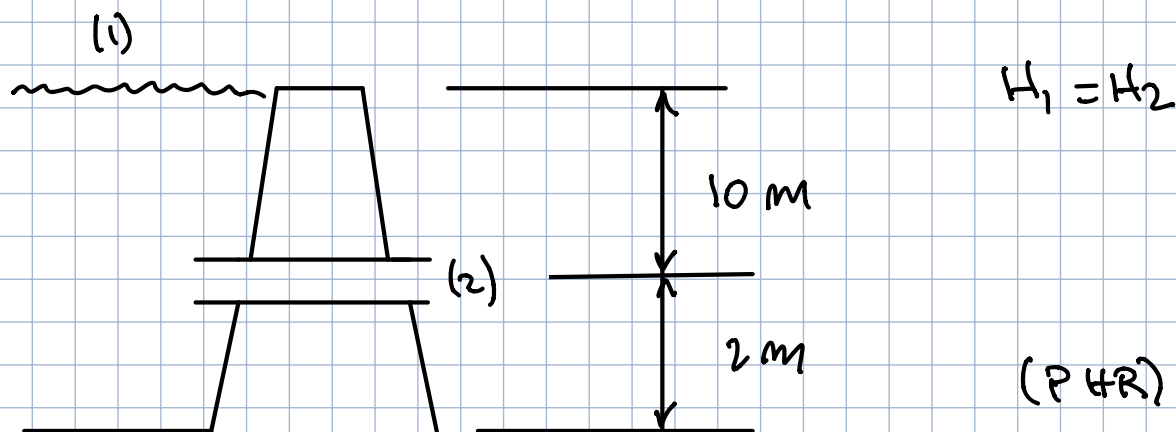


1) Numa barragem há um tubo de 8" de diâmetro interno de saída colocado 10 metros abaixo da superfície. Calcule a velocidade com que a água sai por esse tubo, sua vazão e o alcance do jato, considerando que o tubo está 2 metros acima do chão. Desconsiderar as perdas de carga.



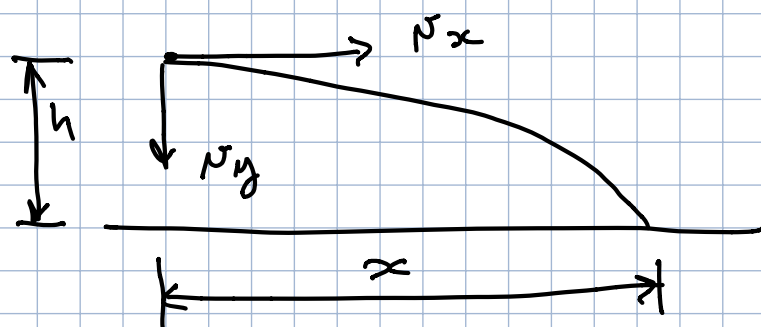
$$\frac{V_1^2}{2g} + z_1 + \frac{P_1}{\gamma} = \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + \frac{P_2}{\gamma}$$

$$0 + 12 + \frac{0}{\gamma} = \frac{V_2^2}{2g} + 2 + \frac{0}{\gamma} \Rightarrow \frac{V_2^2}{2g} = 10$$

$$V_2 = \sqrt{2 \cdot g \cdot 10} \Rightarrow V_2 = 14 \text{ m/s}$$

$$D = 8'' = 0,203 \text{ m} \quad A = \frac{\pi \cdot 0,203^2}{4} = 3,24 \times 10^{-2} \text{ m}^2$$

$$Q = V \cdot A \Rightarrow Q = 14 \cdot 3,24 \times 10^{-2} \Rightarrow Q = 0,454 \text{ m}^3/\text{s}$$



