

Equação da energia em regime permanente - Bernoulli

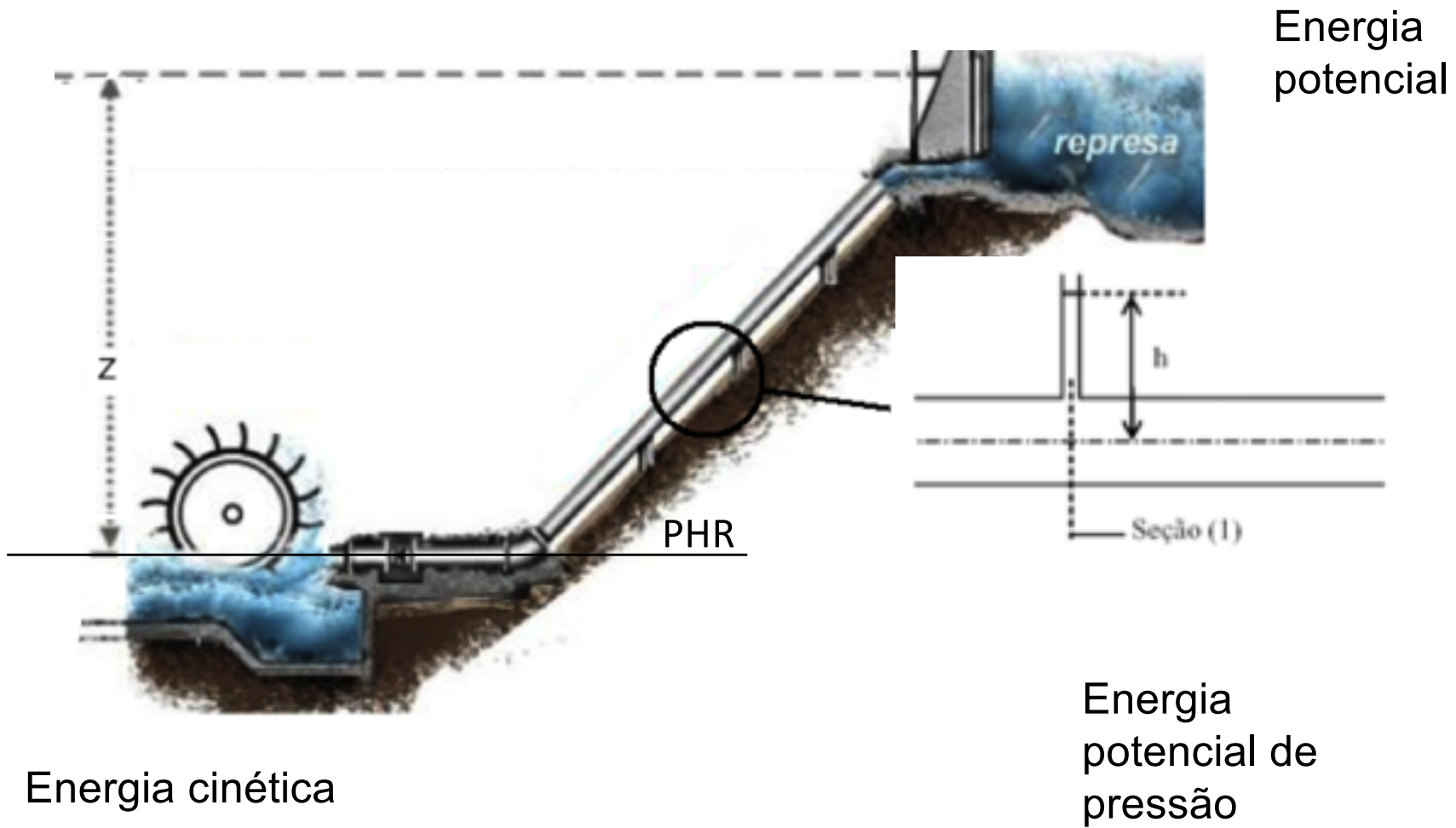
Operações Unitárias

Prof. Simões

Objetivos

- Conhecer e aplicar a equação de Bernoulli em três situações
 - Fluido e sistema ideal, sem bomba
 - Fluido ideal, com bomba e sem perdas
 - Fluido ideal, com bomba e com perdas
- Determinar a potência mínima necessária de uma bomba
- Estimar a perda de carga de uma instalação a partir dos volumes deslocados e da potência da bomba

