Equação da energia em regime permanente - Bernoulli

Operações Unitárias

Prof. Simões

Objetivos

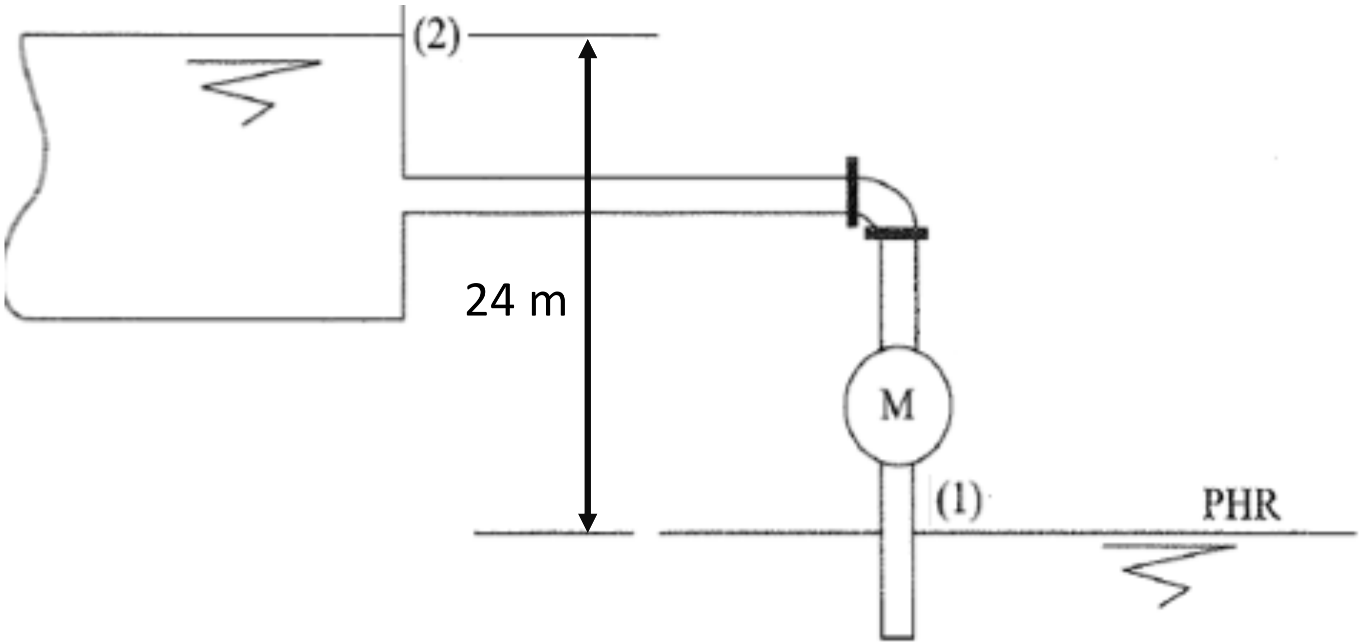
- Conhecer e aplicar a equação de Bernoulli em três situações
  - Fluido e sistema ideal, sem bomba
  - Fluido ideal, com bomba e sem perdas
  - Fluido ideal, com bomba e com perdas

- Determinar a potência mínima necessária de uma bomba

- Estimar a perda de carga de uma instalação a partir dos volumes deslocados e da potência da bomba

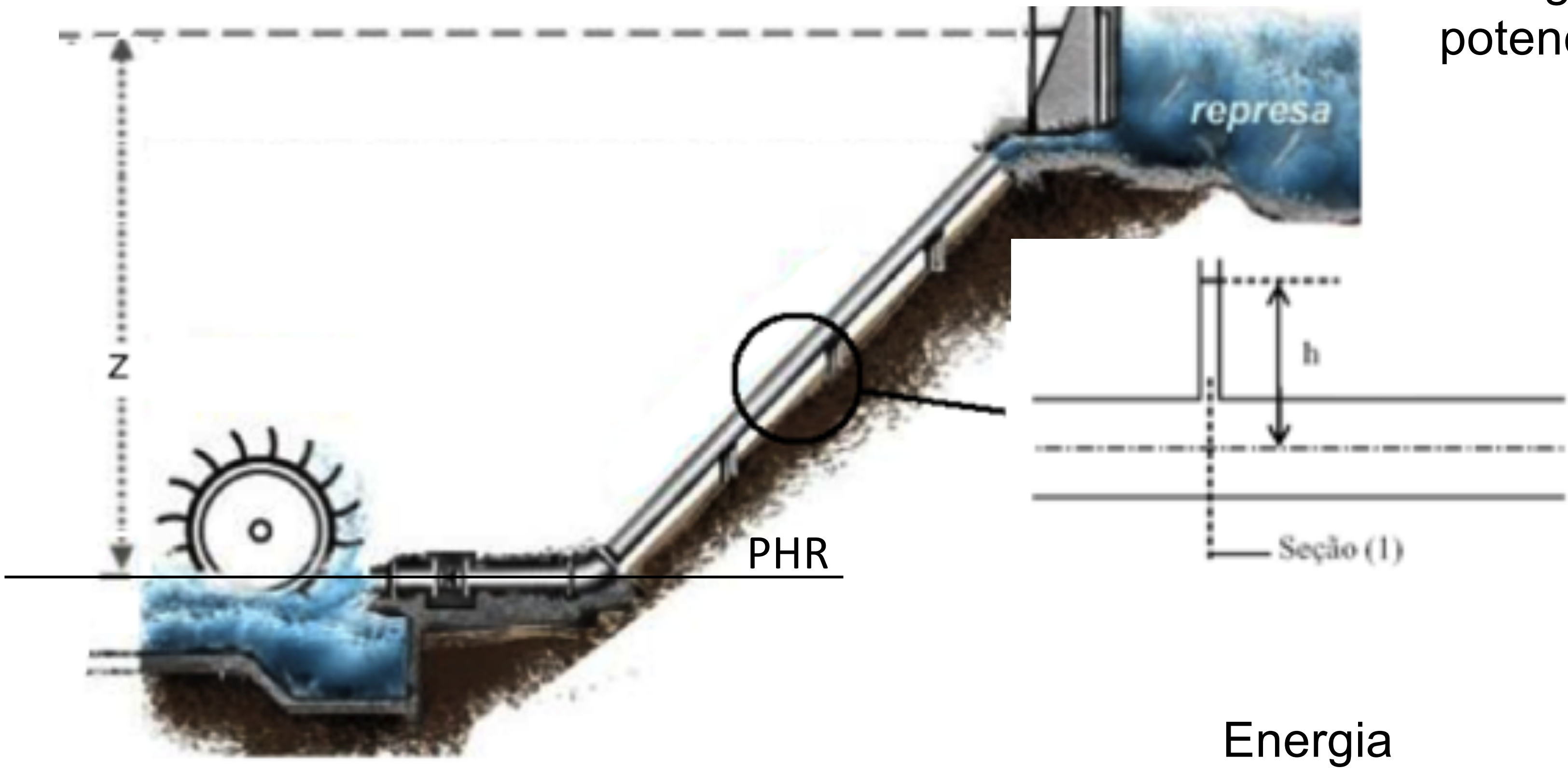
Problema típico

Calcular a potência da bomba para a instalação abaixo, sabendo que seu rendimento é 75%. A vazão é de 10 L/s, a área do tubo é de 10 cm^2 e a perda de carga entre (1) e (2) é de 2,0 m. γ=10000 N/m^3.



