Cinemática dos fluidos

Operações Unitárias

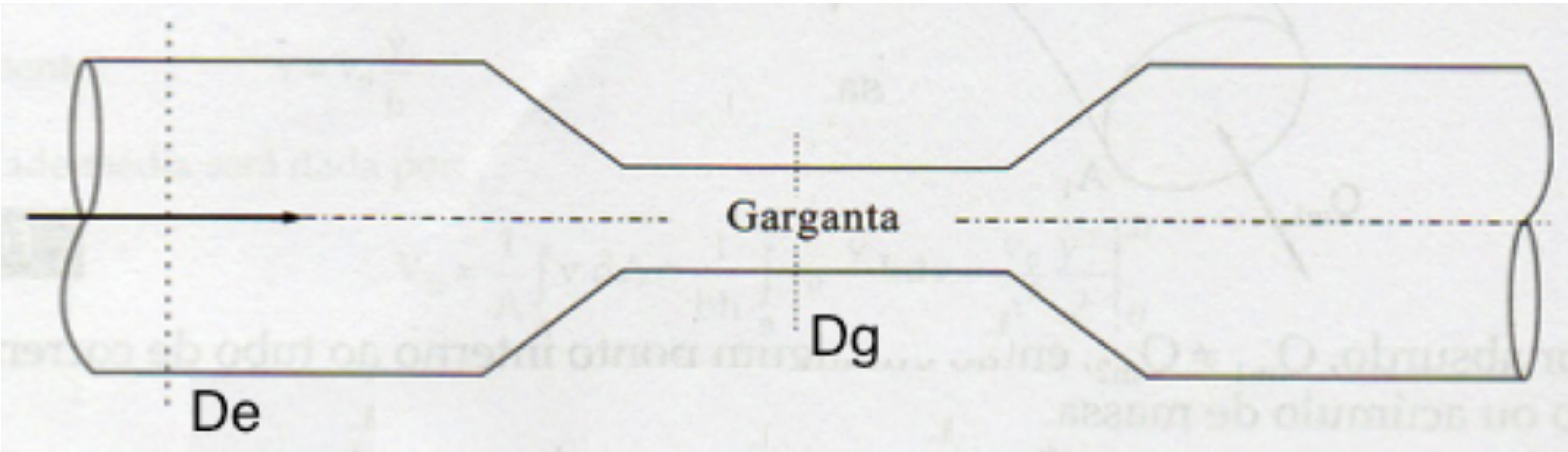
Prof. Simões

Objetivos

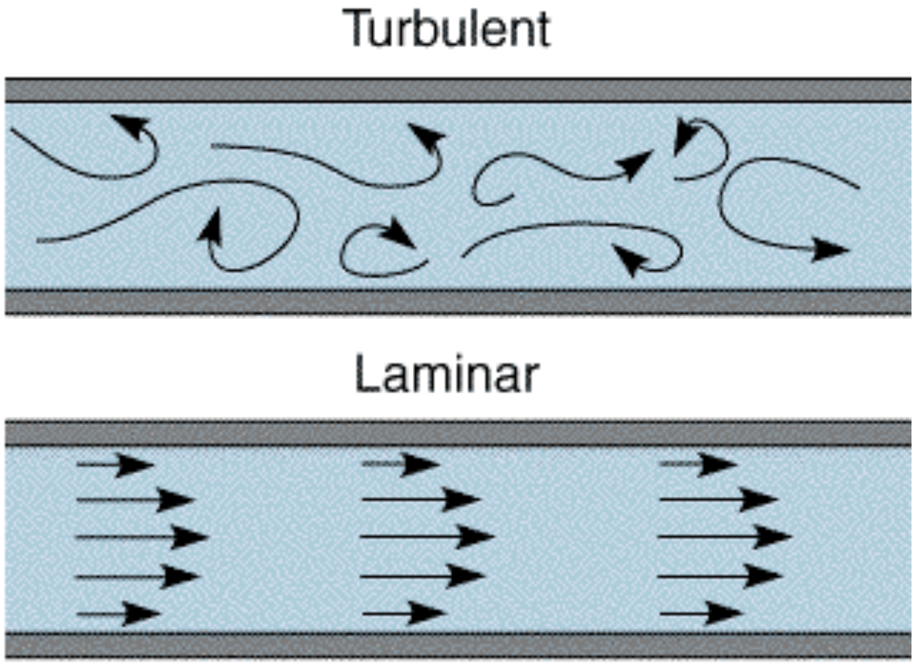
- Rever os seguintes conceitos fundamentais da mecânica dos fluidos
  - Regimes de escoamento
  - Número de Reynolds
  - Viscosidade dinâmica e cinemática
  - Equação da continuidade

