Determinação da perda de carga com o diagrama Moody-Rouse

Caso I) Determinar a perda de carga por km de uma tubulação de aço de diâmetro 45 pela qual flui óleo $\nu = 1{,}06 \times 10^{-5}\ m^2/s$, vazão 190 L/s.

Perda de carga $\Rightarrow h_f$

$$h_f = f \cdot \frac{L}{D_H} \cdot \frac{v^2}{2g}$$

$k = 4{,}6 \times 10^{-5}\ m$

$L = 1000\ m$

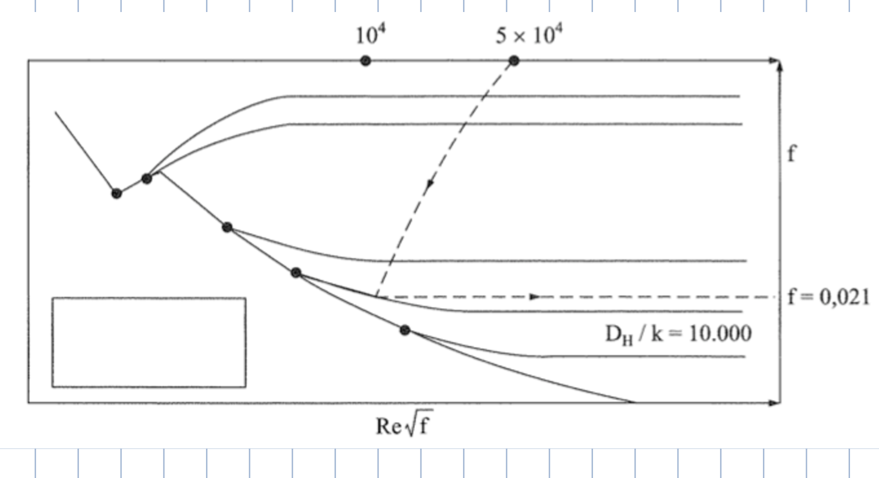
$D_H = D = 0{,}45$

$$v = \frac{Q}{A} \Rightarrow v = 190 \times 10^{-3} \cdot \frac{4}{\pi \cdot 0{,}45^2} = 1{,}19\ \frac{m}{s}$$

f (gráfico)

$$Re \Rightarrow R_e = \frac{v \cdot D_H}{\nu} = \frac{1{,}19 \cdot 0{,}45}{1{,}06 \cdot 10^{-5}} = 5{,}05 \times 10^4$$

$$\frac{D_H}{k} \Rightarrow \frac{0{,}45}{4{,}6 \times 10^{-5}} \cong 10.000$$



$f = 0{,}021$

$$hf = f \cdot \frac{L}{D_H} \cdot \frac{v^2}{2g} \Rightarrow hf = 0{,}021 \cdot \frac{1000}{0{,}45} \cdot \frac{1{,}19^2}{2 \cdot 9{,}8}$$

$$hf = 3{,}37 \text{ m}$$

<u>Caso II</u>) Calcular a vazão de um conduto de ferro fundido, sendo $D = 10$ cm, $\nu = 0{,}7 \times 10^{-6}$ m²/s e sabendo-se que dois manômetros instalados a uma distância de 10 m indicam respectivamente 0,15 MPa e 0,145 MPa. ($\gamma_{H_2O} = 10^4$ N/m²)

$$hf = f \cdot \frac{L}{D_H} \cdot \frac{v^2}{2g} \quad ; \quad Q = v \cdot A$$

$$v = \sqrt{\frac{hf \cdot D_H \cdot 2g}{f \cdot L}} \qquad k = 2{,}59 \times 10^{-4}$$