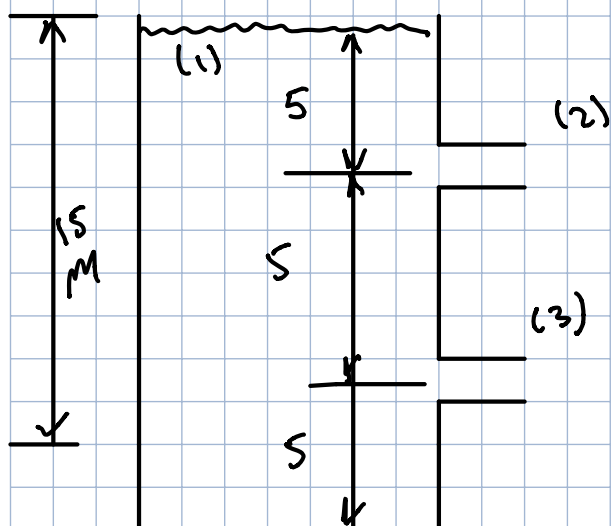
$$y \Rightarrow s = s_0 + V_{y0}t - g \frac{t^2}{2}$$

$$-h = -g \frac{t^2}{2} \rightarrow t^2 = \frac{2h}{g}$$

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2}{9,8}}$$

$$x = V_x \cdot t \Rightarrow x = 14 \cdot \sqrt{\frac{4}{9,8}} \Rightarrow x = 8,94 \text{ m}$$

2) Num tanque de grandes proporções, há um orifício 5 metros abaixo da superfície da água, e um orifício a 5 metros acima do fundo do tanque. Ambos têm uma área de 5 cm^2 . O tanque tem a altura total de 15 metros do fundo até a superfície da água. Calcule a velocidade de escape, a vazão em L/s e o alcance do jato de cada orifício.



$$V_2 = \sqrt{2 \cdot g \cdot 5} \quad (\text{ex anterior})$$

$$V_2 = 9,9 \text{ m/s}$$

$$x_2 = V_2 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}}$$

$$x_2 = 9,9 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 10}{9,8}} \Rightarrow x_2 = 14,1 \text{ m}$$

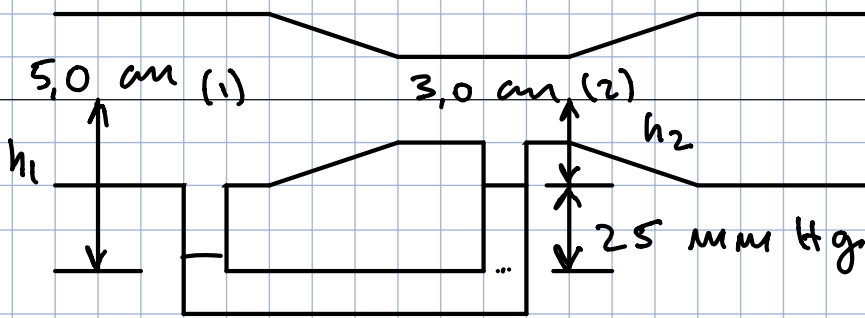
$$Q_2 = V_2 \cdot A_2 \Rightarrow Q_2 = 9,9 \cdot 5 \cdot 10^{-4} \Rightarrow Q_2 = 4,95 \text{ L/s}$$

$$V_3 = \sqrt{2 \cdot g \cdot 10} \Rightarrow V_3 = 14 \text{ m/s}$$

$$x_3 = 14 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 5}{9,8}} \Rightarrow x_3 = 14,1 \text{ m}$$

$$Q_3 = V_3 \cdot A_3 \Rightarrow Q_3 = 14 \cdot 5 \cdot 10^{-4} \Rightarrow Q_3 = 7,0 \text{ L/s}$$

3) Um tubo de Venturi foi utilizado para medir a vazão de um duto em que flui água. O diâmetro de entrada do tubo é de 5 cm e da garganta é 3 cm. A diferença de pressão observada foi de 25 mmHg. Calcule a vazão do duto em L/s.