Problema típico

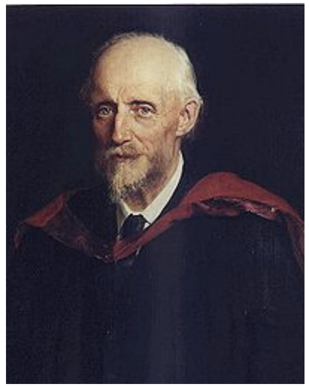
A velocidade de entrada de um fluido no sistema abaixo é de 3,0 m/s. (a) Calcule a velocidade do diâmetro menor (garganta) do tubo de Venturi abaixo, sendo D_e=5,0 cm e D_g=2,0 cm e (b) supondo o fluido com $\rho = 850\ kg/m^3$ e $\mu = 7{,}1 \cdot 10^{-2}\ Pa \cdot s$, calcule o regime de turbulência na entrada e na garganta.



Regimes de escoamento

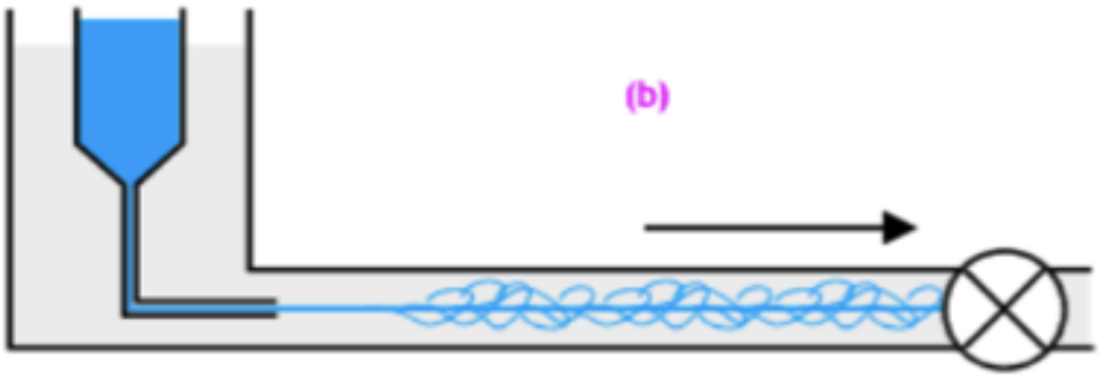


Aparelho de Reynolds



Osborne Reynolds
1842 - 1912

Escoamento Laminar



Escoamento Turbulento

Número de Reynolds*

- Valor adimensional que expressa o tipo de regime de deslocamento do fluido, se laminar ou turbulento.
- Esse regime depende do movimento do fluido (forças inerciais) e da viscosidade (atrito interno), de acordo com a seguinte relação:

$$Re = \frac{Movimento}{Viscosidade\ din\hat{a}mica} = \frac{\rho \cdot v \cdot D}{\mu}$$

Onde:

$R_e \Rightarrow n\acute{u}mero\ de\ Reynolds$

$\rho \Rightarrow densidade\ [kg/m^3]$

$v \Rightarrow velocidade\ [m/s]$

$D \Rightarrow dimens\tilde{a}o\ caracter\acute{i}stica$

$(di\hat{a}metro, comprimento, etc)\ [m]$

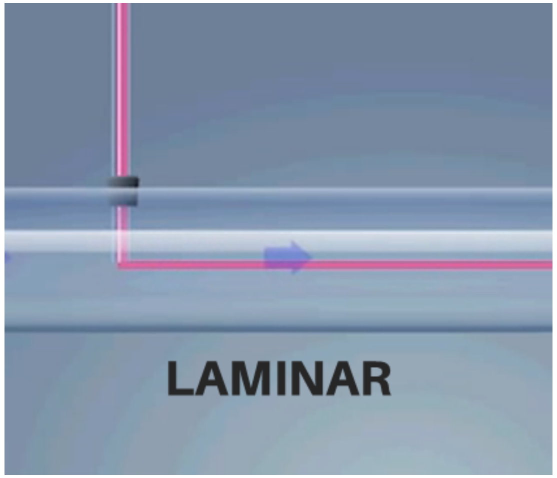
$\mu \Rightarrow viscosidade\ din\hat{a}mica\ [Pa \cdot s = Ns/m^2]$

