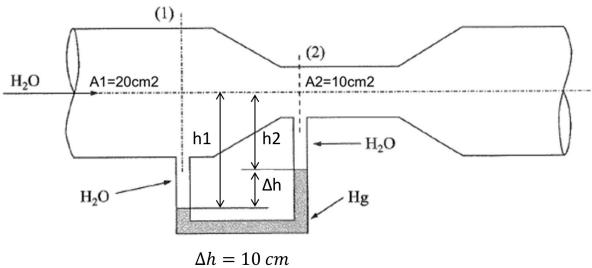


1. Água escoa em regime permanente no Venturi da figura, com os dados informados. Calcular a vazão da água.



$$H_1 = H_2$$

$$\gamma_{H_2O} = 10000 \frac{N}{m^3}; \gamma_{Hg} = 136000 \frac{N}{m^3}; g = 9,81 \frac{m}{s^2}$$

$$\frac{\nu_1^2}{2g} + \gamma_1 + \frac{p_1}{\gamma} = \frac{\nu_2^2}{2g} + \gamma_2 + \frac{p_2}{\gamma} \quad (\gamma_1 = \gamma_2)$$

$$\frac{\nu_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} = \frac{\nu_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} \Rightarrow \frac{p_1 - p_2}{\gamma} = \frac{\nu_2^2 - \nu_1^2}{2g} \quad (1)$$

Do equilíbrio das pressões

$$p_1 + \gamma_{H_2O} \cdot h_1 = p_2 + \gamma_{H_2O} \cdot h_2 + \gamma_{Hg} \cdot \Delta h$$

$$p_1 - p_2 = \gamma_{Hg} \Delta h - \gamma_{H_2O} \cdot h_1 + \gamma_{H_2O} \cdot h_2$$

$$p_1 - p_2 = \gamma_{Hg} \Delta h - \gamma_{H_2O} (h_1 - h_2)$$

$$p_1 - p_2 = \gamma_{Hg} \Delta h - \gamma_{H_2O} \Delta h$$

$$p_1 - p_2 = (\gamma_{Hg} - \gamma_{H_2O}) \Delta h \quad (2)$$

$$(1) \text{ em } (2) \quad \frac{(\gamma_{Hg} - \gamma_{H_2O}) \Delta h}{\gamma} = \frac{\nu_2^2 - \nu_1^2}{2g}$$

$$\nu_2^2 - \nu_1^2 = \frac{2 \cdot 9,8 \cdot 0,1 (136000 - 10000)}{10000}$$

$$\nu_2^2 - \nu_1^2 = 24,7 \text{ m}^2/\text{s}^2 \quad (3)$$

Sabemos que $Q_1 = Q_2 \quad \leftarrow \quad Q = N \cdot A$

$$N_1 \cdot A_1 = N_2 \cdot A_2 \Rightarrow N_1 \cdot 20 \cdot 10^{-4} = N_2 \cdot 10 \cdot 10^{-4}$$

$$N_1 = \frac{N_2}{2} \quad (4)$$

$$(4) \text{ em } (3) \quad N_2^2 - \left(\frac{N_2}{2} \right)^2 = 24,7$$

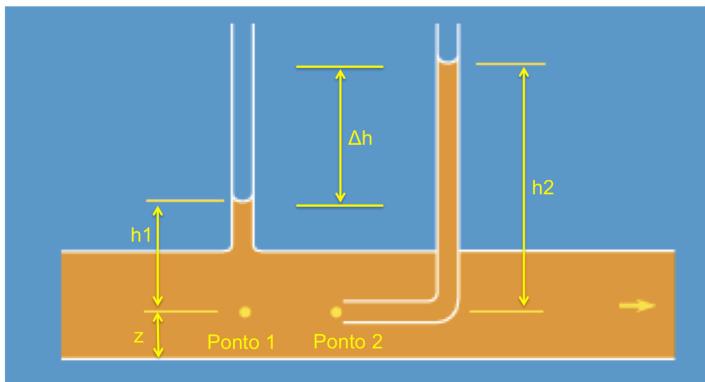
$$\frac{3 N_2^2}{4} = 24,7 \Rightarrow N_2 = 5,47 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$Q = N_2 \cdot A_2 \Rightarrow Q = 5,47 \cdot 10 \cdot 10^{-4}$$