Tipos de energia associadas a um fluido



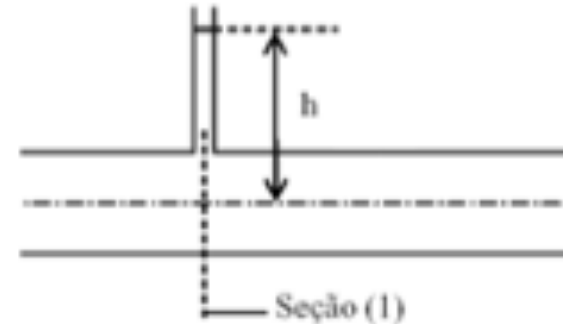
Tipos de energia associadas a um fluido

- Energia cinética

$$E_c = \frac{m \cdot v^2}{2}$$

- Energia potencial gravitacional

$$E_p = m \cdot g \cdot z$$



- Energia de pressão

$$E_{pr} = m \cdot g \cdot h = m \cdot g \cdot \frac{p}{\gamma}$$

$$p = \gamma \cdot h \Rightarrow h = \frac{p}{\gamma}$$

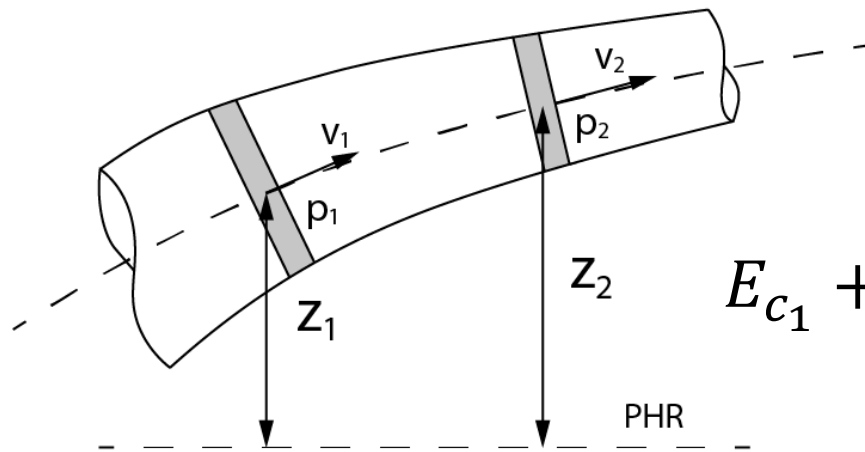
- Energia total

$$E = E_c + E_p + E_{pr} \Rightarrow E = \frac{m \cdot v^2}{2} + m \cdot g \cdot z + m \cdot g \cdot \frac{p}{\gamma}$$

Equação de Bernoulli

- Válida nas seguintes condições hipotéticas
 - escoamento em regime permanente
 - escoamento incompressível
 - escoamento de um fluido considerado ideal (sem atritos)
 - escoamento apresentando distribuição uniforme das propriedades nas seções
 - escoamento sem presença de máquina hidráulica
 - escoamento sem troca de calor
- Embora sejam condições teóricas, é sobre elas que serão acrescentadas as variáveis para aplicação real.
Consideraremos:
 - I. Fluido ideal, sem bomba, sem atrito
 - II. Fluido ideal, com bomba, sem atrito
 - III. Fluido ideal, com bomba, com atrito

Equação de Bernoulli, caso I



$$E_1 = E_2$$

$$E_{c_1} + E_{p_1} + E_{pr_1} = E_{c_2} + E_{p_2} + E_{pr_2}$$

$$\frac{m \cdot v_1^2}{2} + m \cdot g \cdot z_1 + m \cdot g \cdot \frac{p_1}{\gamma} = \frac{m \cdot v_2^2}{2} + m \cdot g \cdot z_2 + m \cdot g \cdot \frac{p_2}{\gamma}$$

$$\frac{v_1^2}{2 \cdot g} + z_1 + \frac{p_1}{\gamma} = \frac{v_2^2}{2 \cdot g} + z_2 + \frac{p_2}{\gamma}$$