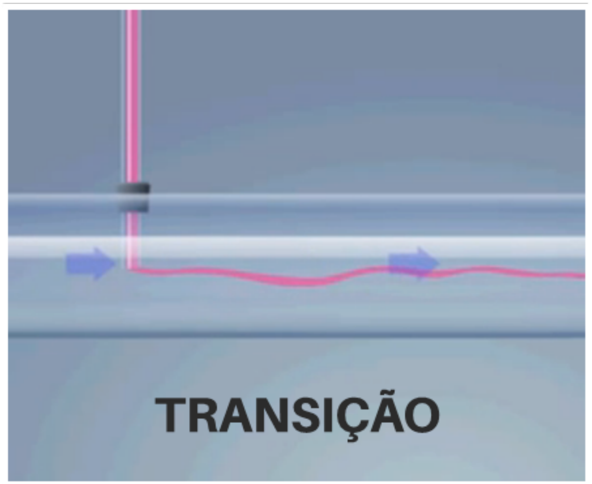
Princípio: Quando o atrito interno (viscosidade) prevalece, o fluxo é **laminar** (números mais baixos); quando as forças inerciais prevalecem, o fluxo é **turbulento** (números altos)

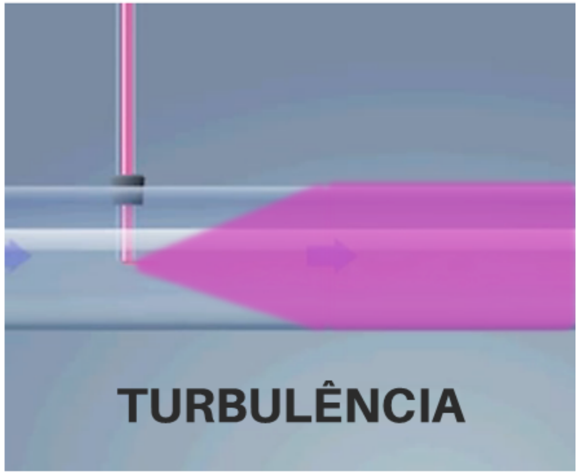
*Conceito introduzido por Gabriel Stokes em 1851

Regimes e o número de Reynolds

- Os limites do número de Reynolds variam ligeiramente entre os estudos ou normas:







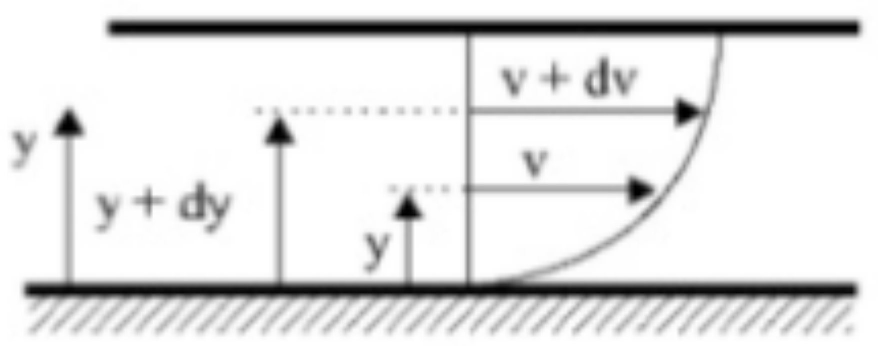
Fonte	Laminar	Transição	Turbulento
Brunetti	Re<2000	2000<Re<2400	Re>2400
Schlichting & Gersten	Re<2300	2300<Re<2900	Re>2900
ABNT	Re<2000	2000<Re<4000	Re>4000

Obs.: nessa disciplina, para convenção, usamos a definição de Brunetti

Viscosidade dinâmica $\boldsymbol{\mu}$ (mi)

- É a medida da resistência interna do fluido ao deslocamento, ou à dificuldade do líquido escoar.
- Baseada na Lei de Newton da viscosidade

$$\tau = \mu \cdot \frac{dv}{dy}$$



Para um mesmo valor de tensão de cizalhamento τ, quanto maior a viscosidade dinâmica μ menor será o gradiente de velocidade $\frac{dv}{dt}$.