$$Q = 5,47 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

$$Q = 5,47 \text{ l/s}$$

2) No experimento abaixo feito num fluxo de água num tubo de área 10 cm^2 foram medidas as alturas $h_1=5 \text{ cm}$ e $h_2=8 \text{ cm}$. Calcule a velocidade e vazão.



$$h_1 = h_2$$

$$z_1 = z_2$$

$$\rho_2 = 0$$

$$\frac{V_1^2}{2g} + z_1 + \frac{\rho_1}{\gamma} = \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + \frac{\rho_2}{\gamma}$$

$$\frac{V_1^2}{2g} = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\gamma}$$

$$\text{D'arstein} \Rightarrow \rho_1 = \gamma \cdot h_1 ; \quad \rho_2 = \gamma \cdot h_2$$

$$\frac{V_1^2}{2g} = \frac{\gamma \cdot h_2 - \gamma \cdot h_1}{\gamma} \Rightarrow V_1 = \sqrt{2g \Delta h}$$

$$\Delta h = 8 - 5 = 3 \text{ cm} = 0,03 \text{ m}$$

$$V_1 = \sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot 0,03} \Rightarrow V_1 = 0,767 \text{ m/s}$$

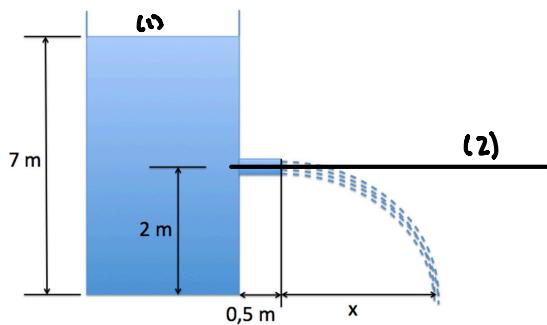
$$Q = V \cdot A \Rightarrow Q = 0,767 \times 10 \times 10^{-4}$$

$$Q = 7,672 \times 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$$

$$Q = 0,767 \text{ l/s}$$

(3)

3. No reservatório abaixo, supondo que o nível seja mantido constante, determinar (1) a velocidade de escape, (2) a vazão de saída e (3) o alcance do jato. O tubo de saída que tem uma área de 10 cm^2 .



$P + \rho h \Rightarrow$ fundo (x)

superfície \Rightarrow (1)

sorvete \Rightarrow (2)

$$H_1 = H_2$$

$$\frac{V_1^2}{2g} + z_1 + \frac{P_1}{\rho g} = \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + \frac{P_2}{\rho g}$$

$$\frac{0}{2g} + 7 + \frac{0}{\rho g} = \frac{V_2^2}{2g} + 2 + \frac{0}{2g}$$

$$\frac{V_2^2}{2g} = 7 - 2 \Rightarrow V_2 = \sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot 5}$$

