $\quad z_{45} = -1 \; ; \; z_{55} = 1$

$P_{45a55} = 0{,}6826$

(8) $\mu = 4000$ psi $\quad \sigma = 120$ psi

a) < 3900 $\quad z = \frac{3900 - 4000}{120} = -0,833$

$P_{<3900} = 0,5 - 0,297 = 0,203$

b) < 3850 $\quad z = \frac{3850 - 4000}{120} = -1,25$

$P_{<3850} = 0,5 - 0,394 = 0,106$

c) > 3850

$P_{>3850} = 0,5 + 0,394 = 0,894$

d) > 3880 $\quad z = \frac{3880 - 4000}{120} = -1$

$P_{>3880} = 0,5 + 0,341 = 0,841$

(9) $\mu = 15000$ $\quad \sigma = 3000$

a) Renda > 18600 $\quad z = \frac{18600 - 15000}{3000} = 1,2$

$P = 0,5 - 0,385 = 0,115$

b) $P_{<10.500}$ $\quad z = \frac{10.500 - 15000}{3000} = -1,5$

$P_{<10.500} = 0,5 - 0,433 = 0,067$

$n = 50 \times 0,067 = 3,34$ (entre 3 e 4 pessoas)

(10) $\mu = 50.000$ psi $\quad \sigma^2 = 8100$ psi

$\sigma = 90$ psi

a) $> 50.000 \Rightarrow z = 0 \qquad P_{>50000} = 0,5$

b) $< 49550 \Rightarrow z = \dfrac{49550 - 50.000}{900} = -0,5$

$P_{<49955} = 0,5 - 0,191 = 0,309$

c) $50.000 \pm 1350 \Rightarrow 48650$ a 51350

$z = \dfrac{51350 - 50000}{900} = 1,5 \quad \therefore \quad z = \pm 1,5$

$P_{<51350} = 0,5 - 0,433 = 0,067$

Por simetria $\quad P_{48650 \text{ a } 51350} = 2 \times 0.067$

$= 0,134$

— // —

(11) $\sigma = 10.000$

a) dentro de 15.000 $\therefore \quad x - \mu = 15.000$

ou $\mu \pm 15000$

$z = \dfrac{15.000}{10.000} = 1,5 \qquad P = 0,433$

como $z = \pm 1,5 \qquad P = 0,433 \times 2 = 0,866$

b) $\mu \pm 20.000 \Rightarrow z = \dfrac{20.000}{10.000} = 2 \Rightarrow P = 0,477$

como $z = \pm 2,0 \qquad P = 0,477 \times 2 = 0,954$

(11) cont.

c) $\mu \pm 27.000$

$$z = \frac{27.000}{10.000} \Rightarrow z = 2,7 \Rightarrow P = 0,497$$

como $z = \pm 2,7$ $\quad P = 0,497 \times 2 = 0,994$

(12) $\mu = 2,00''$ $\quad \sigma = 0,01''$ $\quad \phi_{máx} = 2,0277''$

a) $$z = \frac{2,0277 - 2,00}{0,01} \Rightarrow z = 2,77 \quad P = 0,$$

2,77

$P_{>2,03} = 0,5 - 0,4972 = 0,0028$

b) $0,0028^2 = 7,84 \times 10^{-6}$

c) $(1 - 0,0028)^2 = 99,44\%$

(13) $\mu = 4,5$ cb $\quad \sigma = 0,5$ cb

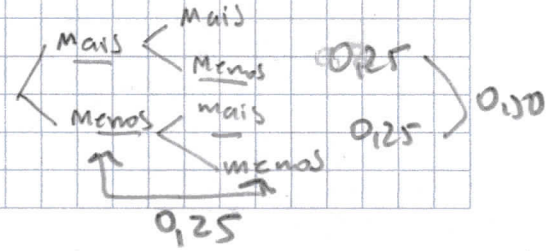
a) $P_{<4,0}$ $\quad z = \frac{4,0 - 4,5}{0,5} = -1,0$

$P_{<4,0} = 0,5 - 0,341 = 0,159$

b) $4,5 \pm 1,0 = 3,5$ a $5,5$

$$z = \frac{5,5 - 4,5}{0,5} = 2 \quad \therefore \quad z = \pm 2,0$$

$P_{4,5 \pm 1,0} = 2 \times 0,477 = 0,954$

c) 0,5

d) $0,5 \times 0,5 = 0,25$