Tipos de energia associadas a um fluido

Energia potencial



Energia cinética

Energia potencial de pressão

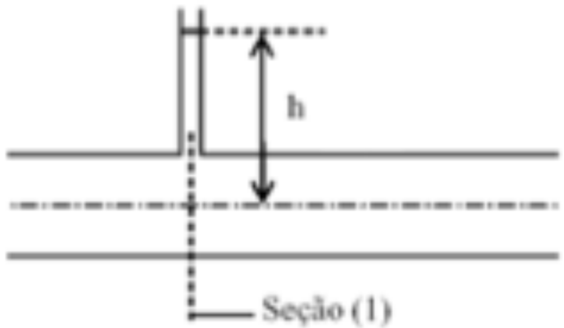
PHR = Plano Horizontal de Referência

Tipos de energia associadas a um fluido

- Energia cinética

$$E_c = \frac{m \cdot v^2}{2}$$

- Energia potencial gravitacional



$$E_p = m \cdot g \cdot z$$

- Energia de pressão

$$p = \gamma \cdot h \Rightarrow h = \frac{p}{\gamma}$$

$$E_{pr} = m \cdot g \cdot h = m \cdot g \cdot \frac{p}{\gamma}$$

- Energia total

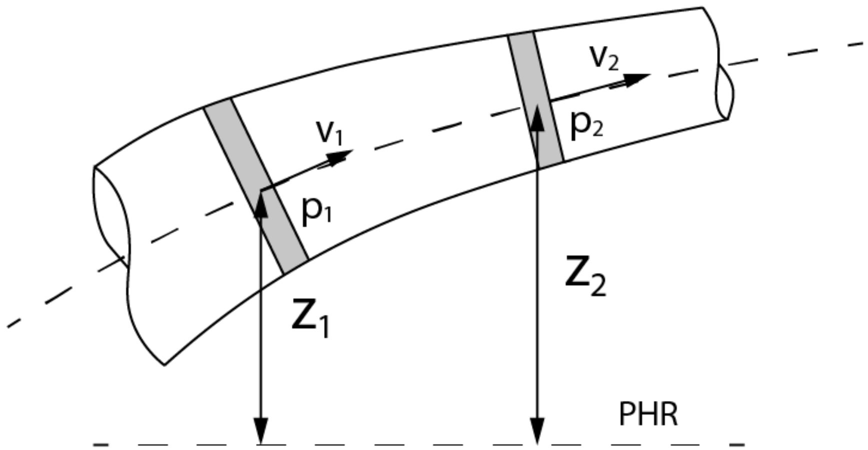
$$E = E_c + E_p + E_{pr} \Rightarrow E = \frac{m \cdot v^2}{2} + m \cdot g \cdot z + m \cdot g \cdot \frac{p}{\gamma}$$

Equação de Bernoulli

- Válida nas seguintes condições hipotéticas
  - Escoamento em regime permanente (velocidade e pressão constante no mesmo ponto)
  - Escoamento incompressível
  - Escoamento de um fluido considerado ideal (sem atritos)
  - Escoamento apresentando distribuição uniforme das propriedades nas seções
  - Escoamento sem presença de máquina hidráulica
  - Escoamento sem troca de calor e/ou mudança de estado

- Embora sejam condições teóricas, é sobre elas que serão acrescentadas as variáveis para aplicação real. Consideraremos:
  - I. Fluido ideal, sem bomba, sem atrito
  - II. Fluido ideal, com bomba, sem atrito
  - III. Fluido ideal, com bomba, com atrito

Equação de Bernoulli, caso I



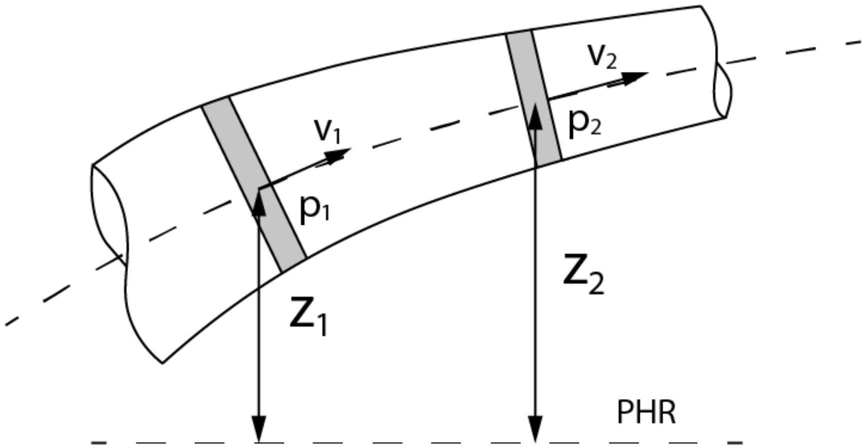
$$E_1 = E_2$$

$$E_{c_1} + E_{p_1} + E_{pr_1} = E_{c_2} + E_{p_2} + E_{pr_2}$$

$$H = \frac{E}{mg} \Rightarrow \text{carga hidráulica}$$

$$H_1 = H_2$$

Equação de Bernoulli, caso I



$$H = \frac{E}{mg} \Rightarrow \text{carga hidráulica}$$

$$\frac{m \cdot v_1^2}{2} + m \cdot g \cdot z_1 + m \cdot g \cdot \frac{p_1}{\gamma} = \frac{m \cdot v_2^2}{2} + m \cdot g \cdot z_2 + m \cdot g \cdot \frac{p_2}{\gamma}$$

$$\frac{m \cdot v_1^2}{2 \cdot mg} + \frac{m \cdot g \cdot z_1}{mg} + \frac{m \cdot g}{mg} \cdot \frac{p_1}{\gamma} = \frac{m \cdot v_2^2}{2} + \frac{m \cdot g}{mg} \cdot z_2 + \frac{m \cdot g}{mg} \cdot \frac{p_2}{\gamma}$$