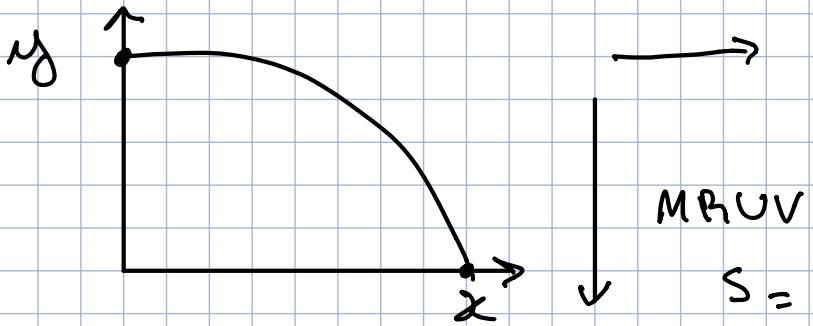
$$V_2 = 9,9 \text{ m/s}$$

$$Q = V \cdot A \Rightarrow Q = 9,9 \cdot 10 \cdot 10^{-4}$$

$$Q = 9,9 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$$

$$Q = 9,9 \text{ L/s}$$

Alcance do jato



M RUV

$$S = S_0 + V_0 t$$

M RUV

$$S = S_0 + V_0 t - \frac{g t^2}{2}$$

$$y=0 \quad 0 = y_0 + 0 \cdot t - \frac{g \cdot t^2}{2} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2y}{g}}$$

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot 2}{g}} \Rightarrow t = \frac{2}{\sqrt{g}}$$

$$\rightarrow S = S_0 + v_x \cdot t \Rightarrow S = 0 + 9,9 \cdot \frac{2}{\sqrt{9,8}} \Rightarrow$$

$$S = 6,33 \text{ m}$$

(4)

4. A água ($\gamma = 10000 \text{ N/m}^3$) de uma barragem precisa ser bombeada para um reservatório 15 metros acima da superfície da água. A bomba está situada numa casa de máquinas 5 metros abaixo da superfície da água. É necessária uma vazão de 10 litros por segundo. Calcule a potência da bomba em CV, considerando um rendimento de 75% considerando apenas os dados. A área da tubulação é de 10 cm².



$$h_1 + h_B = h_2$$

$$N_1 = 0 \text{ m/s}$$

$$z_1 = 5 \text{ m}$$

$$p_1 = 0 \text{ N/m}^2$$

$$z_2 = 20 \text{ m}$$

$$p_2 = 0$$

$$\frac{N_1^2}{2g} + z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + H_B = \frac{v_2^2}{2g} + z_2 + \frac{p_2}{\gamma}$$

$$N_2 = \frac{Q}{A} \Rightarrow N_2 = \frac{10 \times 10^{-3}}{10 \times 10^{-4}} \Rightarrow N_2 = 10 \text{ m/s}$$

$$0 + S + 0 + H_B = \frac{10^2}{2 \cdot 9,8} + 20 + 0$$

$$H_B = 20,1 \text{ m}$$

$$N = \gamma \cdot Q \cdot H_B \Rightarrow N = 10.000 \times 10 \cdot 10^{-3} \times 20,1 \Rightarrow N = 2010 \text{ W}$$

$$N_B = \frac{N}{\eta_B} \Rightarrow N_B = \frac{2010}{0,75} \Rightarrow N_B = \frac{2680 \text{ W}}{734} \Rightarrow N_B = 3,65 \text{ CV}$$

(5) $P_1 = 4075 \text{ kN/m}^2$ $P_2 = 725 \text{ kN/m}^2$

$$\gamma = 900 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3}$$

$$H_1 = H_2 + H_{P,1,2}$$

$$N_1 = N_2$$

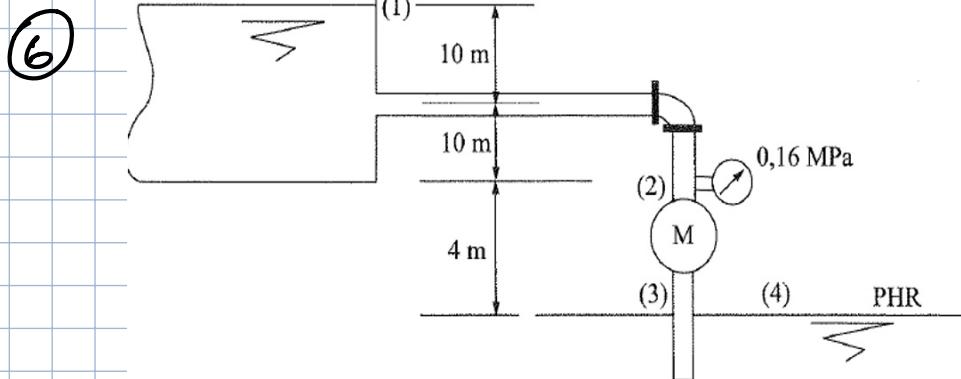
$$\beta_1 = \beta_2$$

$$\frac{N_1^2}{2g} + \cancel{\beta_1} + \frac{P_1}{\gamma} = \frac{N_2^2}{2g} + \cancel{\beta_2} + \frac{P_2}{\gamma} + H_{P,1,2}$$