$hf \Rightarrow$ da equação da energia, temos

$$H_1 + H_m = H_2 + H_{p_{1,2}} \qquad H_{p_{1,2}} = hf$$

$$\frac{P_1}{\gamma} + \cancel{\frac{v_1^2}{2g}} + \cancel{z_1} + \cancel{H_m}^{\,0} = \frac{P_2}{\gamma} + \cancel{\frac{v_2^2}{2g}} + \cancel{z_2} + H_{p_{1,2}}$$

$$v_1 = v_2 \quad ; \quad z_1 = z_2$$

$$\frac{P_1}{\gamma} = \frac{P_2}{\gamma} + H_{p_{1,2}} \Rightarrow H_{p_{1,2}} = \frac{P_1 - P_2}{\gamma}$$

$$H_{P_{1,2}} = h_f = \frac{(0{,}15-0{,}145)\times 10^{6}}{10^{4}} = 0{,}5\ m$$

$D_H = 0{,}1\ m$; $L = 10\ m$

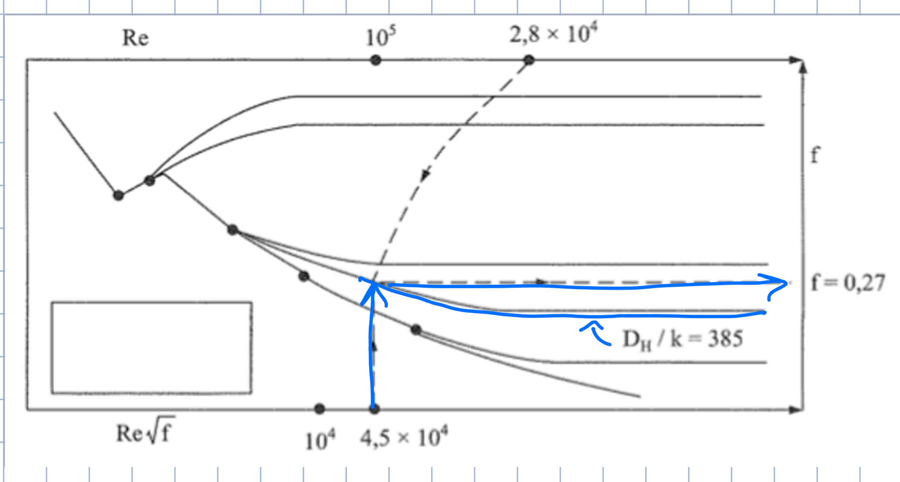
$f \Rightarrow$ depende de v (Re) ; assim usaremos o eixo $Re \cdot \sqrt{f}$ no gráfico

$$Re = \frac{v \cdot D_H}{\nu} \qquad v = \sqrt{\frac{h_f \cdot D_H \cdot 2g}{f \cdot L}}$$

$$Re = \sqrt{\frac{h_f \cdot D_H \cdot 2g}{f \cdot L}} \cdot \frac{D_H}{\nu} \Rightarrow Re\sqrt{f} = \sqrt{\frac{h_f \cdot D_H \cdot 2g}{L}} \cdot \frac{D_H}{\nu}$$

$$Re\sqrt{f} = \sqrt{\frac{0{,}5 \cdot 0{,}1 \cdot 2 \cdot 9{,}8}{10}} \cdot \frac{0{,}1}{0{,}7\times 10^{-6}} = 4{,}47\times 10^{4}$$

$$f \begin{cases} Re\sqrt{f} = 4{,}47\times 10^{4} \\ \dfrac{D_H}{k} = \dfrac{0{,}1}{2{,}59\times 10^{-4}} = 385 \end{cases}$$



$f = 0{,}027$

$$v = \sqrt{\frac{hf \cdot D_H \cdot 2g}{f \cdot L}} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{0{,}5 \cdot 0{,}1 \cdot 2 \cdot 9{,}8}{0{,}027 \cdot 10}}$$

$$v = 1{,}91 \ m/s$$

$$Q = v \cdot A \Rightarrow Q = 1{,}91 \cdot \frac{\pi \cdot 0{,}1^2}{4} \Rightarrow Q = 1{,}5 \times 10^{-2} \ \frac{m^3}{s}$$

$$Q = 15{,}0 \ L/s$$

Caso III) calcular o diâmetro de um tubo de aço que deverá transportar uma vazão de 19 L/s de querosene ($\nu = 3{,}0 \times 10^{-6} \ m^2/s$) a uma distância de 600 m, com uma perda de carga de 3,0 m.