$$H_1 = H_2 = \frac{E}{mg}$$

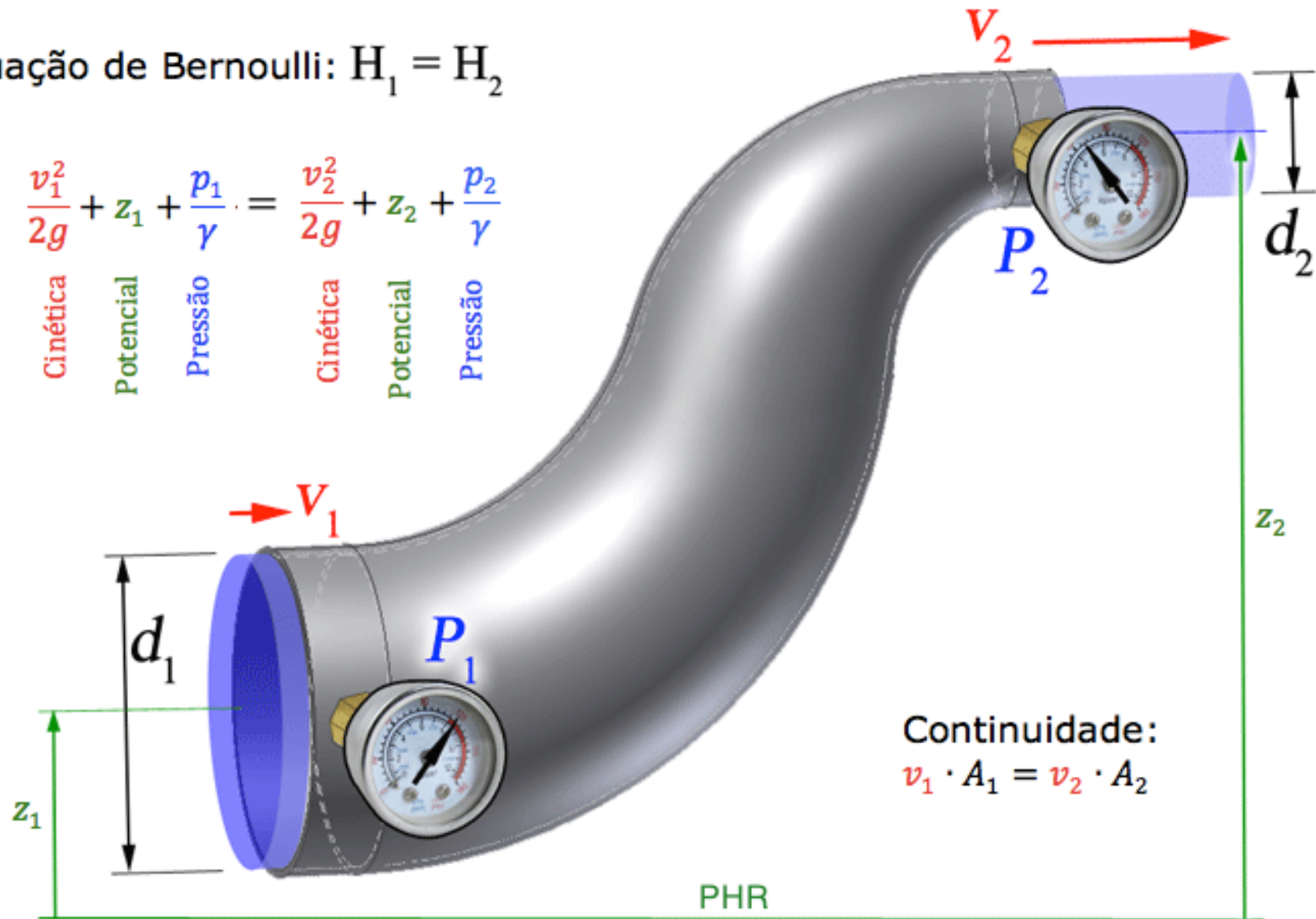
$H \Rightarrow \text{carga}$

Equação de Bernoulli, caso I

Equação de Bernoulli: $H_1 = H_2$

$$\frac{v_1^2}{2g} + z_1 + \frac{p_1}{\gamma} = \frac{v_2^2}{2g} + z_2 + \frac{p_2}{\gamma}$$

Cinética Potencial Pressão Cinética Potencial Pressão



Equação de Bernoulli

- Dimensão de H

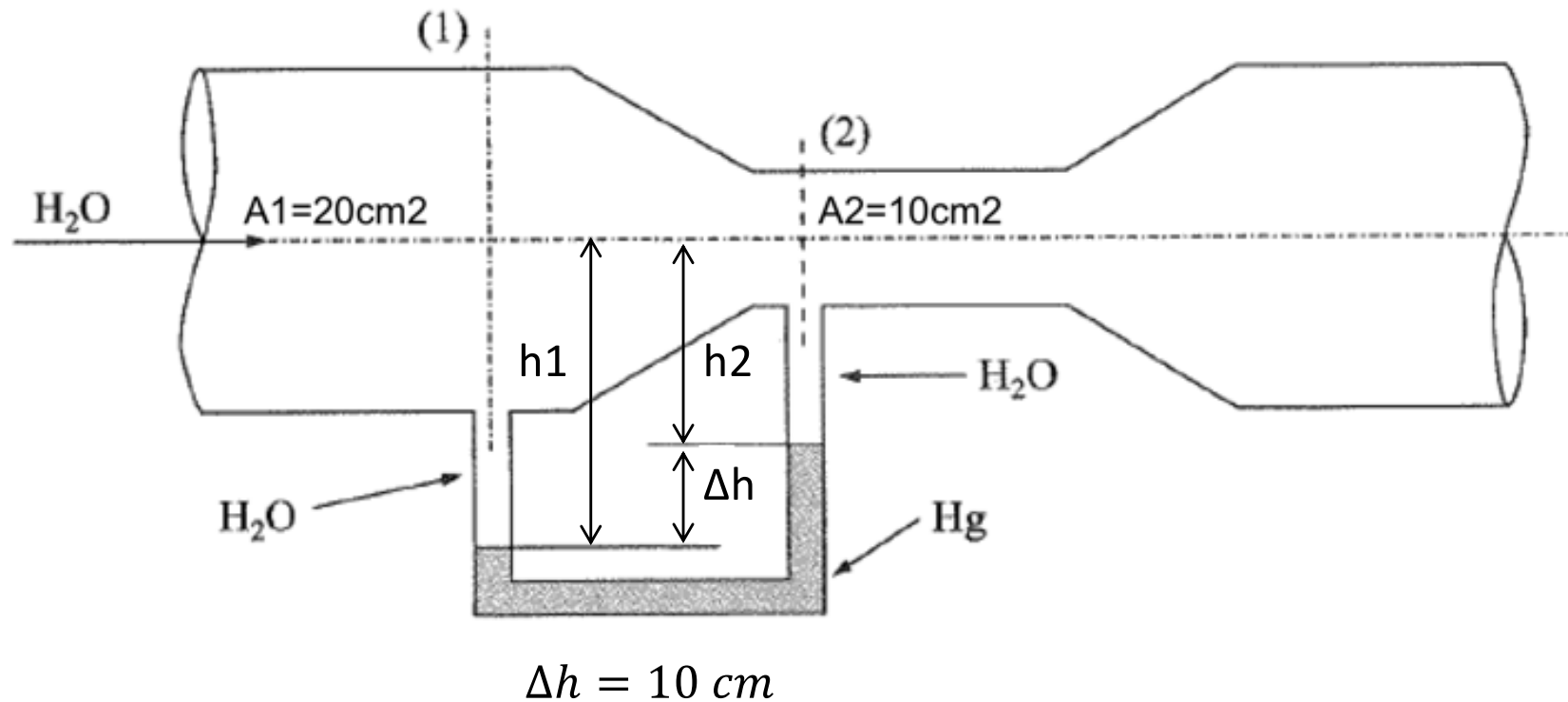
$$H = \frac{v^2}{2 \cdot g} + z + \frac{p}{\gamma}$$

$$[H] = \frac{\left(\frac{L}{T}\right)^2}{2 \cdot \left(\frac{L}{T^2}\right)} + L + \frac{\frac{ML}{T^2}}{\frac{ML}{T^2 L^3}} = \frac{L^2 T^2}{2 T^2 L} + L + \frac{ML T^2 L^3}{T^2 L^2 ML} = L + L + L$$

$$[H] = L$$

Exemplo

1. Água escoia em regime permanente no Venturi da figura, com os dados informados. Calcular a vazão da água.