$$\gamma_{H_2O} = 10.000 \text{ N/m}^3$$

$$\gamma_{Hg} = 136000 \text{ N/m}^3$$

$$z_1 = z_2$$

$$h_1 = h_2$$

$$\frac{V_1^2}{2g} + z_1 + \frac{P_1}{\gamma_{H_2O}} = \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + \frac{P_2}{\gamma_{H_2O}}$$

$$\frac{V_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\gamma_{H_2O}} = \frac{V_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\gamma_{H_2O}} \Rightarrow \frac{P_1 - P_2}{\gamma_{H_2O}} = \frac{V_2^2 - V_1^2}{2g} \quad (1)$$

Considerando o equilíbrio das pressões:

$$P_1 + \gamma_{H_2O} h_1 = P_2 + \gamma_{H_2O} h_2 + \gamma_{Hg} (h_1 - h_2)$$

$$P_1 - P_2 = -\gamma_{H_2O} h_1 + \gamma_{H_2O} h_2 + \gamma_{Hg} \Delta h$$

$$P_1 - P_2 = -\gamma_{H_2O} (h_1 - h_2) + \gamma_{Hg} \Delta h$$

$$P_1 - P_2 = \Delta h (\gamma_{Hg} - \gamma_{H_2O}) \quad (2)$$

(2) em (1)

$$\frac{\Delta h (\gamma_{Hg} - \gamma_{H_2O})}{\gamma_{H_2O}} = \frac{V_2^2 - V_1^2}{2g}$$

$$V_2^2 - V_1^2 = \frac{2 \cdot 9,8 \cdot 25 \cdot 10^{-3} (136000 - 10000)}{10.000}$$

$$V_2^2 - V_1^2 = 6,17 \text{ m}^2/\text{s}^2 \quad (3)$$

Mas $Q_1 = Q_2$

$$V_1 \cdot A_1 = V_2 \cdot A_2$$

$$V_1 \cdot \frac{\pi \cdot (5 \cdot 10^{-2})^2}{4} = V_2 \cdot \frac{\pi \cdot (3 \cdot 10^{-2})^2}{4}$$

$$V_1 \cdot 25 \cdot \cancel{10^{-4}} = V_2 \cdot 9 \cdot \cancel{10^{-4}} \Rightarrow V_1 = \frac{9 V_2}{25} \quad (4)$$

(4) em (3)

$$V_2^2 - \left(\frac{9 V_2}{25} \right)^2 = 6,17 \Rightarrow V_2^2 - \frac{81 \cdot V_2^2}{625} = 6,17$$

$$V_2^2 \left(1 - \frac{81}{625} \right) = 6,17 \Rightarrow V_2 = 2,66 \text{ m/s}$$

$$Q = V_2 \cdot A_2 \Rightarrow Q = 2,66 \cdot \frac{\pi \cdot (3 \times 10^{-2})^2}{4}$$

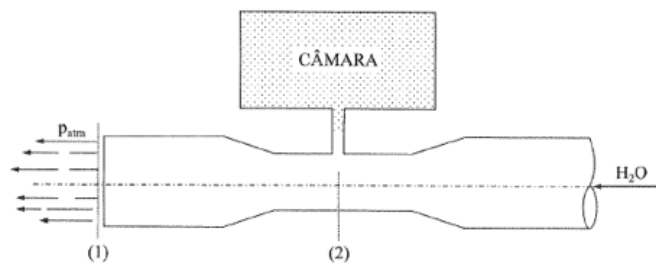
$$Q = 1,88 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$$

ou

$$Q = V_1 \cdot A_1 = \frac{9 \cdot 2,66}{25} \cdot \frac{\pi \cdot (5 \cdot 10^{-2})^2}{4}$$

$$Q = 1,88 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$$

4) Deseja-se obter uma câmara com baixa pressão utilizando um tubo de Venturi. Calcular a vazão de água necessária para produzir uma pressão negativa de 220 mmHg na câmara. Desconsiderar as perdas. O diâmetro maior do Venturi é 72 mm e o menor 36 mm, e a descarga é feita à pressão atmosférica.