Viscosidade dinâmica $\boldsymbol{\mu}$ (mi)

- Análise dimensional (F, L, T)

$$\tau = \mu \cdot \frac{dv}{dy} \Rightarrow \frac{Força}{Área} = \mu \cdot \frac{Velocidade}{Comprimento}$$

$$\frac{F}{L^2} = \mu \cdot \frac{\frac{L}{T}}{L} \Rightarrow \frac{F}{L^2} = \mu \cdot \frac{1}{T} \Rightarrow \frac{F}{L^2} = \frac{F \cdot T}{L^2} \cdot \frac{1}{T} \Rightarrow [\boldsymbol{\mu}] = \frac{\boldsymbol{F \cdot T}}{\boldsymbol{L^2}}$$

$$SI \rightarrow \frac{Ns}{m^2} = Pa \cdot s$$

1 dina = 1 g·cm/s^2 = 10^{-5} kg·m/s^2 = 10^{-5} N

$$CGS \rightarrow \frac{dina \cdot s}{cm^2} \ \text{(poise)}$$

$$1\ poise = 0{,}1\ \frac{Ns}{m^2}$$

$$1\ poise = 100\ cpoise$$

$$MKS \rightarrow \frac{kgf \cdot s}{m^2}$$

$$1\ \frac{kgf \cdot s}{m^2} = 9{,}81 \frac{Ns}{m^2}$$

Viscosidade dinâmica, exemplos

gases	viscosidade (Pa·s)
hidrogênio	$8,4 \times 10^{-6}$
ar	$17,4 \times 10^{-6}$
xenônio	$21,2 \times 10^{-6}$

Líquidos a 20°C	viscosidade (Pa·s)
álcool etílico	$0,248 \times 10^{-3}$
acetona	$0,326 \times 10^{-3}$
metanol	$0,597 \times 10^{-3}$
benzeno	$0,64 \times 10^{-3}$
água	$1,0030 \times 10^{-3}$
mercúrio	$17,0 \times 10^{-3}$
ácido sulfúrico	30×10^{-3}