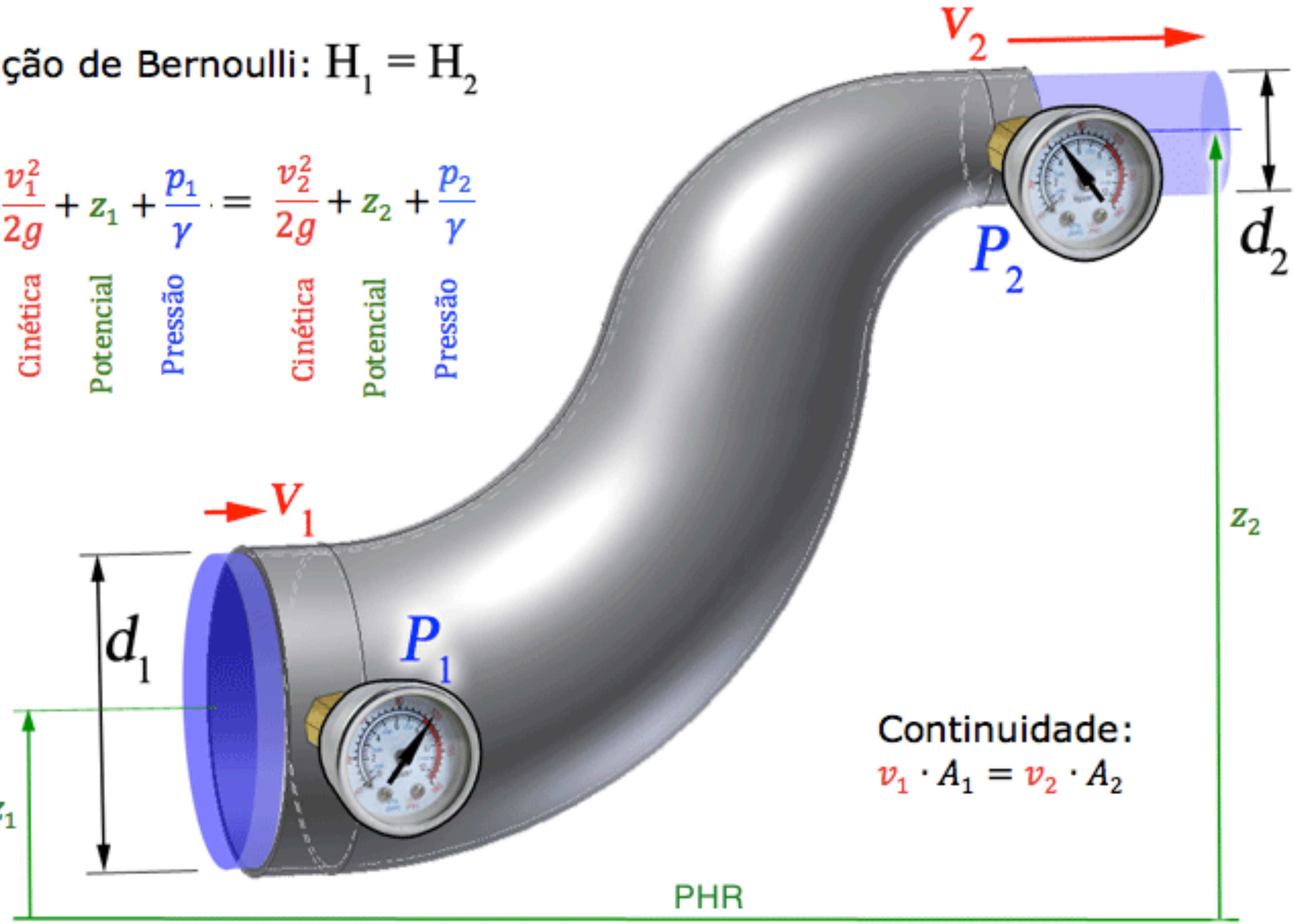
$$\frac{v_1^2}{2 \cdot g} + z_1 + \frac{p_1}{\gamma} = \frac{v_2^2}{2 \cdot g} + z_2 + \frac{p_2}{\gamma}$$

$$H_1 = H_2$$

Equação de Bernoulli, caso I

Equação de Bernoulli: $H_1 = H_2$

$$\underbrace{\frac{v_1^2}{2g}}_{\text{Cinética}} + \underbrace{z_1}_{\text{Potencial}} + \underbrace{\frac{p_1}{\gamma}}_{\text{Pressão}} = \underbrace{\frac{v_2^2}{2g}}_{\text{Cinética}} + \underbrace{z_2}_{\text{Potencial}} + \underbrace{\frac{p_2}{\gamma}}_{\text{Pressão}}$$



Equação de Bernoulli

- Dimensão de H

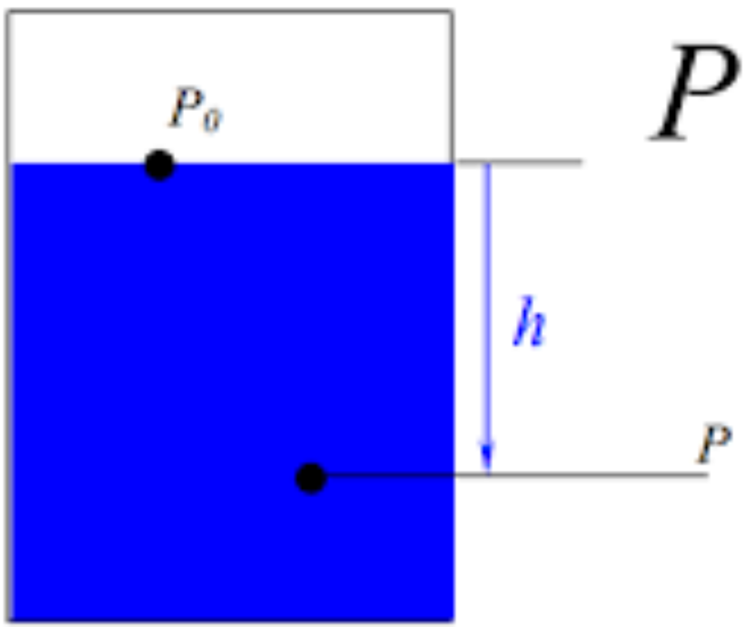
$$H = \frac{v^2}{2 \cdot g} + z + \frac{p}{\gamma}$$

$$[H] = \frac{\left(\frac{L}{T}\right)^2}{2 \cdot \left(\frac{L}{T^2}\right)} + L + \frac{\frac{\frac{ML}{T^2}}{L^2}}{\frac{\frac{ML}{T^2}}{L^3}} = \frac{L^2T^2}{2T^2L} + L + \frac{MLT^2L^3}{T^2L^2ML} = L + L + L$$

$$[H] = L$$

Teorema de Stevin

- Em vários problemas, é importante lembrar o que estabelece o teorema de Stevin



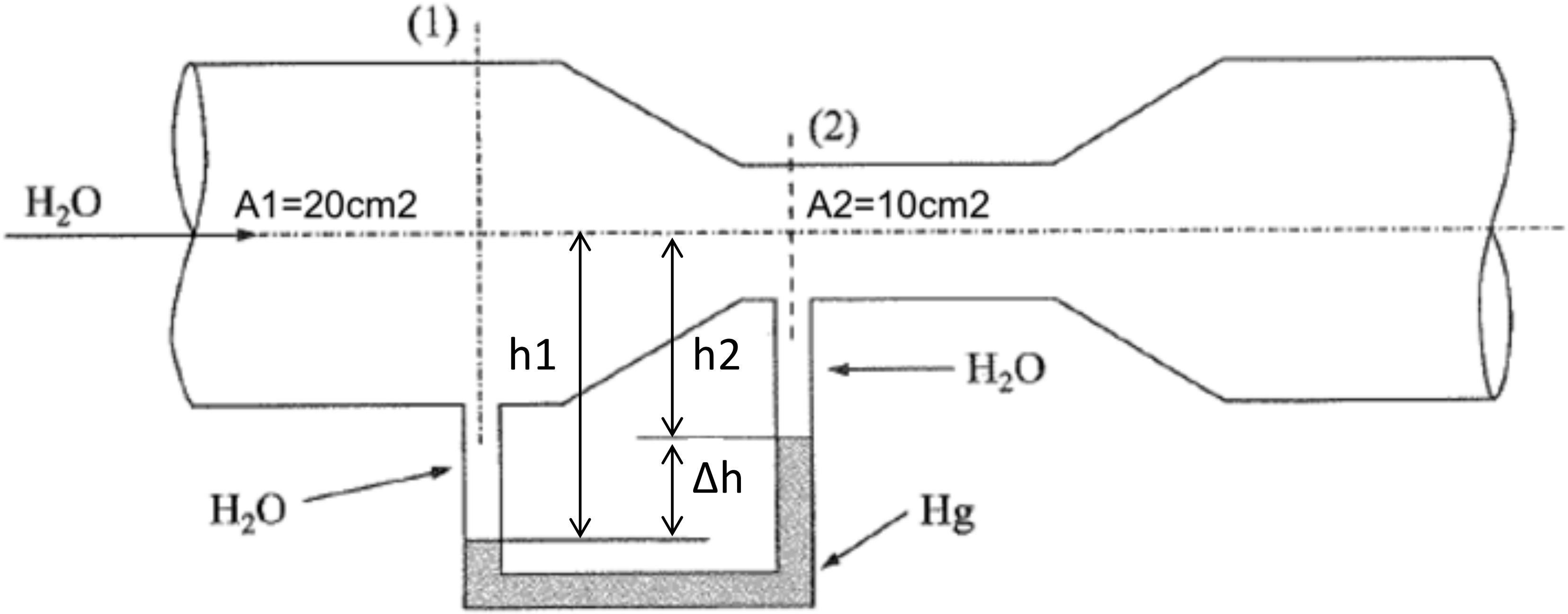
$$P = P_0 + \rho . g . h$$

E, como $\gamma = \rho \cdot g \Rightarrow$

$$P = P_0 + \gamma \cdot h$$

Exemplo

1. Água escoa em regime permanente no Venturi da figura, com os dados informados. Calcular a vazão da água.