$$h_1 = h_2$$

$$\frac{V_1^2}{2g} + z_1 + \frac{P_1}{\gamma_{H_2O}} = \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + \frac{P_2}{\gamma_{H_2O}} \quad (z_1 = z_2)$$

$$P_2 = \gamma_{Hg} \cdot h \Rightarrow P_2 = 136000 \cdot \frac{220}{1000} \Rightarrow P_2 = 2,99 \times 10^4 \text{ N/m}^2$$

$$P_1 = 0$$

$$\therefore P_2 = -2,99 \times 10^4$$

$$\frac{V_1^2}{2g} = \frac{V_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\gamma} \Rightarrow \frac{V_2^2 - V_1^2}{2g} = - \frac{P_2}{\gamma_{H_2O}}$$

$$V_2^2 - V_1^2 = - \frac{2g P_2}{\gamma}$$

$$V_2^2 - V_1^2 = - \frac{2 \cdot 9,8 \cdot (-2,99 \times 10^4)}{10.000}$$

$$V_2^2 - V_1^2 = 58,6 \text{ m}^2/\text{s}^2 \quad (1)$$

$$Q_1 = Q_2 \Rightarrow V_1 A_1 = V_2 A_2$$

$$V_1 \cdot \frac{(72 \times 10^{-3})^2}{4} = V_2 \cdot \frac{(36 \times 10^{-3})^2}{4} \Rightarrow V_1 \cdot 4 = V_2 \quad (2)$$

(2) em (1)

$$(4V_1)^2 - V_1^2 = 58,6 \Rightarrow 15V_1^2 - V_1^2 = 58,6$$

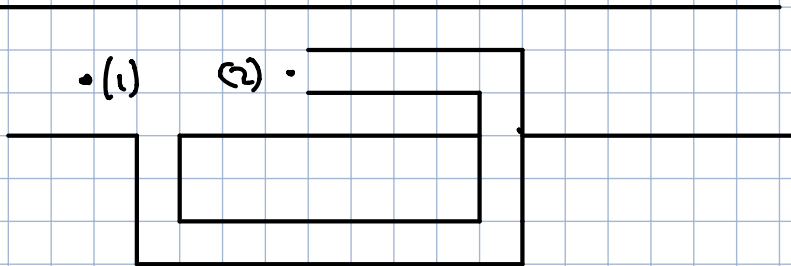
$$15V_1^2 = 58,6 \Rightarrow V_1 = 1,98 \text{ m/s}$$

$$Q = V_1 \cdot A_1$$

$$Q = 1,98 \cdot \frac{\pi \cdot (72 \times 10^{-3})^2}{4} \Rightarrow Q = 8,05 \times 10^{-3} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

$$Q = 8,05 \text{ L/s}$$

5) Um tubo de Pitot com mercúrio está montado em uma tubulação para medir a velocidade da água, que não deve ser superior a 3,0 m/s. Calcule o desnível máximo da coluna de mercúrio.



$$\frac{V_1^2}{2g} + z_1 + \frac{P_1}{\gamma} = \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + \frac{P_2}{\gamma} \quad \begin{matrix} V_2 = 0 \\ z_1 = z_2 \end{matrix}$$