Viscosidade cinemática $\boldsymbol{\nu}$ (ni) – não é $\boldsymbol{v}$

- Por conveniência, usa-se também a viscosidade cinemática, definida por

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}$$

$\rho \rightarrow$ massa específica

$$SI \rightarrow \frac{m^2}{s}$$

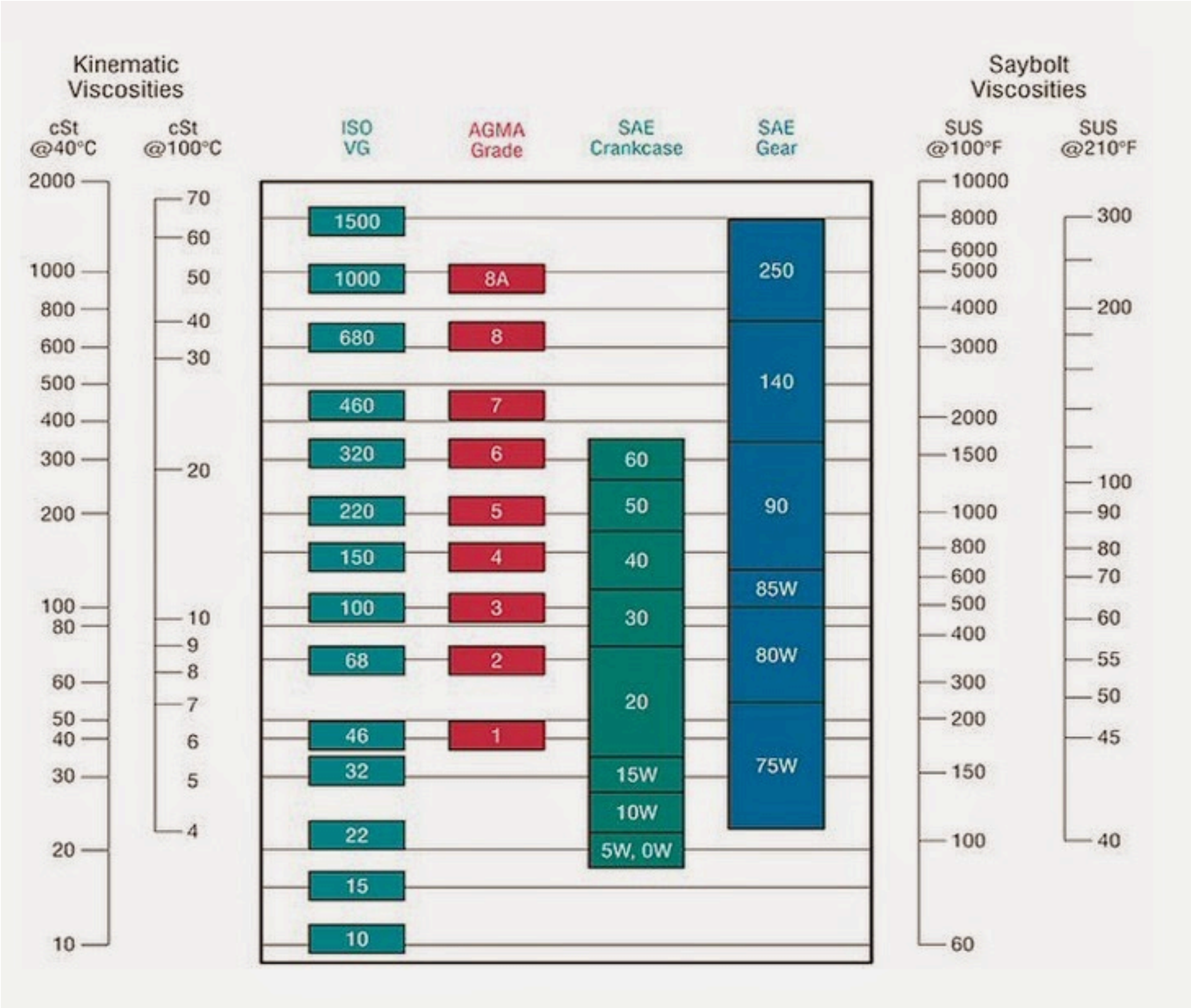
$$CGS \rightarrow \frac{cm^2}{s} \quad \text{(stoke)}$$

$$MKS \rightarrow \frac{m^2}{s}$$

$$[\nu] = \frac{\frac{Ns}{m^2}}{\frac{kg}{m^3}}$$

$$[\nu] = \frac{\frac{kg \cdot \frac{m}{s^2} \cdot s}{m^2}}{\frac{kg}{m^3}} = \frac{kg \cdot m \cdot s \cdot m^3}{s^2 \cdot m^2 \cdot kg} = \frac{m^2}{s}$$

Viscosidade cinemática, exemplos



Número de Reynolds

O número de Reynolds é adimensional $$Re = \frac{\rho \cdot v \cdot D}{\mu}$$

$$[Re] = \frac{\frac{M}{L^3} \cdot \frac{L}{T} \cdot L}{\frac{M \cdot L}{T^2} \cdot \frac{T}{L^2}} = \frac{\frac{M \cdot L^2}{L^3 \cdot T}}{\frac{M \cdot L \cdot T}{T^2 \cdot L^2}} = \frac{\frac{M}{L \cdot T}}{\frac{M}{L \cdot T}} = \frac{M}{L \cdot T} \cdot \frac{L \cdot T}{M} = 1$$

Exemplo:

$$Re = \frac{\frac{kg}{m^3} \cdot \frac{m}{s} \cdot m}{\frac{N \cdot s}{m^2}} = \frac{\frac{kg}{m^3} \cdot \frac{m}{s} \cdot m}{\frac{kg \cdot m}{s^2} \frac{s}{m^2}} = \frac{\frac{kg}{m \cdot s}}{\frac{kg}{m \cdot s}} = 1$$