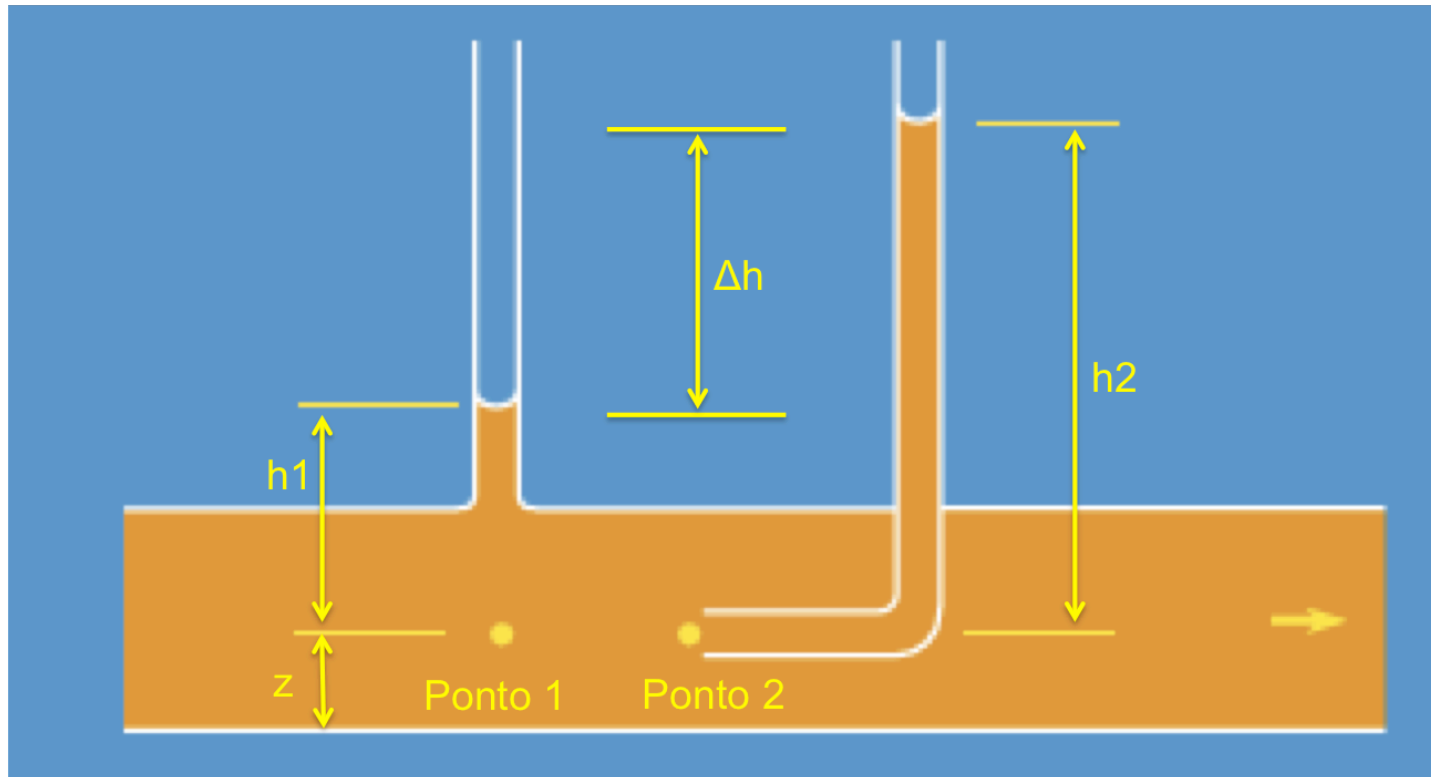


$$\gamma_{H_2O} = 10000 \frac{N}{m^3}; \gamma_{Hg} = 136000 \frac{N}{m^3}; g = 9,81 \frac{m}{s^2}$$

Resposta: 5,74 L/s

Exemplo

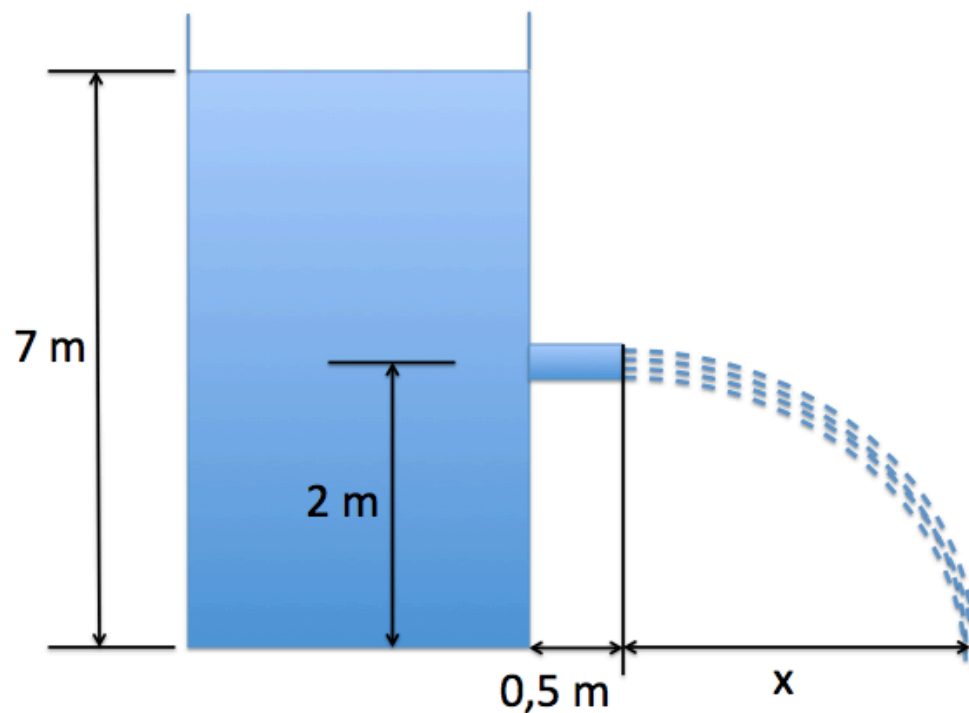
2. No experimento abaixo feito num fluxo de água num tubo de área 10 cm^2 foram medidas as alturas $h_1=5 \text{ cm}$ e $h_2=8 \text{ cm}$. Calcule a velocidade e vazão.