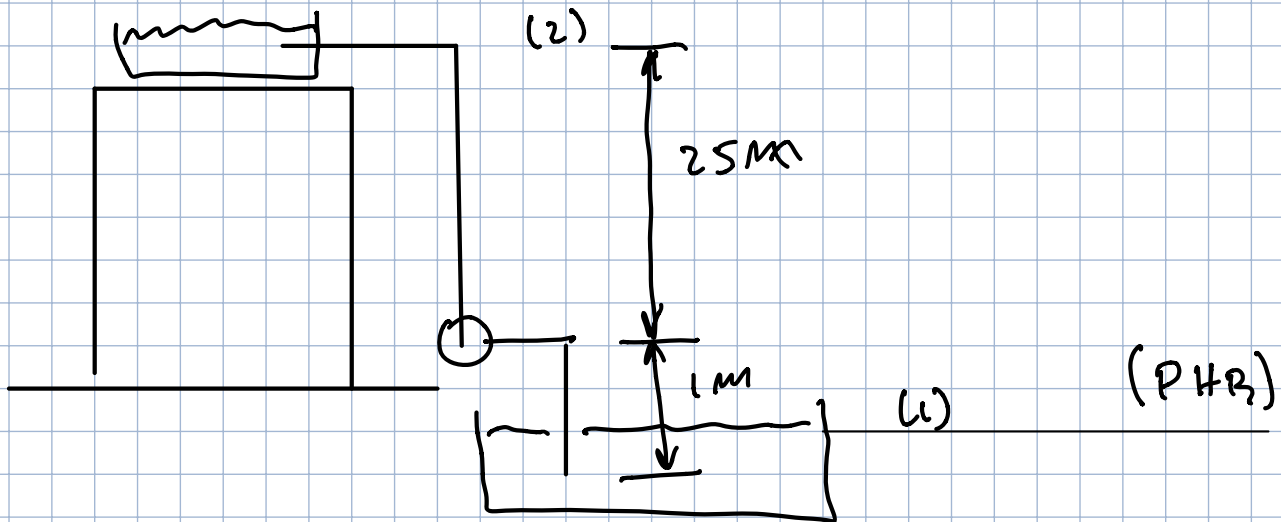
$$\frac{V_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\gamma} = \frac{P_2}{\gamma} \Rightarrow \frac{V_1^2}{2g} = \frac{P_2 - P_1}{\gamma}$$

$$\Delta P = \frac{V_1^2 \cdot \gamma}{2 \cdot g} \Rightarrow \Delta P = \frac{3^2 \cdot 10.000}{2 \cdot 9,8} \Rightarrow \Delta P = 4,6 \times 10^3 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

$$P = \gamma_{\text{Hg}} \cdot h \Rightarrow 4,6 \times 10^3 = 136000 \cdot h$$

$$h = 3,38 \times 10^{-2} \text{ m} \Rightarrow h = 33,8 \text{ mm}$$

6. Um edifício coleta a água de chuva num reservatório subterrâneo. No alto do edifício, a 25 metros do nível da rua, há um reservatório de 4000 litros que deve ser enchido em 1 hora. Dimensione a potência de uma bomba capaz de fornecer a vazão necessária, considerando um rendimento de 75%. A tubulação será de 3" de diâmetro interno, e a perda de carga é de 1,8 m. O nível do reservatório subterrâneo é de 1,0 metro abaixo da rua, e pode ser considerado constante durante o bombeamento.



$$H_1 + H_B = H_2 + H_{P,2}$$

$$\cancel{\frac{V_1^2}{2g}} + \cancel{\gamma_1} + \cancel{\frac{P_1}{\gamma_1}} + H_B = \frac{V_2^2}{2g} + \gamma_2 + \cancel{\frac{P_2}{\gamma_1}} + H_{P,2}$$

$$H_B = \frac{V_2^2}{2g} + \gamma_2 + H_{P,2}$$

$$Q = \frac{V}{t} \Rightarrow Q = \frac{4}{3600} \Rightarrow Q = 1,1 \times 10^{-3} \frac{m^3}{s}$$

$$Q = V_2 \cdot A_2 \Rightarrow V_2 = \frac{Q}{A_2}$$

$$D = 3'' = 7,62 \times 10^{-2} m \Rightarrow A = \frac{\pi (7,62 \times 10^{-2})^2}{4} = 4,56 \times 10^{-3} m^2$$

$$V_2 = \frac{1,1 \times 10^{-3}}{4,56 \cdot 10^{-3}} \Rightarrow V_2 = 0,244 m/s$$