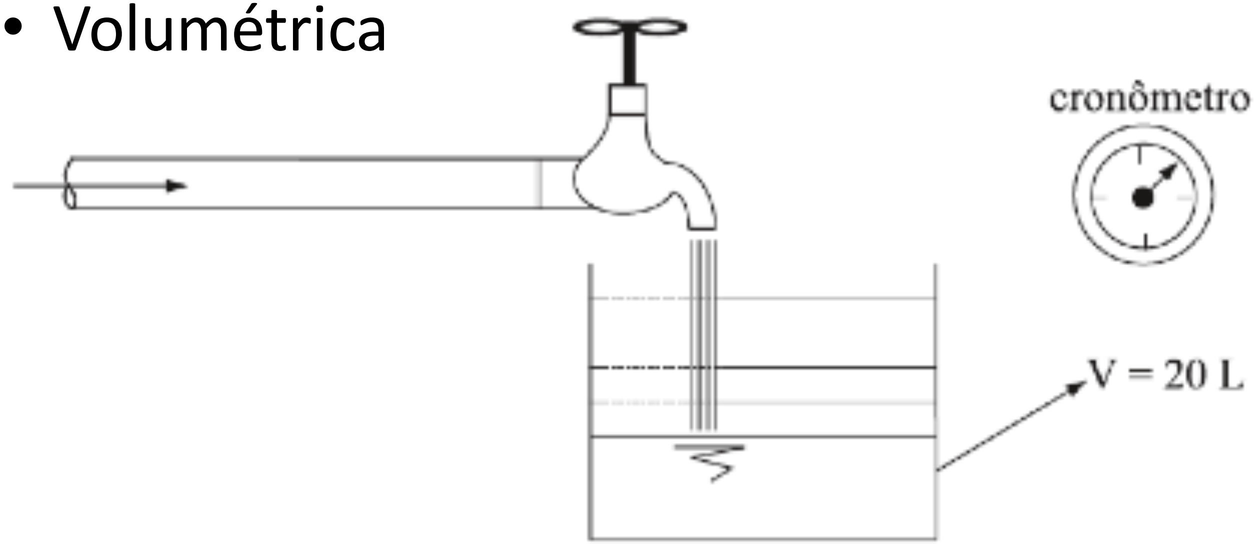
Exemplos

1. Numa tubulação escoa água (μ=1,003 x 10^{-3} Ns/m^2; ρ=1000 kg/m^3) a uma velocidade de 0,05 m/s. Determine se o escolamento é laminar ou turbulento se o diâmetro da tubulação for de 4,0 cm, 4,5 cm e 5 cm.

Resposta: 1994, laminar; 2243, transição; 2492, turbulento.

Vazão de um fluido

- Volumétrica



$$Q = \frac{V}{t}$$

$$Q = vazão \rightarrow \frac{l}{s}, \frac{m^3}{s}$$
$$V = volume \rightarrow l, m^3$$
$$t = tempo \rightarrow s$$

Relembrando: 1 dm^3 = 1 L; 1 m^3 = 1000 L

Vazão de um fluido

- Mássica

$$Q_m = \rho \cdot Q$$

$\rho \Rightarrow$ massa específica

$$[Q_m] = \frac{kg}{m^3} \cdot \frac{m^3}{s} \Rightarrow [Q_m] = \frac{kg}{s}$$

- Em peso

$$Q_G = \gamma \cdot Q \qquad Q_G = g \cdot Q_m$$

$\gamma = \rho \cdot g$;
peso específico

$$[Q_G] = \frac{N}{m^3} \cdot \frac{m^3}{s} \Rightarrow [Q_G] = \frac{N}{s}$$

$$[Q_G] = \frac{kgf}{m^3} \cdot \frac{m^3}{s} \Rightarrow [Q_G] = \frac{kgf}{s}$$

Exemplos

2. Um tanque esférico de diâmetro 2,0 m é enchido completamente com Glicerol (ρ=1,26 g/cm^3) em 90 minutos. Calcule a vazão em l/s, kg/min e N/hora.

3. Um cilindro de óleo de diâmetro 4 metros e altura 6 metros está 2/3 cheio e precisa ser esvaziado. Quantos minutos uma bomba com capacidade de 6 litros por segundo levará para fazê-lo?