Resposta: 0,767 L/s

Exemplo

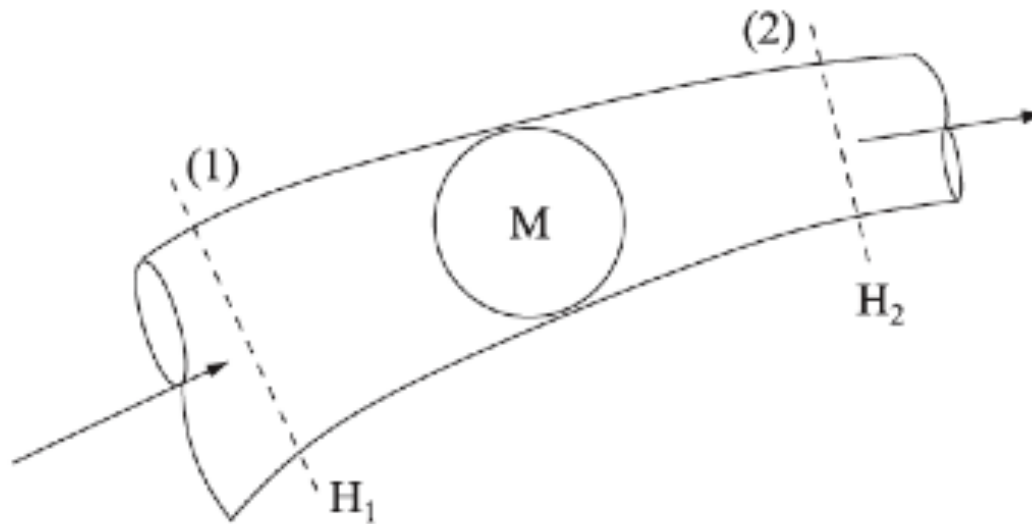
3. No reservatório abaixo, supondo que o nível seja mantido constante, determinar (1) a velocidade de escape, (2) a vazão de saída e (3) o alcance do jato. O tubo de saída que tem uma área de 10 cm^2 .



Resposta: 6,3 m

Equação de Bernoulli com uma máquina (II)

- Chamaremos de bomba qualquer máquina que forneça energia ao fluido



$$H_1 + H_B = H_2$$

H_B = carga ou altura manométrica da bomba.

Obs.: caso for uma turbina, fica:
 $H_1 - H_T = H_2$

$$\frac{v_1^2}{2 \cdot g} + z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + H_B = \frac{v_2^2}{2 \cdot g} + z_2 + \frac{p_2}{\gamma}$$

$$H_B = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2 \cdot g} + (z_2 - z_1) + \frac{p_2 - p_1}{\gamma}$$

Potência da bomba

- Sabemos que:

$$N = \frac{\text{energia mecânica}}{\text{tempo}} \quad H = \frac{\text{energia mecânica}}{\text{peso}} \quad Q_G = \frac{\text{peso}}{\text{tempo}} = \gamma \cdot Q$$

- Assim, podemos fazer

$$N = \frac{\text{energia mecânica}}{\text{peso}} \cdot \frac{\text{peso}}{\text{tempo}} \Rightarrow N = H \cdot \gamma \cdot Q$$

- Assim, a potência da bomba referente ao fluido pode ser calculada por

$$N = \gamma QH$$

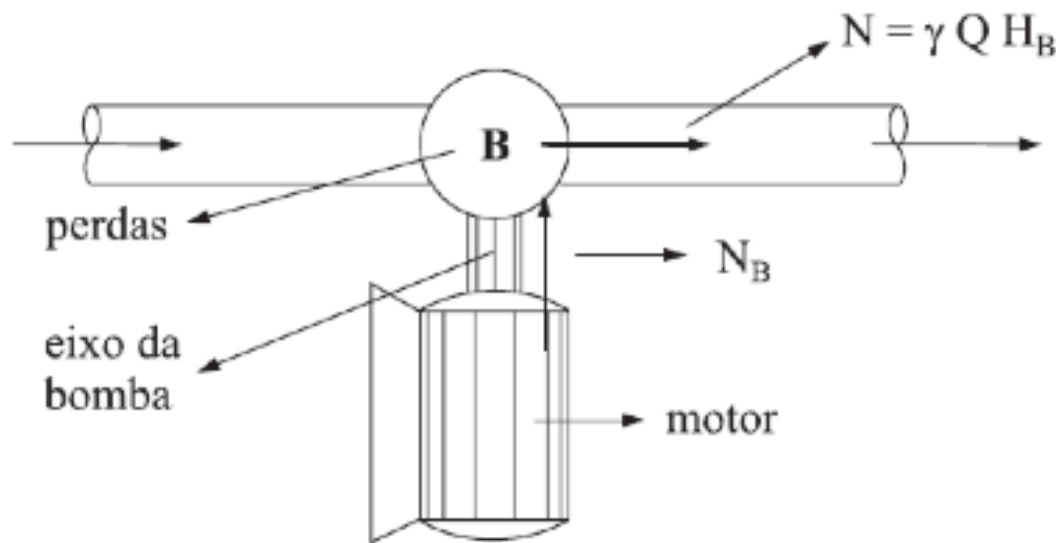
$$[N] = \frac{N}{m^3} \cdot \frac{m^3}{s} \cdot m = \frac{N \cdot m}{s} = \frac{J}{s} = W$$

Potência de uma bomba

- A potência recebida pelo fluido ao passar pela bomba, será, então:

$$N = \gamma Q H_B$$

- Se chamarmos a potência total da bomba de N_B , verificaremos que:



A relação entre N e N_B é chamada de rendimento η_B da bomba:

$$\eta_B = \frac{N}{N_B}$$

Obs.: no caso de uma turbina $\eta_T = \frac{N_T}{N}$

Exemplo

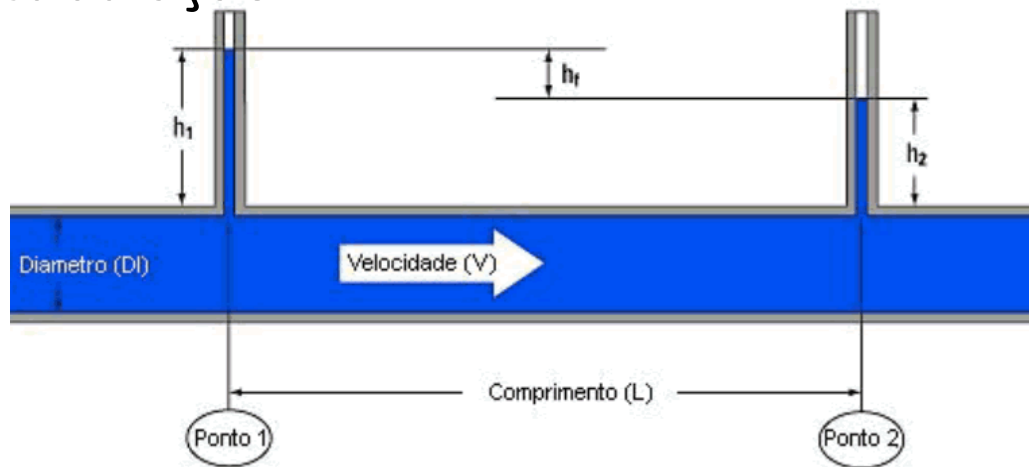
4. A água ($\gamma=10000 \text{ N/m}^3$) de uma barragem precisa ser bombeada para um reservatório 15 metros acima da superfície da água. A bomba está situada numa casa de máquinas 5 metros abaixo da superfície da água. É necessária uma vazão de 10 litros por segundo. Calcule a potência da bomba em CV, considerando um rendimento de 75% considerando apenas os dados. A área da tubulação é de 10 cm^2 .



Resposta: 3,65 CV

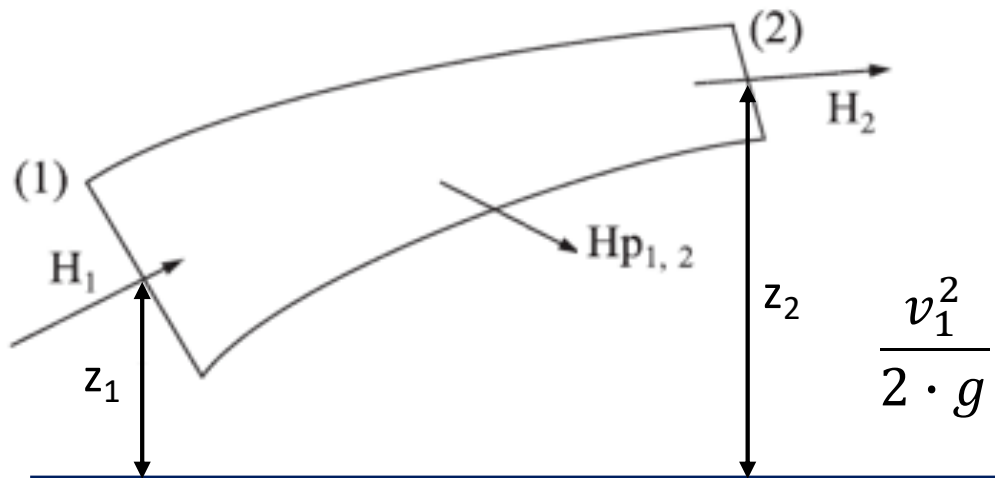
Equação de Bernoulli com perda

- Em um fluido real, ocorrem forças dissipativas de atrito interno do fluido (viscosidade), e entre o fluido e a tubulação.



$H_{p_{1,2}} \Rightarrow$ energia perdida por unidade de peso, ou “perda de carga”

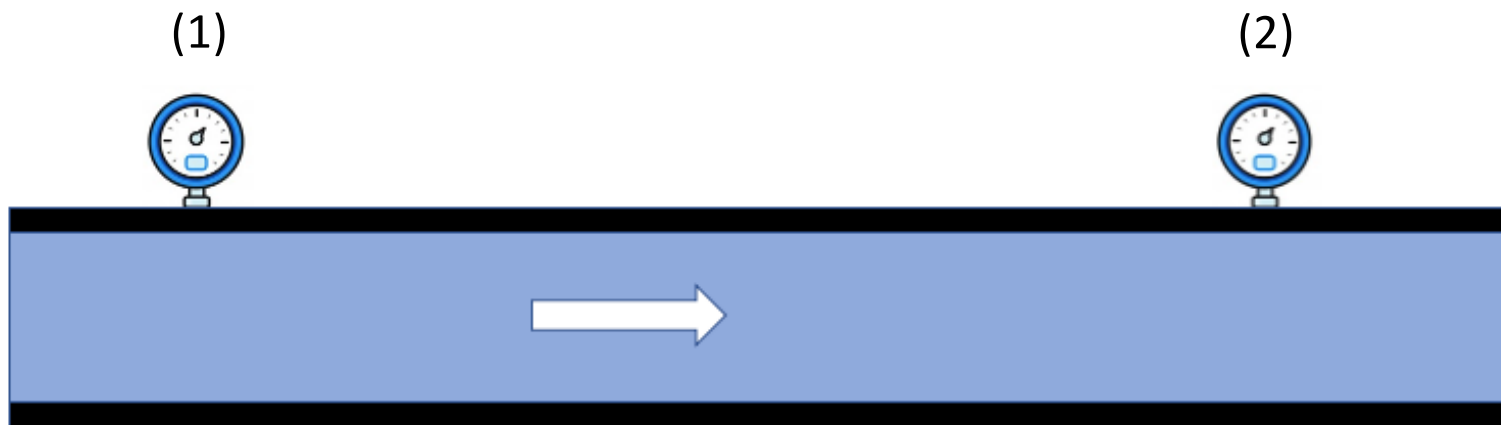
$$H_1 = H_2 + H_{p_{1,2}}$$



$$\frac{v_1^2}{2 \cdot g} + z_1 + \frac{p_1}{\gamma} = \frac{v_2^2}{2 \cdot g} + z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + H_{p_{1,2}}$$