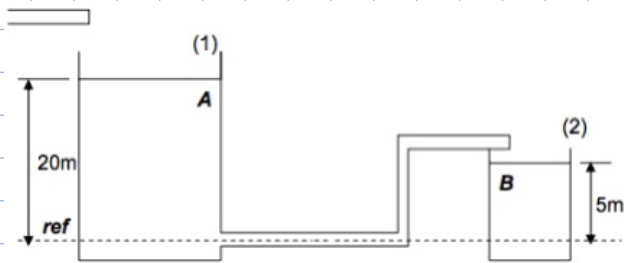
$$H_B = \frac{0,244^2}{2 \cdot 9,8} + 26 + 1,8 \Rightarrow H_B = 27,8 \text{ m}$$

$$N = \gamma \cdot Q \cdot H_B \Rightarrow N = 10.000 \cdot 1,1 \times 10^{-3} \cdot 27,8$$

$$N = 308,6 \text{ W}$$

$$N_B = \frac{N}{\eta_B} \Rightarrow N_B = \frac{308,6}{0,75} \Rightarrow N_B = 412 \text{ W}$$

7) O reservatório mostrado na figura possui nível constante e fornece água com uma vazão de 10 L/s para o tanque B. Calcular a potência do líquido sabendo-se que a área dos tubos é de 10 cm² e a perda de carga do sistema é de 1,0 m.



$$P_1 = P_2 = 0$$

$$H_1 - H_T = H_2 + H_{p,2}$$

$$H_2 = H_1 - H_T - H_{p,2}$$

$$H_1 = \frac{V_1^2}{2g} + z_1 + \frac{P_1}{\gamma} \Rightarrow H_1 = 0 + 20 + 0 \Rightarrow H_1 = 20$$

$$H_2 = \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + \frac{P_2}{\gamma}$$

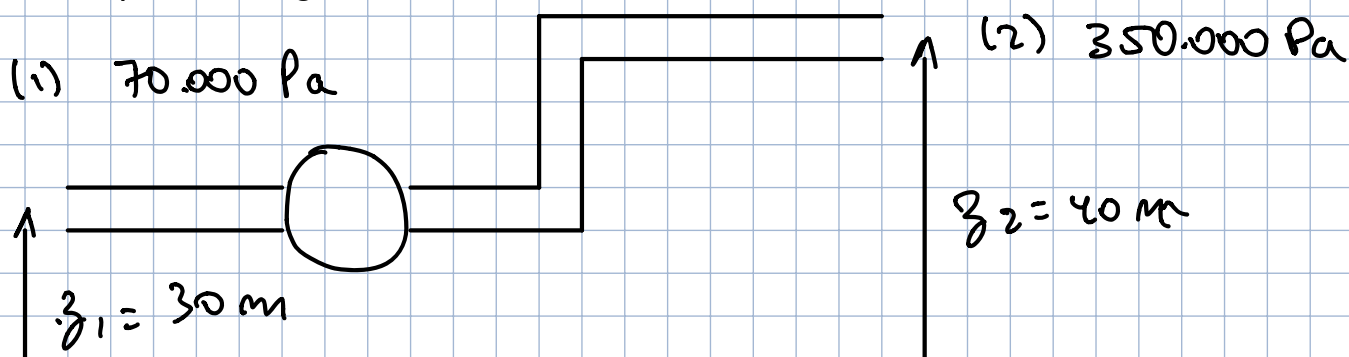
$$Q = V_2 \cdot A_2 \Rightarrow V_2 = \frac{10 \cdot 10^{-3}}{10 \cdot 10^{-4}} \Rightarrow V_2 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$H_2 = \frac{10^2}{2 \cdot 9,8} + 5 + 0 \Rightarrow H_2 = 10,1 \text{ m}$$

$$H_T = H_1 - H_2 - H_{p,2} = 20 - 10,1 - 1 = 8,9 \text{ m}$$

$$N = \gamma \cdot Q \cdot H_T \Rightarrow N = 10.000 \cdot 10 \cdot 10^{-3} \cdot 8,9 = 890 \text{ W}$$