$$k = 4{,}6 \times 10^{-5} \ m$$

$$hf = f \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{v^2}{2g} \qquad v = \frac{4Q}{\pi \cdot D^2}$$

$$hf = f \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{\overset{8}{\cancel{16}} \cdot Q^2}{\pi^2 \cdot D^4} \cdot \frac{1}{2g}$$

$$hf = \frac{8 \cdot f \cdot L \cdot Q^2}{D^5 \cdot \pi^2 \cdot g} \Rightarrow D = \sqrt[5]{\frac{8 \cdot f \cdot L \cdot Q^2}{hf \cdot \pi^2 \cdot g}}$$

Não há como calcular, pois não temos f

Método → tentativa;

1 → Estimamos f $(f = f_1)$

2 → Calculamos D

3 → Calculamos $v \rightarrow Re$

4 → Obtemos $f_2 = f\left(Re, \frac{D_H}{k}\right)$ do diagrama

5 → Se $f_1 = f_2$, adotamos o diâmetro calculado

6 → Se $f_1 \neq f_2$, inserimos f_2 e repetimos o processo

1ª tentativa, $f = 0{,}02$ 1

2 $$D_1 = \sqrt[5]{\frac{8 f_1 L Q^2}{h_f \cdot \pi^2 \cdot g}} = \sqrt[5]{\frac{8 \cdot 0{,}02 \cdot 600 \cdot (19 \times 10^{-3})^2}{3 \times \pi^2 \times 9{,}8}}$$

$$D_1 = 0{,}164 \ m$$

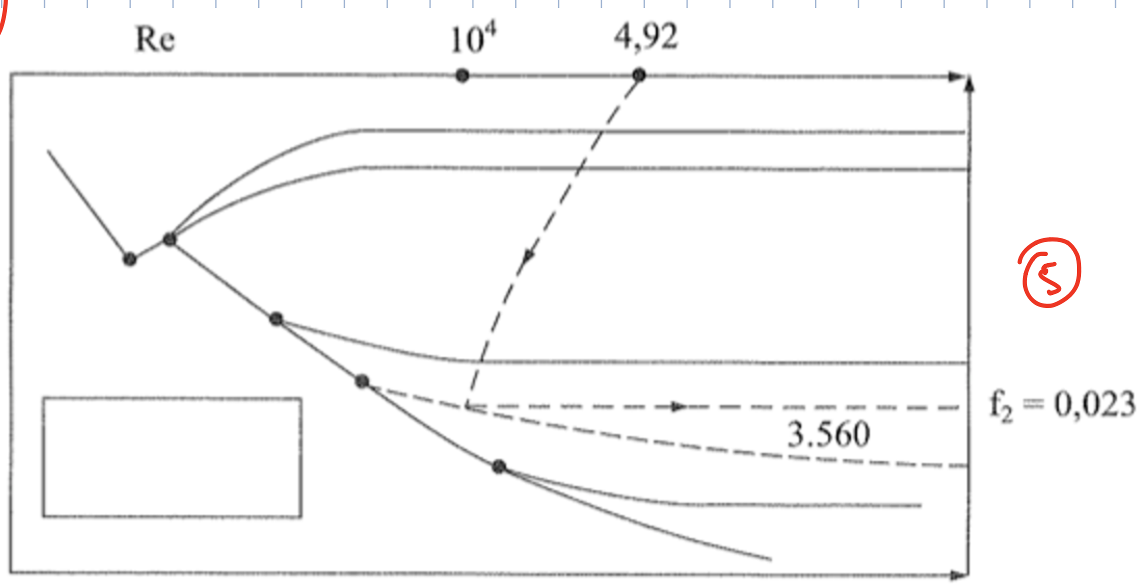
3

$$v_1 = \frac{4Q}{\pi D_1^2} \Rightarrow v_1 = \frac{4 \cdot 19 \times 10^{-3}}{\pi \cdot 0{,}164^2} \Rightarrow v_1 = 0{,}9 \ m/s$$

$$Re_1 = \frac{v_1 D_1}{\nu} \Rightarrow Re_1 = \frac{0{,}9 \cdot 0{,}164}{3 \times 10^{-6}} \Rightarrow Re = 4{,}92 \times 10^4$$

$$\frac{D_1}{k} = \frac{0{,}164}{4{,}6 \times 10^{-5}} = 3\,560$$

4



$f_2 = 0{,}023$

5

$f_2 > f_1$

6 $D_2 = \sqrt[5]{\dfrac{8 \cdot 0{,}023 \cdot 600 \cdot (19 \times 10^{-3})^2}{3 \times \pi^2 \times 9{,}8}} = 0{,}169 \ m$