Respostas: 2. Q=0,776 l/s; Q_m=58,7 kg/min; Q_G=3,45x10^4 N/h; 3. 140 min.

$$V_{esfera} = \frac{4}{3}\pi r^3 \qquad V_{cilindro} = \pi r^2 h$$

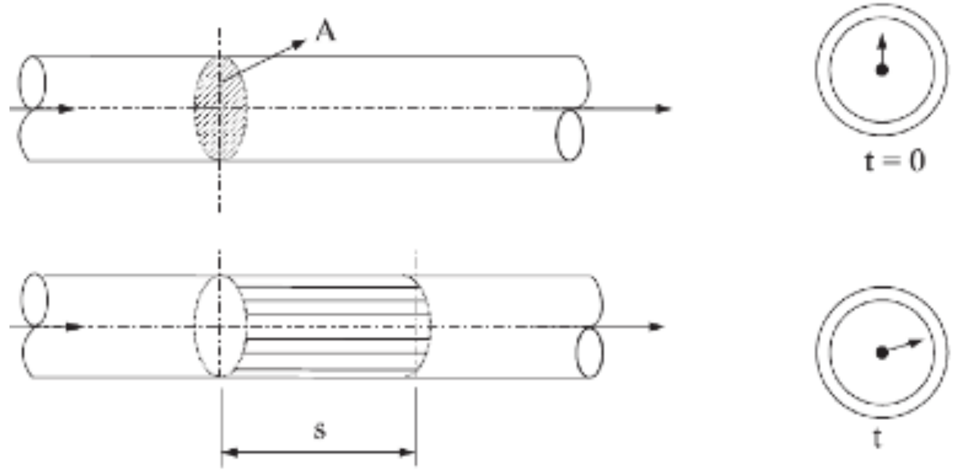
Velocidade do fluxo

- Vimos que:

$$Q = \frac{V}{t}$$

- E é verdade que:

$$V = s \cdot A$$



- Então:

$$Q = \frac{s \cdot A}{t} \Rightarrow \quad Q = v \cdot A$$

Exemplo

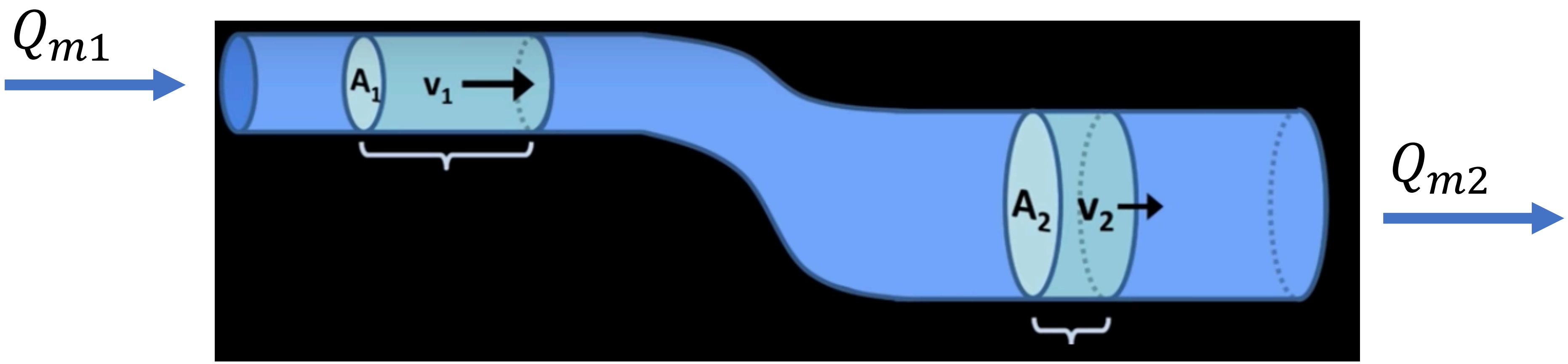
4. Uma piscina de 5,0 m x 6,0 m de laterais e 1,5 m de profundidade é enchida em 5 horas. Um trecho da tubulação tem 100 mm de diâmetro.

a) Determine se o fluxo é laminar ou turbulento. Água: μ=1,003 x 10^{-3} N.s/m^2, ρ=1000 kg/m^3.

b) Determine o diâmetro mínimo do tubo para garantir um fluxo laminar, Re < 2000. Resposta: 1,59m

Respostas: Re=3,17x10^4 (turbulento); 1,59 m.