8) Um tubo de diâmetro constante de 50 cm, transporta água a uma vazão de $0,5 \text{ m}^3/\text{s}$. Uma bomba é usada para elevar a água de uma posição de 30 m para 40 m. A pressão na entrada da bomba é 70 kPa e na saída é 350 kPa. Que potência deve ser fornecida à bomba para produzir esse escoamento? Assuma uma perda de carga de 3 m e rendimento de 70%.



$$H_1 + H_B = H_2 + H_{p,2}$$

$$\frac{V_1^2}{2g} + z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + H_B = \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + H_{p,2}$$

$$30 + \frac{70.000}{10.000} + H_B = 40 + \frac{350.000}{10.000} + 3$$

$$H_B = 40 + 35 + 3 - 30 - 7 \Rightarrow H_B = 41 \text{ m}$$

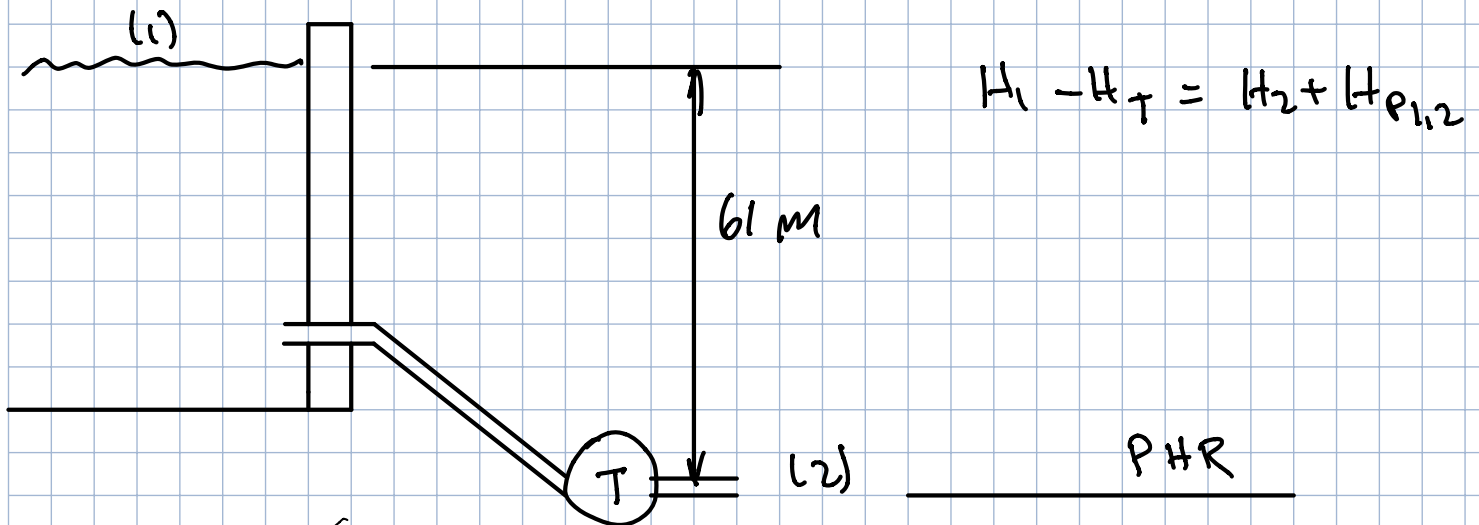
$$N = \gamma \cdot Q \cdot H_B \Rightarrow N = 10.000 \cdot 0,5 \cdot 41$$

$$N = 2,05 \times 10^5 \text{ W};$$

$$N_B = \frac{N}{\eta_B} = \frac{2,05 \times 10^5}{0,7} \Rightarrow N_B = 2,93 \times 10^5 \text{ W}$$

$$N_B = \frac{2,93 \times 10^5}{735} \Rightarrow N_B = 398,4 \text{ CV}$$

9) Uma pequena central hidrelétrica, apresenta uma vazão de $14,1 \text{ m}^3/\text{s}$, para uma diferença de 61 m e uma tubulação com diâmetro interno de 1 m . A perda de carga total é $1,5 \text{ m}$. Qual a potência fornecida pela turbina, considerando um rendimento de 75% ?