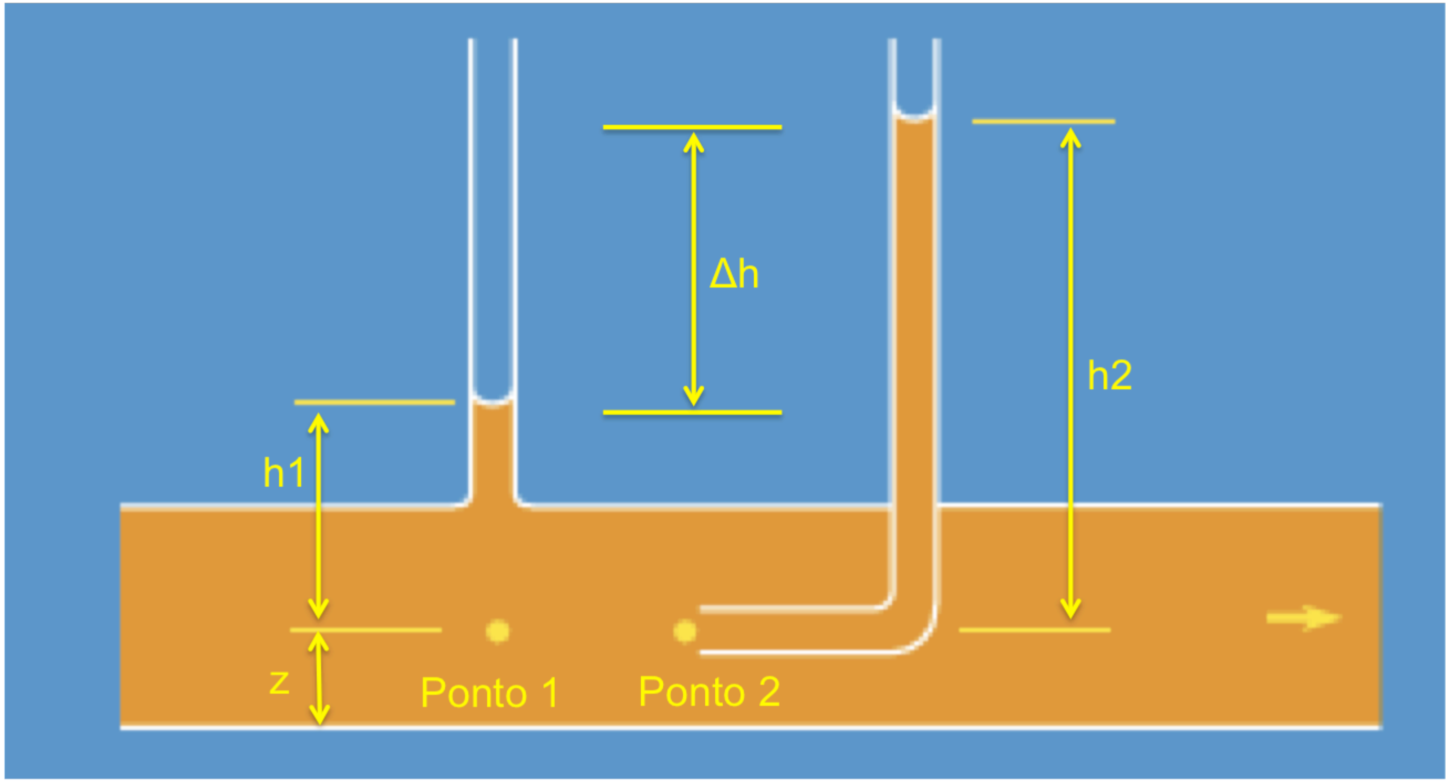
$$\Delta h = 10\ cm$$

$$\gamma_{H_2O} = 10000\frac{N}{m^3};\ \gamma_{Hg} = 136000\frac{N}{m^3};\ g = 9{,}81\frac{m}{s^2}$$

Resposta: 5,74 L/s

Exemplo

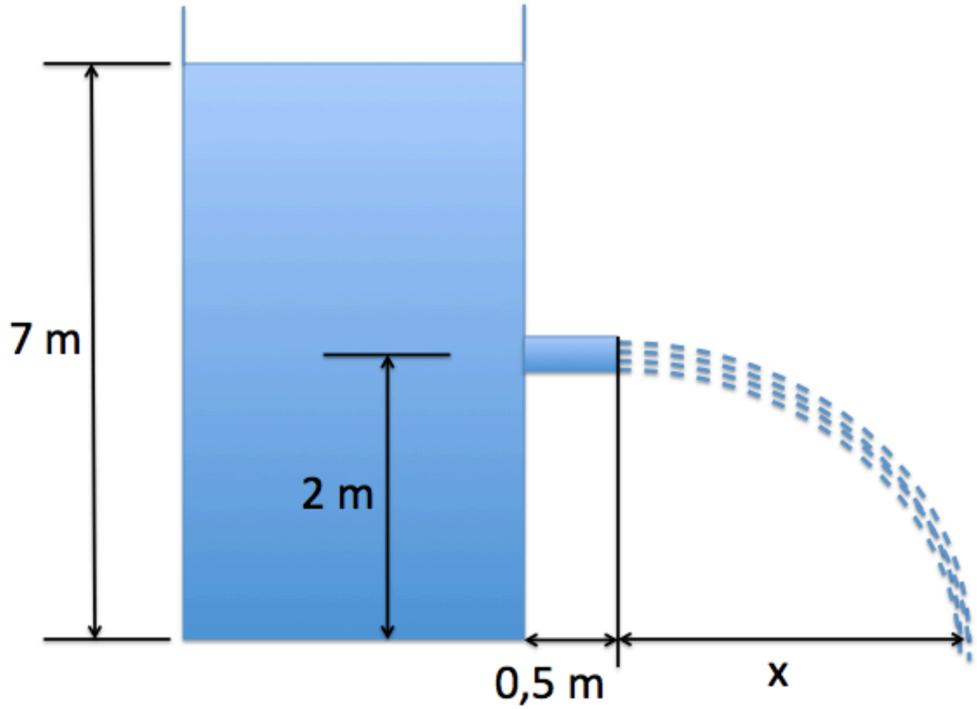
2. No experimento abaixo feito num fluxo de água num tubo de área 10 cm^2 foram medidas as alturas h_1=5 cm e h_2=8 cm. Calcule a velocidade e vazão.