Exemplo

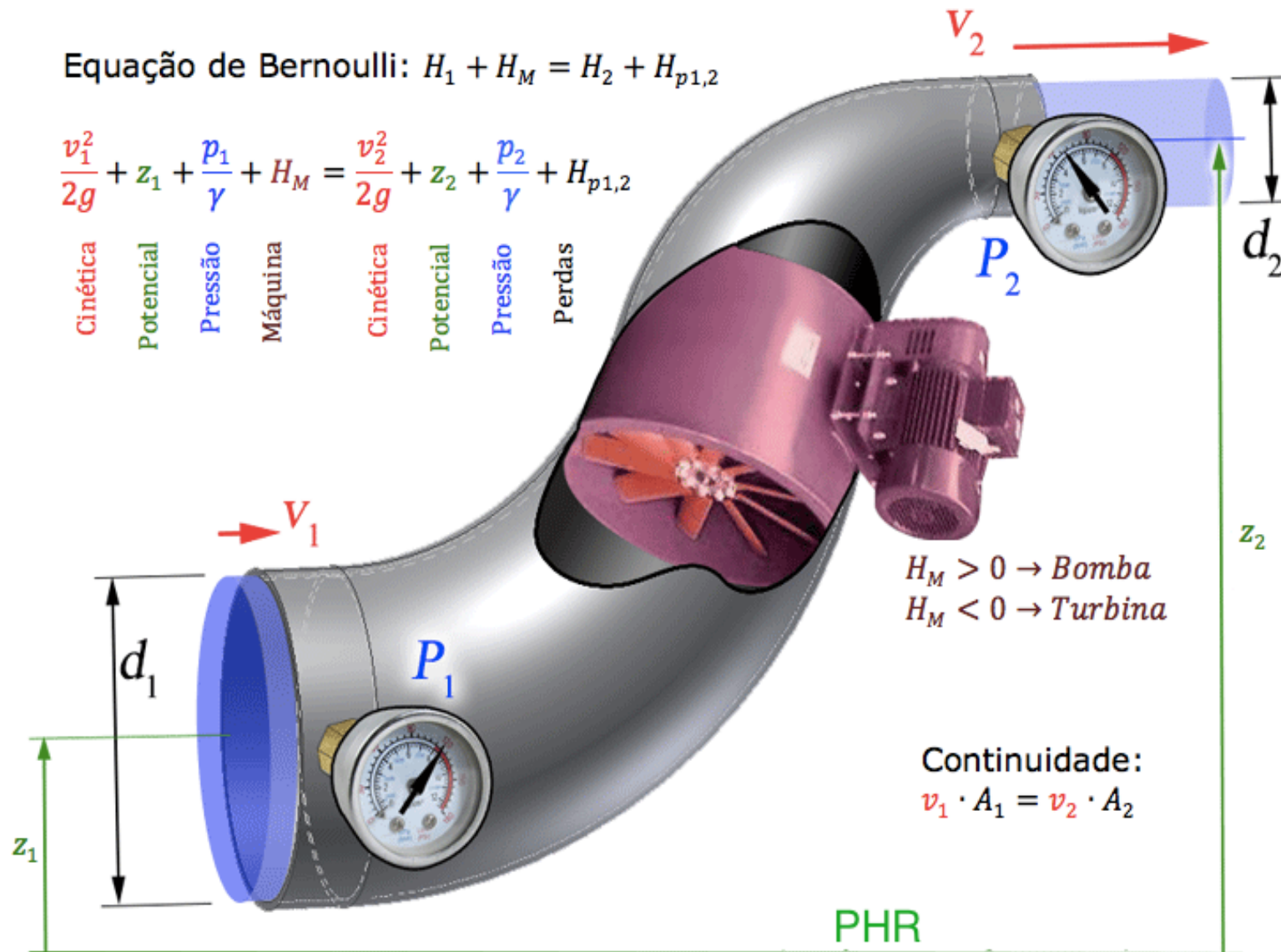
5. Na tubulação abaixo, a indicação do primeiro manômetro é de 4075 kgf/cm^2 e do segundo é de 725 kgf/cm^2 . O fluido em circulação é óleo, com massa específica de 900 kgf/m^3 . Calcule a perda de carga nesse trajeto.