$$\cancel{\frac{V_1^2}{2g}} + \cancel{f_1} + \cancel{\frac{P_1}{\gamma}} - H_T = \cancel{\frac{V_2^2}{2g}} + \cancel{f_2} + \frac{P_2}{\gamma} + H_{f1,2}$$

$$61 - H_T = \frac{V_2^2}{2g} + 1,5$$

$$H_T = 59,5 - \frac{V_2^2}{2g}$$

$$V_2 = \frac{Q}{A_2} \Rightarrow V_2 = \frac{14,1}{\frac{\pi \cdot 1^2}{4}} \Rightarrow V_2 = 17,95 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

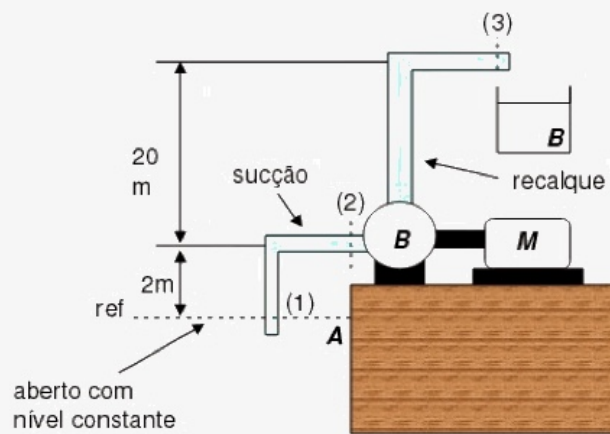
$$H_T = 59,5 - \frac{17,95^2}{2 \cdot g} \Rightarrow H_T = 43,1 \text{ m}$$

$$N = \gamma \cdot Q \cdot H_T \Rightarrow N = 10.000 \cdot 14,1 \cdot 43,1 \Rightarrow N =$$

$$N = 6,08 \times 10^6 \text{ W} ; \quad N_T = 0,75 \cdot 6,08 \cdot 10^6 \text{ W}$$

$$N_T = 4,558 \times 10^3 \text{ kW}$$

10) Deseja-se elevar água do reservatório A para o reservatório B. Dado que a vazão é igual a 4,0 L/s, o diâmetro do tubo de sucção é 10 cm e o de recalque é 5,0 cm, a perda é de 3,0 m, e o rendimento da bomba é de 70%, calcule a potência da bomba.



$$H_1 + H_B = H_3 + H_{P_{1,3}}$$

$$\frac{V_1^2}{2g} + z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + H_B = \frac{V_3^2}{2g} + z_3 + \frac{P_3}{\gamma} + H_{P_{1,3}}$$

$$H_B = \frac{V_3^2}{2g} + z_3 + H_{P_{1,3}}$$

$$V_3 = \frac{Q}{A_3} \Rightarrow V_3 = \frac{4 \times 10^{-3}}{\frac{\pi \cdot 0,05^2}{4}} \Rightarrow V_3 = 2,04 \frac{m}{s}$$

$$H_B = \frac{2,04^2}{2 \cdot 9,8} + 22 + 3 \Rightarrow H_B = 25,2 \text{ m}$$

$$N = \gamma \cdot Q \cdot H_B \Rightarrow N = 10.000 \cdot 4 \cdot 10^{-3} \cdot 25,2$$

$$N = 1,0 \times 10^3 \text{ W}$$

$$N_B = \frac{N}{\eta_B} \Rightarrow N_B = \frac{1,0 \times 10^3}{0,7} \Rightarrow N_B = 1,44 \text{ kW}$$