Resposta: 0,767 L/s

Exemplo

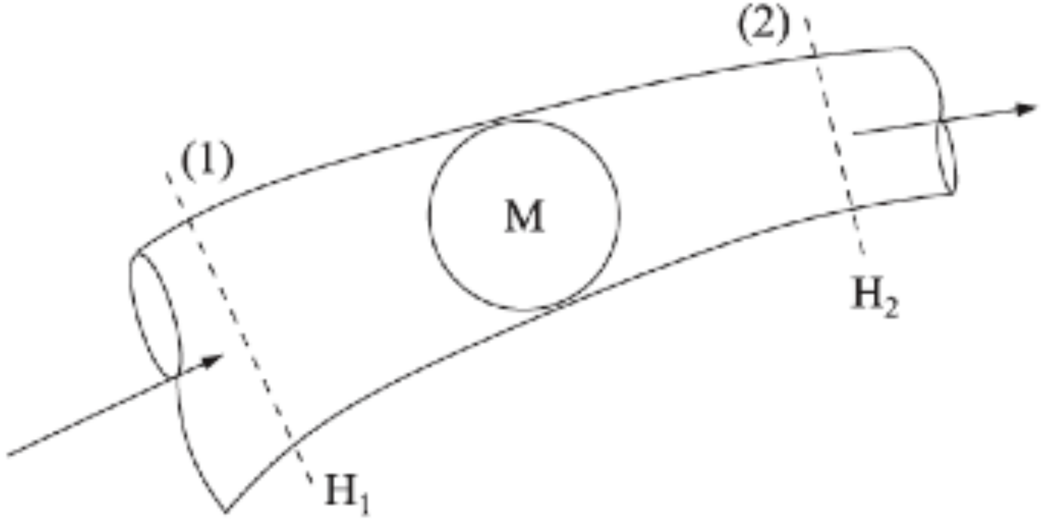
3. No reservatório abaixo, supondo que o nível seja mantido constante, determinar (1) a velocidade de escape, (2) a vazão de saída e (3) o alcance do jato. O tubo de saída que tem uma área de 10 cm^2.



Resposta: 6,3 m

Equação de Bernoulli com uma máquina* (II)

- Chamaremos de bomba qualquer máquina que forneça energia ao fluido



$$H_1 + H_B = H_2$$

H_B=carga ou altura manométrica da bomba.

Obs.: caso for uma turbina, fica:
$H_1 - H_T = H_2$

$$\frac{v_1^2}{2 \cdot g} + z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + H_B = \frac{v_2^2}{2 \cdot g} + z_2 + \frac{p_2}{\gamma}$$

$$H_B = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2 \cdot g} + (z_2 - z_1) + \frac{p_2 - p_1}{\gamma}$$

*nesse curso, trataremos apenas de bombas.

Potência da bomba

- Sabemos que, sendo N a potência, temos:

$$N = \frac{\text{energia mecânica}}{\text{tempo}} \qquad H = \frac{\text{energia mecânica}}{\text{peso}} \qquad Q_G = \frac{\text{peso}}{\text{tempo}} = \gamma \cdot Q$$

- Assim, podemos fazer

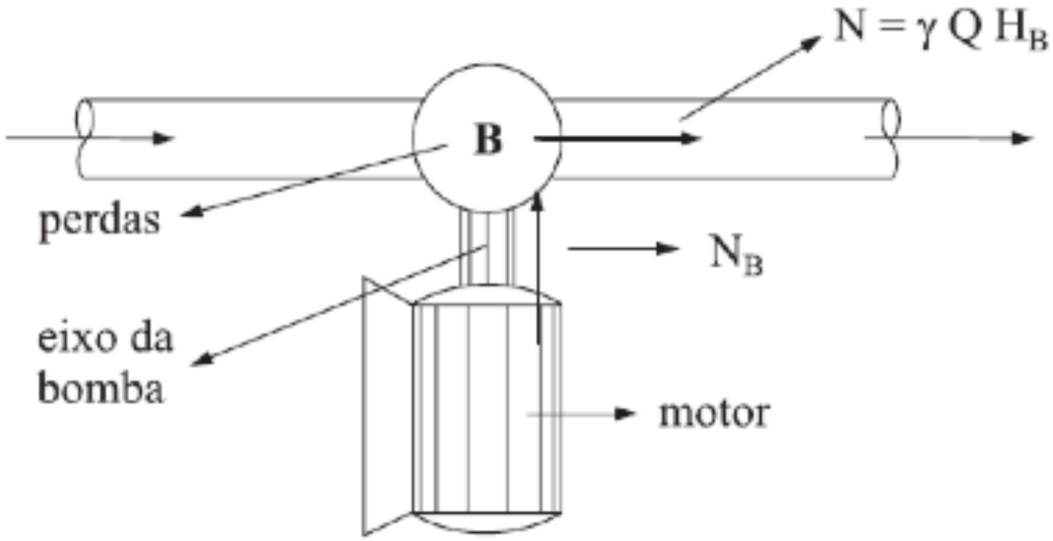
$$N = \frac{\text{energia mecânica}}{\text{tempo}} \cdot \frac{\text{peso}}{\text{peso}} = \frac{\text{energia mecânica}}{\text{peso}} \cdot \frac{\text{peso}}{\text{tempo}} \Rightarrow N = H \cdot \gamma \cdot Q$$

- Assim, chamando de H_B a carga manométrica da bomba, a potência recebida pelo fluido pode ser calculada por:

$$N = \gamma Q H_B \qquad [N] = \frac{N}{m^3} \cdot \frac{m^3}{s} \cdot m = \frac{N \cdot m}{s} = \frac{J}{s} = W$$

Potência de uma bomba

- Se chamarmos a potência total da bomba de N_B, verificaremos que a relação entre N e N_B é chamada de rendimento η_B da bomba:



$$\eta_B = \frac{N}{N_B}$$

- Assim, a potência da bomba pode ser estimada por:

$$N_B = \frac{\gamma Q H_B}{\eta_B}$$

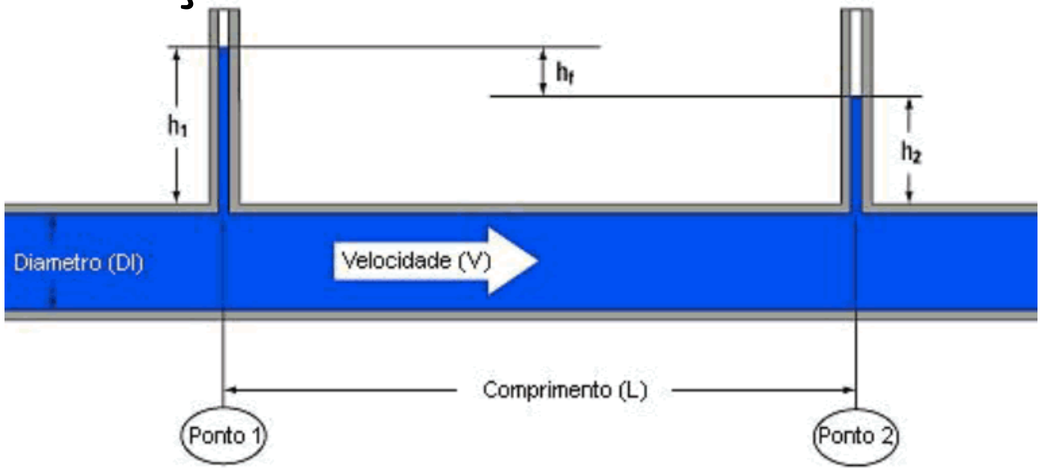
Exemplo

4. A água (γ=1,0x10^4 N/m^3) de uma barragem precisa ser bombeada para um reservatório 15 metros acima da superfície da água. A bomba está situada numa casa de máquinas 5,0 metros abaixo da superfície da água. É necessária uma vazão de 10 litros por segundo. Calcule a potência da bomba em CV, considerando um rendimento de 75% considerando apenas os dados. A área da tubulação é de 10 cm^2.