$$\frac{P_1}{\gamma} = \frac{P_2}{\gamma} + H_{P,1,2}$$

$$H_{P,1,2} = \frac{P_1 - P_2}{\gamma} \Rightarrow H_{P,1,2} = \frac{4075 - 725}{900}$$

$$H_{P,1,2} = 3,72 \text{ m}$$



$$H_4 + H_B = H_1 + H_{P,4,1}$$

$$N_4, \beta_4, P_4 = 0$$

$$N_1, P_1 = 0$$

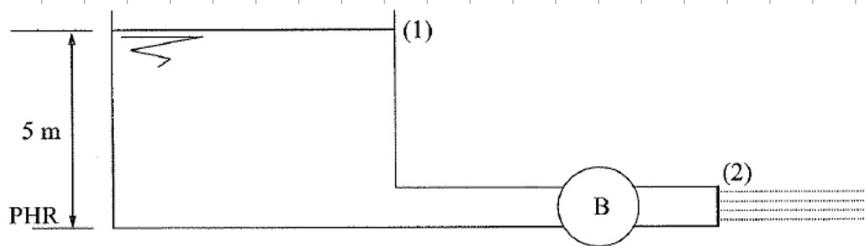
$$H_B = \beta_4 + H_{P,4,1} \Rightarrow H_B = 24 + 2 \Rightarrow H_B = 26 \text{ m}$$

$$N = \gamma \cdot Q \cdot H_B \Rightarrow N = 10.000 \cdot 10 \cdot 10^{-3} \cdot 26 \Rightarrow N = 2600 \text{ W}$$

$$N_B = \frac{N}{\eta_B} \Rightarrow N_B = \frac{2600}{0,75} \Rightarrow N_B = 3,47 \times 10^3 \text{ W}$$

$$N_B = 3,47 \text{ kW}$$

(7)



$$N = 5000 \text{ W}$$

$$\eta_B = 80\%$$

$$N_2 = 5,0 \text{ mls}$$

$$A_2 = 10 \text{ cm}^2$$

$$H_1 + H_B = H_2 + H_{P,1,2}$$

$$H_1 = \frac{N_1^2}{2g} + \beta_1 + \frac{P_1}{\gamma} \Rightarrow H_1 = 0 + 5 + 0 = 5 \text{ m}$$

$$H_2 = \frac{N_2^2}{2g} + \beta_2 + \frac{P_2}{\gamma} \Rightarrow H_2 = \frac{5^2}{2 \cdot 9,8} + 0 + 0 = 1,28 \text{ m}$$

$$Q = N \cdot A \Rightarrow Q = 5,0 \cdot 10 \cdot 10^{-4} \Rightarrow Q = 5,0 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$$

$$H_B = \frac{\gamma \cdot Q \cdot H_B}{\eta_B} \Rightarrow H_B = \frac{0,8 \cdot 5000}{10^4 \cdot 5,0 \cdot 10^{-3}}$$

$$H_B = 80 \text{ m}$$

$$H_1 + H_B = H_2 + H_{P,1,2} \Rightarrow 5 + 80 = 1,28 + H_{P,1,2}$$

$$H_{P,1,2} = 83,75 \text{ m}$$

Pot. dissipada:

$$N_d = \gamma \cdot Q \cdot H_{P,1,2} = 10^4 \times 5,0 \times 10^{-3} \times 83,75$$

$$N_{diss,1,2} = 4188 \text{ W}$$