(não seria necessário continuar, pois $D_2 \cong D_1$)
porém, p/ constar

3

$v_2 = \dfrac{4Q}{\pi D_2^2} \Rightarrow v_2 = \dfrac{4 \cdot 19 \times 10^{-3}}{\pi \cdot 0{,}169^2} \Rightarrow v_2 = 0{,}847 \ m/s$

$Re = \dfrac{v_2 \cdot D_2}{\nu} \Rightarrow Re = \dfrac{0{,}847 \cdot 0{,}169}{3{,}0 \times 10^{-6}} \Rightarrow Re = 4{,}77 \cdot 10^4$

$\dfrac{D_H}{k} = \dfrac{0{,}169}{4{,}6 \times 10^{-5}} \Rightarrow \dfrac{D_2}{k} = 3{,}67 \times 10^3$

$f_3(4{,}77 \cdot 10^4;\ 3{,}67 \times 10^3) = 0{,}022$

$f_3 \cong f_2 \ \therefore \ \phi = 0{,}167$

Exercícios propostos

① Um trecho de tubo de ferro galvanizado de 250 metros de comprimento conectará um reservatório a uma bomba. O tubo tem diâmetro interno de 15" e transportará querosene ($\nu = 3.0 \cdot 10^{-6}\ m^2/s$) a uma vazão de 250 L/s. Determinar a perda de carga nesse trecho da tubulação

Ferro galvanizado $\Rightarrow k = 1{,}52 \times 10^{-4}\ m$

$L = 250\ m$ $\qquad \nu = 3{,}0 \cdot 10^{-6}\ m^2/s$

$D = 15" = 0{,}381\ m$

$Q = 250\ L/s = 0{,}250\ m^3/s$

$$v = \frac{Q}{A} \Rightarrow v = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot D^2} \Rightarrow v = \frac{4 \cdot 0{,}250}{\pi \cdot 0{,}381^2} \Rightarrow v = 2{,}19\ m/s$$

$$Re = \frac{v \cdot DH}{\nu} \Rightarrow Re = \frac{2{,}19 \cdot 0{,}381}{3{,}0 \cdot 10^{-6}} \Rightarrow Re = 27{,}8 \times 10^4$$

$$\frac{DH}{k} = \frac{0{,}381}{1{,}52 \cdot 10^{-4}} \Rightarrow \frac{DH}{k} \cong 2500$$

$$\text{Diagrama} \Rightarrow f\,(27{,}8 \times 10^4,\ 2500) = 0{,}018$$

$$hf = f \cdot \frac{L}{DH} \cdot \frac{v^2}{2g} \Rightarrow hf = 0{,}018 \cdot \frac{250}{0{,}381} \cdot \frac{2{,}19^2}{2 \cdot 9{,}8}$$

$h_f = 2{,}89\ m$

(2) Calcular a vazão de água ($\gamma = 10^4 \, N/m^3$; $\nu = 0{,}7 \times 10^{-6} \, m^2/s$) num conduto de PVC com $D = 15$ cm e sabendo-se que a diferença de pressão a uma distância de 100 m é de 20kPa com um desnível de 1,2 m.

PVC $\Rightarrow$ k = mdx (Liso)

$D_H = 15 \, cm = 0{,}15 \, m$

$L = 100 \, m$

$P_2 - P_1 = 8 \, Pa$

$z_2 - z_1 = 10 \, m$

$v_1 = v_2$

$$H_1 + H_m = H_2 + H_{p_{1,2}} \qquad H_{p_{1,2}} = h_f$$

$$\frac{P_1}{\gamma} + \cancel{\frac{v_1^2}{2g}} + z_1 + \cancel{H_m}^{\,0} = \frac{P_2}{\gamma} + \cancel{\frac{v_2^2}{2g}} + z_2 + H_{p_{1,2}}$$