Resposta: 3,65 CV

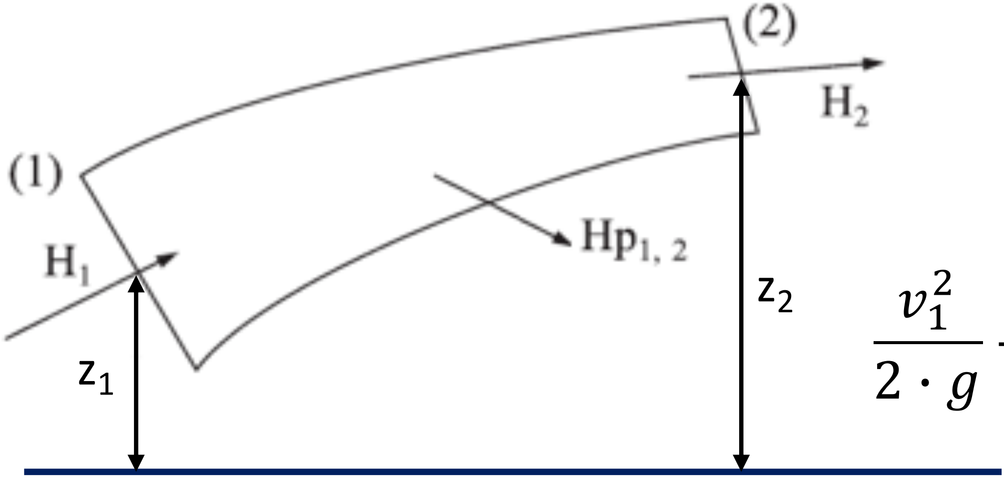
Equação de Bernoulli com perda

- Em um fluido real, ocorrem forças dissipativas de atrito interno do fluido (viscosidade), e entre o fluido e a tubulação.



$Hp_{1,2}$ ⇒ energia perdida por unidade de peso, ou "*perda de carga*"

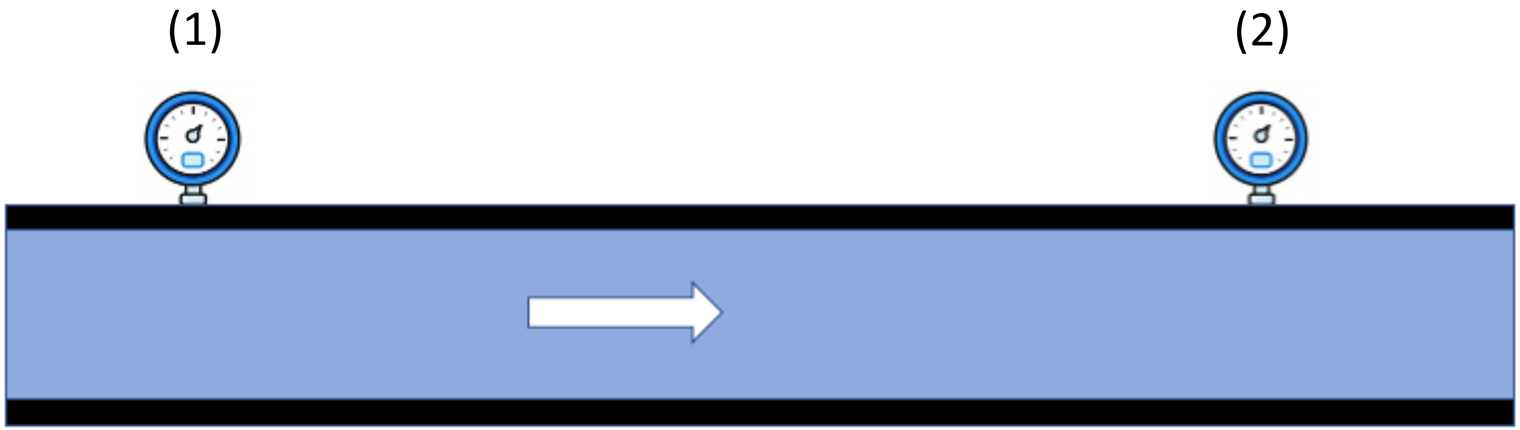
$$H_1 = H_2 + Hp_{1,2}$$



$$\frac{v_1^2}{2 \cdot g} + z_1 + \frac{p_1}{\gamma} = \frac{v_2^2}{2 \cdot g} + z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + Hp_{1,2}$$

Exemplo

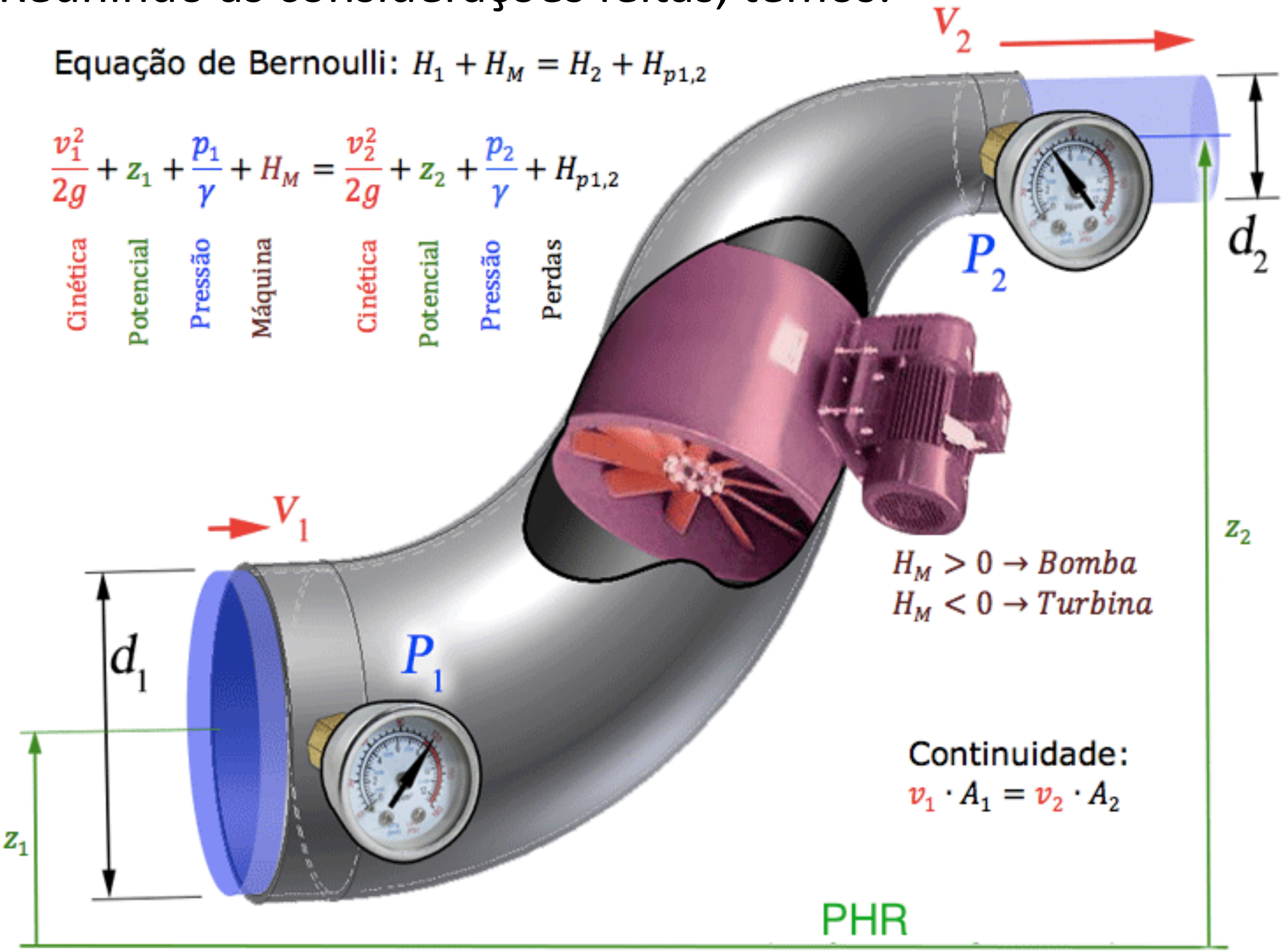
5. Na tubulação abaixo, a indicação do primeiro manômetro é de 4075 kgf/cm^2 e do segundo é de 725 kgf/cm^2. O fluido em circulação é óleo, com massa específica de 900 kgf/m^3. Calcule a perda de carga nesse trajeto.