Resposta: 3,72 m

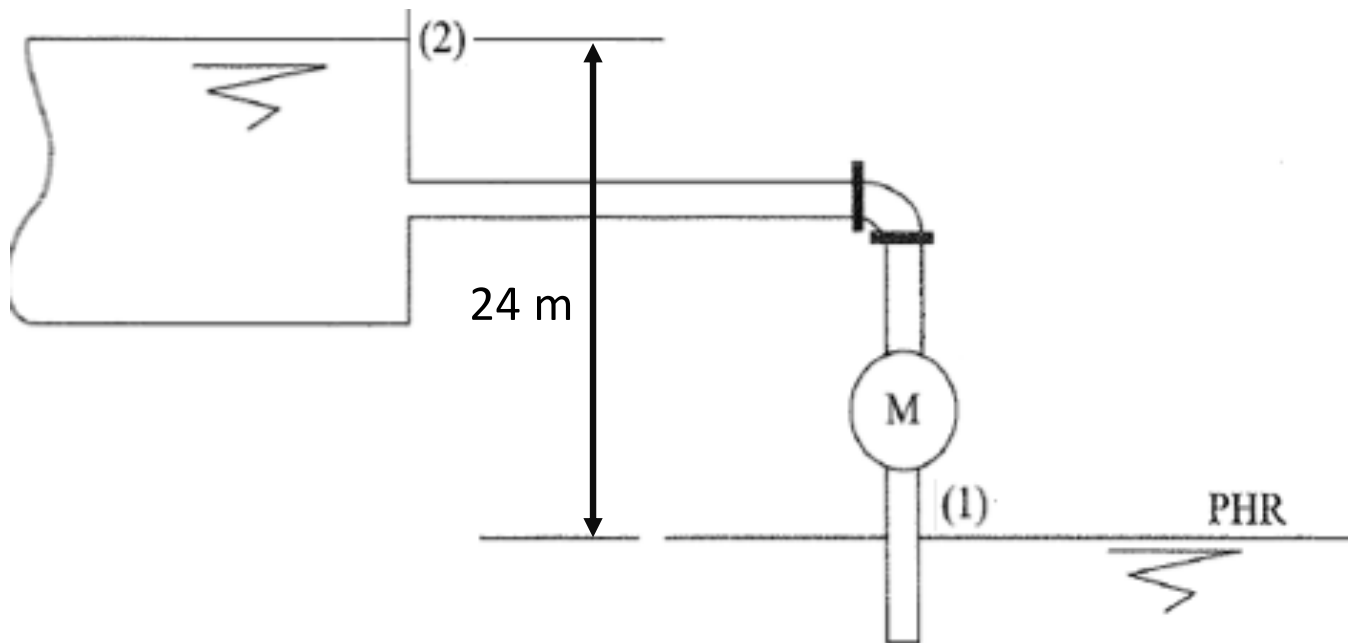
Equação de Bernoulli com perda e bomba, caso III

- Reunindo as considerações feitas, temos:



Exemplo

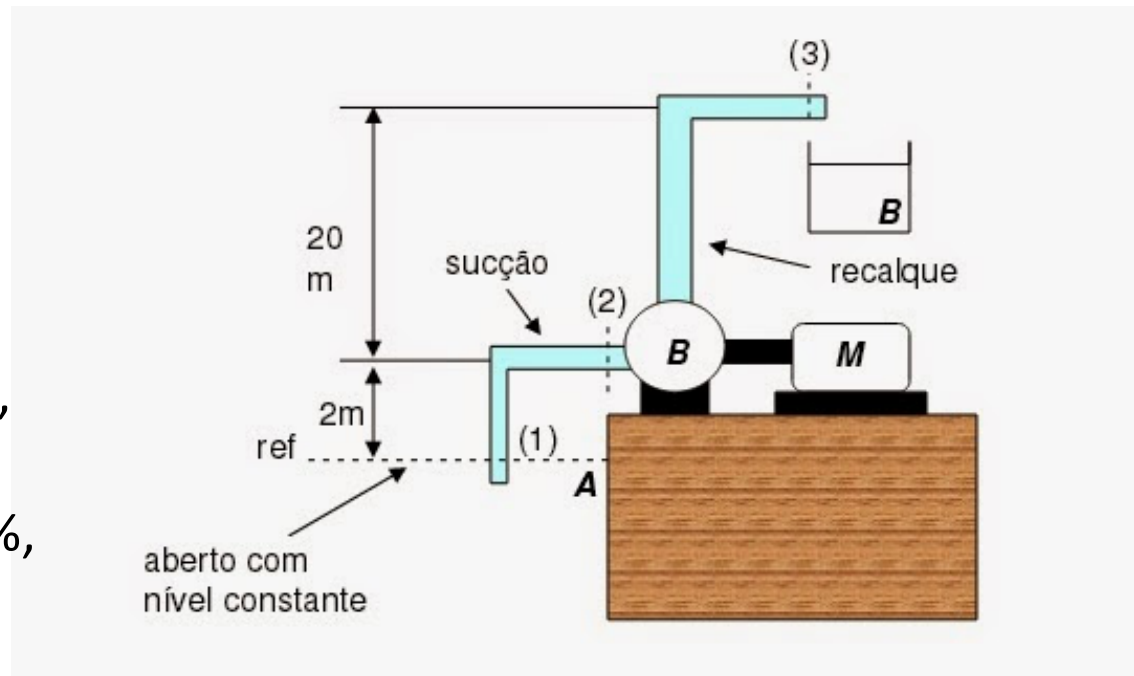
6. Calcular a potência da bomba para a instalação abaixo, sabendo que seu rendimento é 75%. A vazão é de 10 L/s, a área do tubo é de 10 cm² e a perda de carga entre (1) e (2) é de 2,0 m. $\gamma=10000 \text{ N/m}^3$.



Exercícios propostos

1. Um edifício coleta a água de chuva num reservatório subterrâneo. No alto do edifício, a 25 metros do nível da rua, há um reservatório de 4000 litros que deve ser enchido em 1 hora. Dimensione a potência de uma bomba capaz de fornecer a vazão necessária, considerando um rendimento de 75%. A tubulação será de 3" de diâmetro interno, e a perda de carga é de 1,8 m. O nível do reservatório subterrâneo é de 1,0 metro abaixo da rua, e pode ser considerado constante durante o bombeamento. Resposta: 412 W.

2. Deseja-se elevar água do reservatório A para o reservatório B. Dado que a vazão é igual a 4,0 L/s, o diâmetro do tubo de sucção é 10 cm e o de recalque é 5,0 cm, a perda é de 3,0 m, e o rendimento da bomba é de 70%, calcule a potência da bomba. Resposta: 1,44 kW.



Resumo