$$\frac{P_1}{\gamma} + z_1 = \frac{P_2}{\gamma} + z_2 + H_{p_{1,2}}$$

$$H_{p_{1,2}} = \frac{P_1 - P_2}{\gamma} + z_1 - z_2$$

$$H_{p_{1,2}} = \frac{20.000}{10^4} + (-1{,}2) = 0{,}8 \, m$$

$\therefore h_f = 0{,}8 \, m$

$$Re\sqrt{f} = \sqrt{\frac{h_f \cdot D_H \cdot 2g}{L}} \cdot \frac{D_H}{\nu}$$

$$Re\sqrt{f} = \sqrt{\frac{0{,}8 \cdot 0{,}15 \cdot 2 \cdot 9{,}8}{100}} \cdot \frac{0{,}15}{0{,}7 \cdot 10^{-6}} \Rightarrow Re\sqrt{f} = 4{,}6 \cdot 10^4$$

$f(4{,}6\times10^4;\ \text{liso}) \Rightarrow \quad f = 0{,}0135$

$$v = \sqrt{\frac{hf \cdot D_H \cdot 2g}{f \cdot L}} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{0{,}8 \cdot 0{,}15 \cdot 2 \cdot 9{,}8}{0{,}0135 \cdot 100}}$$

$v = 1{,}32\ m/s$

$$Q = v \cdot A \Rightarrow Q = 1{,}32 \cdot \frac{\pi \cdot 0{,}15^2}{4}$$

$Q = 2{,}33 \times 10^{-2}\ m^3/s \Rightarrow Q = 23{,}3\ L/s$

③ Um tubo de aço deverá transportar uma vazão de 9 L/s de água a uma distância de 800 m, com uma perda de 5,0 m. Calcular o diâmetro do tubo.

aço $\Rightarrow k = 4{,}6 \times 10^{-5}\ m$

$Q = 9\ L/s = 9{,}0 \times 10^{-3}\ m^3/s$

$L = 800\ m$

$h_f = 5{,}0\ m$

$$D = \sqrt[5]{\frac{8 \cdot f \cdot L \cdot Q^2}{h_f \cdot \pi^2 \cdot g}}$$

1ª tentativa, $f_1 = 0,02$

$$D_1 = \sqrt[5]{\frac{8 \cdot 0,02 \cdot 800 \cdot (9 \cdot 10^{-3})^2}{5,0 \cdot \pi^2 \cdot 9,8}} \Rightarrow D_1 = 0,116 \ m$$

$$v = \frac{Q \cdot 4}{\pi \cdot D^2} \Rightarrow v = \frac{9 \cdot 10^{-3} \cdot 4}{\pi \cdot 0,116^2} \Rightarrow v = 0,84 \ m/s$$

$$Re = \frac{v \cdot D}{\nu} \Rightarrow Re = \frac{0,84 \cdot 0,116}{0,7 \times 10^{-6}} \Rightarrow Re \cong 1,41 \times 10^5$$

$$\frac{D_H}{K} = \frac{0,116}{4,6 \cdot 10^{-5}} \cong 2500$$

$$f\,(1,4 \cdot 10^5 \,;\, 2500) = 0,017$$

$$D_2 = \sqrt[5]{\frac{8 \times 0,017 \times 800 \times (9 \cdot 10^{-3})^2}{5 \cdot \pi^2 \cdot 9,8}} \Rightarrow D_2 = 0,113 \ m$$

$$D_1 \neq D_2$$

2º ciclo, adotar $f_1 = 0,017$

$$v = \frac{Q \cdot 4}{\pi \cdot D^2} \Rightarrow v = \frac{9 \cdot 10^{-3} \cdot 4}{\pi \cdot 0,113^2} \Rightarrow v = 0,90 \ m/s$$

$$Re = \frac{v \cdot D}{\nu} \Rightarrow Re = \frac{0,90 \cdot 0,113}{0,7 \times 10^{-6}} \Rightarrow Re = 1,45 \times 10^5$$

$$\frac{D_H}{K} = \frac{0,113}{4,6 \cdot 10^{-5}} \cong 2460$$

$$f\,(1{,}45 \cdot 10^5\,;\,2460) = 0{,}017$$

$f = 0{,}017$ já foi aplicado acima, com

$D = 0{,}113\ m \quad \therefore$

$D_2 = D_3 = 0{,}113$ $\qquad D = 0{,}113\ m$