Resposta: 3,72 m

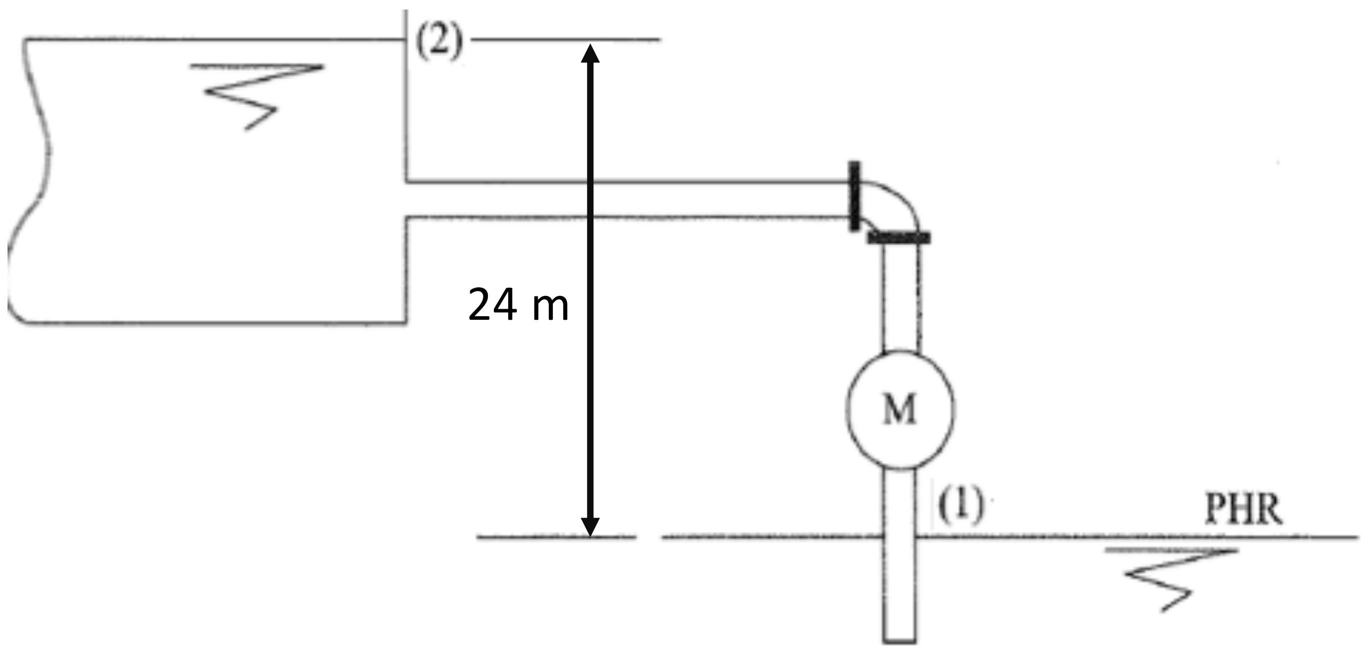
Equação de Bernoulli com perda e bomba, caso III

- Reunindo as considerações feitas, temos:



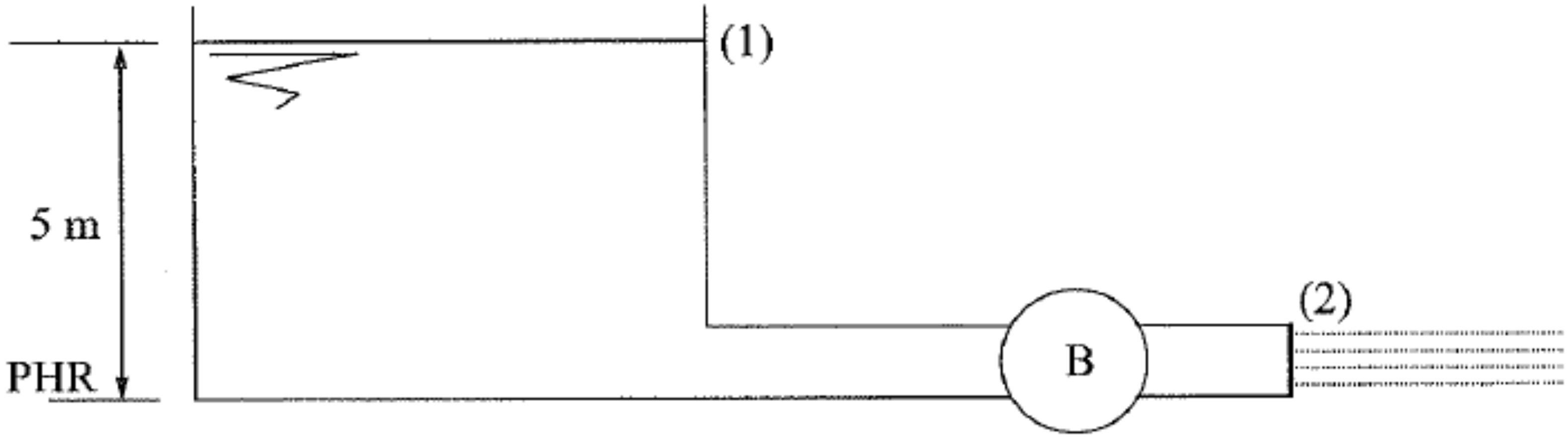
Exemplo

6. Calcular a potência da bomba para a instalação abaixo, sabendo que seu rendimento é 75%. A vazão é de 10 L/s, a área do tubo é de 10 cm^2 e a perda de carga entre (1) e (2) é de 2,0 m. γ=10000 N/m^3.



Exemplo

7. Na instalação da figura, o fluido é água. A bomba tem uma potência de 5,0 kW e seu rendimento é 80%. A água é descarregada na atmosfera com velocidade de 5,0 m/s pelo tubo cuja sessão é 10 cm^2. Determinar a perda de carga do fluido entre (1) e (2) e a potência dissipada ao longo da tubulação. γ=10000 N/m^3, g=9,8 m/s^2.