Equação da continuidade



$$Q_{m1} = Q_{m2}$$

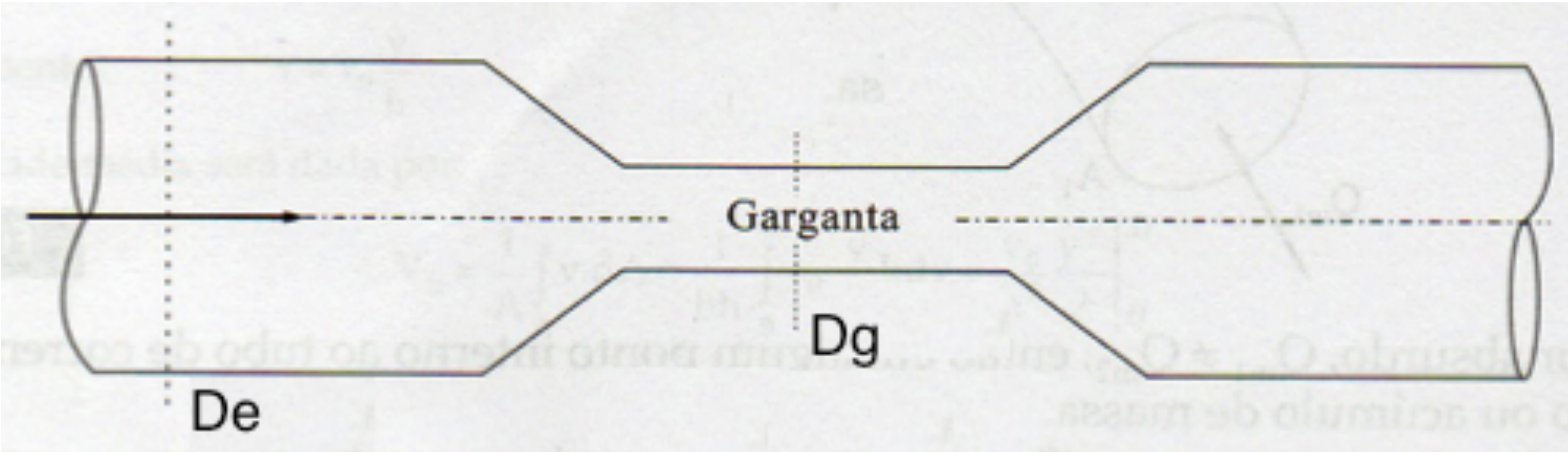
$$\rho_1 \cdot Q_1 = \rho_2 \cdot Q_2$$

$$\rho_1 \cdot v_1 \cdot A_1 = \rho_2 \cdot v_2 \cdot A_2 \quad (compressível)$$

$$v_1 \cdot A_1 = v_2 \cdot A_2 \quad (incompressível)$$

Exemplo

5. A velocidade de entrada de um fluido no sistema abaixo é de 3,0 m/s. (a) Calcule a velocidade do diâmetro menor (garganta) do tubo de Venturi abaixo, sendo D_e=5,0 cm e D_g=2,0 cm e (b) supondo o fluido com $\rho = 850\ kg/m^3$ e $\mu = 7{,}1 \cdot 10^{-2}\ Pa \cdot s$, calcule o regime de turbulência na entrada e na garganta.



Resposta: a) 18,8 m/s; b) entrada: laminar (Re=1796), garganta: turbulento (Re=4490)

Resumo

- Nessa aula revimos os seguintes conceitos
  - Fluxo laminar x turbulento

$$Re = \frac{Movimento}{Viscosidade} = \frac{\rho \cdot v \cdot D}{\mu}$$

  - Viscosidade dinâmica μ e cinemática $\nu = \frac{\mu}{\rho}$
  - Vazão: $Q = \frac{V}{t}; \quad Q = v \cdot A$
  - Equação da continuidade: $Q_{m1} = Q_{m2}$