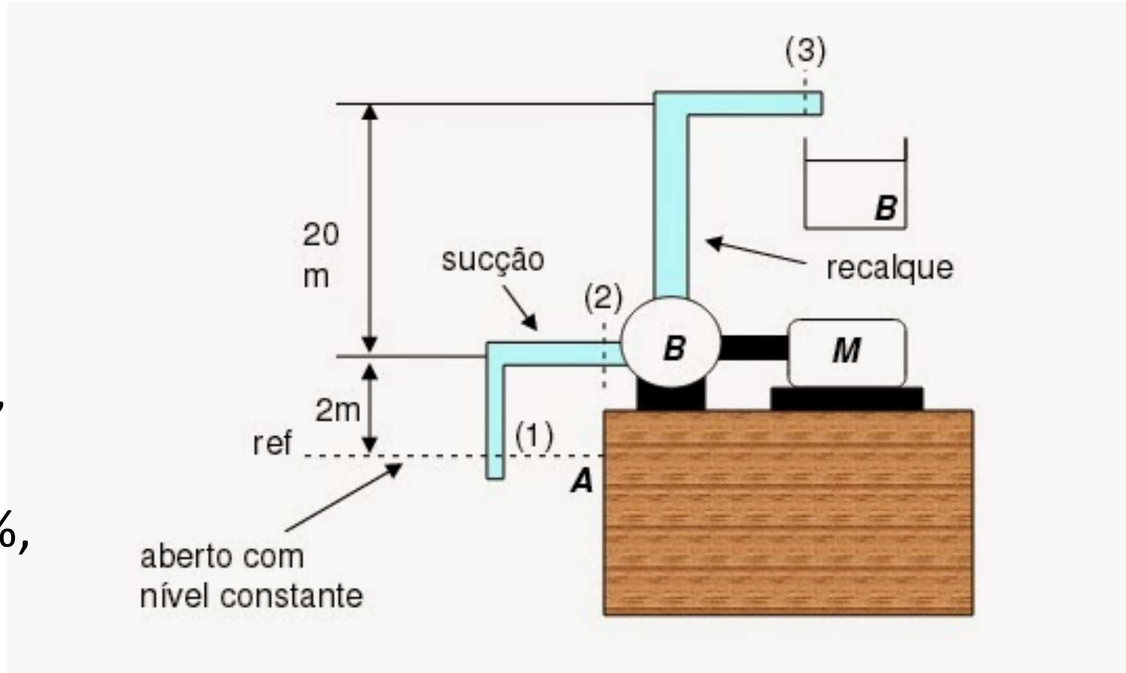


Resposta: 4,2 kW

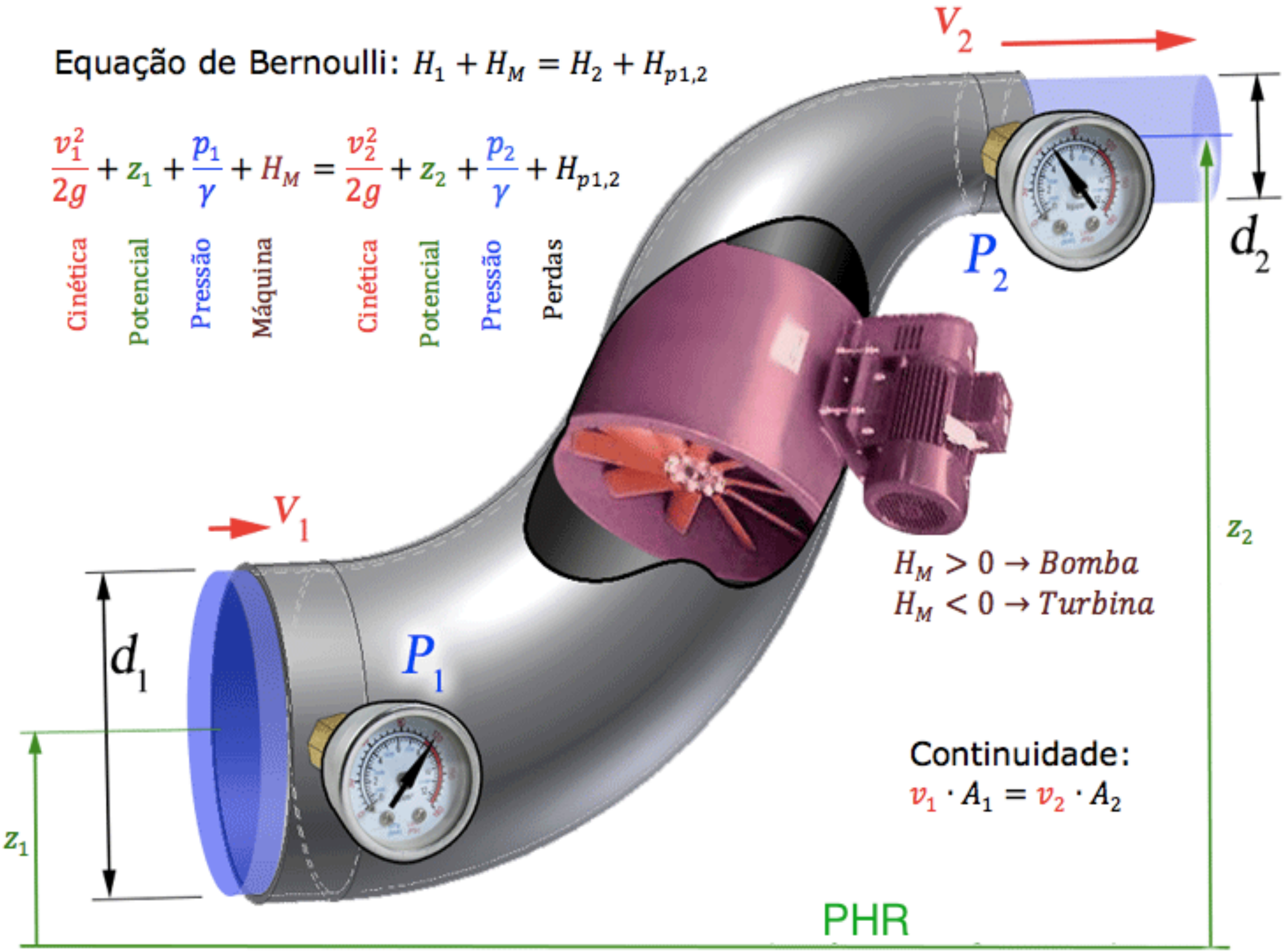
Exercícios propostos

1. Um edifício coleta a água de chuva num reservatório subterrâneo. No alto do edifício, a 25 metros do nível da rua, há um reservatório de 4000 litros que deve ser enchido em 1 hora. Dimensione a potência de uma bomba capaz de fornecer a vazão necessária, considerando um rendimento de 75%. A tubulação será de 3” de diâmetro interno, e a perda de carga é de 1,8 m. O nível do reservatório subterrâneo é de 1,0 metro abaixo da rua, e pode ser considerado constante durante o bombeamento. Resposta: 412 W.

2. Deseja-se elevar água do reservatório A para o reservatório B. Dado que a vazão é igual a 4,0 L/s, o diâmetro do tubo de sucção é 10 cm e o de recalque é 5,0 cm, a perda é de 3,0 m, e o rendimento da bomba é de 70%, calcule a potência da bomba. Resposta: 1,44 kW.



Resumo



Equação de Bernoulli: $H_1 + H_M = H_2 + H_{p1,2}$
$\frac{v_1^2}{2g} + z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + H_M = \frac{v_2^2}{2g} + z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + H_{p1,2}$
Cinética
Potencial
Pressão
Máquina
Cinética
Potencial
Pressão
Perdas
V_2
d_2
P_2
V_1
d_1
P_1
$H_M > 0 \rightarrow Bomba$
$H_M < 0 \rightarrow Turbina$
Continuidade:
$v_1 \cdot A_1 = v_2 \cdot A_2$
z_1
z_2
PHR